

VISIT...

LANZAROTE
Caliente.COM

МИКРОПРОЦЕССОРНЫЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Под общей редакцией В. А. Бесекерского



ЛЕНИНГРАД «МАШИНОСТРОЕНИЕ»
ЛЕНИНГРАДСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
1988

Авторы: В. А. Бесекерский, Н. Б. Ефимов, С. И. Зиятдинов,
В. В. Изранцев, А. В. Небылов, Н. Г. Соколов, Е. А. Фабрикант

Микропроцессорные системы автоматического управления/
В. А. Бесекерский, Н. Б. Ефимов, С. И. Зиятдинов и др.;
Под общ. ред. В. А. Бесекерского. — Л.: Машиностроение.
Ленингр. отд-ние, 1988. — 365 с. — ISBN 5-217-00176-3

Монография посвящена вопросам проектирования и исследования систем автоматического управления объектами и технологическими процессами на основе использования в них элементов электроники четвертого поколения — микропроцессорных комплексов с аппаратным и микропрограммным принципом управления. В ней дается дальнейшее развитие теории анализа и синтеза цифровых систем с использованием компьютерного управления на основе применения микропроцессоров, приводятся методы оптимального и робастного синтеза. Особое внимание уделяется вопросам реализации микропроцессорных элементов систем управления.

Для научных работников, занимающихся созданием систем автоматического управления.

Библиогр.: 121 назв. Ил. 156. Табл. 19.

М $\frac{2405000000-165}{038(01)-88}$ 165-88

В развитии общества наблюдалось несколько этапов научно-технических преобразований, связанных с вопросами управления. Первая промышленная революция характеризовалась заменой физического труда человека работой машин. В дальнейшем оказалось, что многие машины, в частности паровые, нуждаются в постоянном автоматическом управлении (регулировании). Это привело в 80-х годах XVIII столетия к появлению центробежных регуляторов.

Затем были изобретены и начали широко применяться многие другие регулирующие и управляющие автоматические системы, улучшившие качество работы машин и освободившие человека от выполнения монотонных функций умственной и физической деятельности.

Особая роль в эпоху современной научно-технической революции принадлежит микроэлектронике и электронным вычислительным машинам, использование которых в системах автоматического управления обеспечивает резкий скачок в оценке их возможностей и свойств. Это заключается не только в улучшении точностных характеристик, повышении надежности и отказоустойчивости, обеспечении стабильности функционирования, но и в придании системам автоматического управления принципиально новых свойств, таких, как гибкость и перестраиваемость структуры, адаптивность, способность решать вычислительные и логические задачи, самоконтроль и др.

Особо эффективным оказывается использование в автоматических системах микропроцессоров и построенных на их основе цифровых блоков и устройств.

В отличие от обычных вычислительных машин цифровое управляющее устройство может быть выполнено, например, по интегральной технологии и расположено на миниатюрном кристалле площадью 20—30 мм². Такое устройство легко встраивается в любой объект — станок, технологическую линию, автомобиль, электрическую пишущую машинку, кухонный комбайн, электронные весы, кассовый автомат, светофор, сложный научный прибор и т. п., придавая ему качества автоматических систем, повышая уровень его «интеллекта».

Внедрение микропроцессоров в традиционные системы автоматического управления (САУ) связано с принципиальными изме-

нениями как их структуры, так и характеристик: превалирующими становятся структуры с децентрализованным управлением, многопроцессорные системы, системы с перестраиваемой структурой, реализующие оптимальные алгоритмы цифрового управления и регулирования. Меняются также методы и технические средства проектирования автоматических систем.

Все это связано с рядом особенностей микропроцессоров как элементов цифровых управляющих устройств САУ; основными из которых являются программируемость и относительно большая вычислительная мощность, сочетающиеся с высокой надежностью, малыми габаритными размерами, массой, энергопотреблением и стоимостью.

Программируемость микропроцессоров определяет возможность гибкой оперативной перестройки как алгоритма работы САУ, так и ее структуры с целью приспособления их к меняющимся условиям работы. При этом вносимые в систему изменения сводятся зачастую к замене одной большой интегральной схемы (БИС) памяти на другую. Свойство программируемости обеспечивает возможность внесения изменений в структуру и в программу работы системы на всех этапах ее проектирования — от предварительного проектирования до эксплуатации серийных образцов.

Значительная вычислительная мощность микропроцессоров и систем на их основе, величина которой по оценкам специалистов достигнет к 2000 г. нескольких сотен миллионов операций в секунду, создает хорошие предпосылки для использования микропроцессоров в быстродействующих системах реального времени.

Применение микропроцессоров в системах автоматического управления позволяет поднять на качественно новый уровень такие важные их характеристики, как отказоустойчивость и живучесть. Так, отказоустойчивость, т. е. способность системы сохранять свою работоспособность при возникновении в системе разнообразных отказов, обеспечивается в микропроцессорных САУ введением аппаратной, программной и информационной избыточности. Широкое распространение получают системы с резервированием, а также системы с программной реконфигурацией структуры и использованием самокорректирующихся кодов. Для оперативного контроля и диагностики все шире используется встроенный программно-аппаратный контроль, осуществляемый с привлечением относительно дешевых дополнительных ресурсов.

По прогнозам специалистов преимущества отказоустойчивых систем, связанные с большими удобствами в эксплуатации, резким снижением эксплуатационных расходов, исключением материального и морального ущерба из-за отказов в работе, сделают такие системы автоматического управления основными системами ближайшего будущего.

Использование микропроцессоров в САУ требует решения целого ряда задач, специфика которых обусловлена как распре-

деленным управлением в реальном масштабе времени, так и цифровым характером обрабатываемой информации. В связи с этим актуальными являются проблемы выбора структуры многопроцессорной САУ, обеспечивающей требуемые топологию, производительность, отказоустойчивость и живучесть системы, а также разработки высокоэффективных алгоритмов обработки данных, их хранения и выработки управляющих сигналов, удовлетворяющих заданным критериям качества функционирования САУ.

К настоящему времени накоплен значительный багаж знаний и опыта по разработке и эксплуатации микропроцессорных систем различного назначения: информационных, связанных, вычислительных, управляющих и т. д. [24, 46, 50, 73]. Развита многочисленная теория и практика, связанные с построением распределенных сетей мини- и микроЭВМ, многопроцессорных многофункциональных и специализированных структур, разработкой алгоритмов оптимального цифрового управления [14, 47, 86]. Решены или успешно решаются отдельные проблемы по обеспечению высокой надежности, отказоустойчивости и живучести систем, их работоспособности в масштабе реального времени [85, 89, 107]. Хорошо известны полезные и фундаментальные разработки по теоретическим аспектам выбора архитектуры микропроцессорных систем широкого и специального назначения, создания для них прикладного программного обеспечения [3, 52, 106]. Несколько в меньшем объеме представлены результаты работ по системотехнической проработке и схемотехническому проектированию микропроцессорных систем [1, 23].

В целом с определенной уверенностью можно утверждать, что сегодня мы располагаем обширным комплексом относительно разобщенных работ, направленных на решение отдельных фундаментальных и прикладных проблем использования микропроцессоров в системах различного назначения. Вместе с тем представляется целесообразным объединить разрозненные материалы, опубликованные в различных литературных источниках, в рамках единой проблемы построения и развития микропроцессорных САУ, с системных позиций взглянуть на возникающие задачи, наметить пути их решения и создать тем самым предпосылки для разработки и широкого использования в народном хозяйстве потенциально наиболее эффективных систем цифрового управления на основе микропроцессоров и микропроцессорных комплектов БИС.

Представляемая читателю монография подготовлена коллективом авторов, опиравшихся в своей работе на изложенную целевую установку. Предисловие, главы 1 и 2 написаны В. В. Изранцевым, 3 — Н. Б. Ефимовым, 4 — Н. Г. Соколовым, 5, 6 и 10 — В. А. Бесекерским, 7 и 9 — Е. А. Фабрикантом, 8 и 11 — А. В. Небыловым и 12 — С. И. Зиятдиновым.

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О МИКРОПРОЦЕССОРНЫХ СИСТЕМАХ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

1.1. СТРУКТУРЫ МИКРОПРОЦЕССОРНЫХ САУ

Структуры с центральным и децентрализованным управлением. В системах автоматического управления используют центральное, децентрализованное и комбинированное управление [23, 73]. В системах с центральным управлением задача обработки сигналов с целью формирования управляющих воздействий решается центральным цифровым управляющим устройством, соединенным многими каналами связи с объектом (или объектами) управления.

Общая структурная схема для этого случая показана на рис. 1.1. Она содержит объект (объекты) управления ($ОУ$), цифровое управляющее устройство ($ЦУУ$), ряд входных аналого-цифровых преобразователей ($АЦП$) и ряд выходных цифро-аналоговых преобразователей ($ЦАП$), соединенных с исполнительными устройствами ($ИУ$). Если осуществляется управление сложным многомерным объектом (роботом, прокатным станом, доменной печью, самолетом, космическим летательным аппаратом и т. п.), то такая САУ является связанной. Если же решается задача управления совокупностью независимых по управляемым параметрам одномерных объектов, то система является несвязанной. В этом случае САУ представляется в виде совокупности одноконтурных систем автоматического управления (рис. 1.2), каждая из которых имеет свою программу управления $ПУ_1, \dots, ПУ_k$ объектами $ОУ_1, \dots, ОУ_k$. При управлении объектом от центрального цифрового управляющего устройства оно обслуживает по очереди отдельные каналы управления. Эта очередь может осуществляться по жесткой программе или по мере поступления заявок от отдельных каналов с возможностью использования приоритетного обслуживания.

В системах с децентрализованным управлением в каждый контур управления включается автономное цифровое управляющее устройство [2].

Структурная схема САУ с децентрализованным управлением показана на рис. 1.3, где для автономных управляющих устройств $ЦУУ$ введены обозначения $МК_1, \dots, МК_k$. Для автономных $ЦУУ$, обычно размещаемых в непосредственной близости от управляемого объекта или встраиваемых в объект управления и функционально ориентированных на решение конкретных задач, широко применяется программируемый регулирующий микрокон-

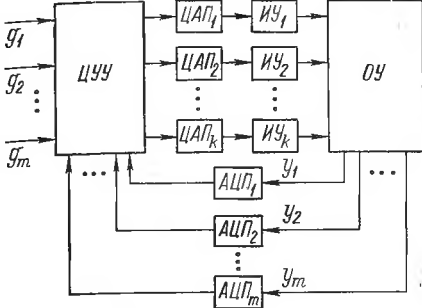


Рис. 1.1. Структура микропроцессорной САУ с центральным управлением

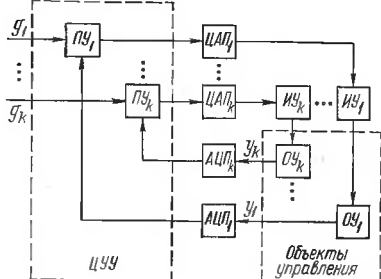


Рис 1.2. Структура микропроцессорной САУ группой несвязанных объектов

троллер [86] или ремиконт—регулирующий микропроцессорный контроллер [67].

В децентрализованных системах центральное управляющее устройство либо отсутствует совсем, либо вводится для передачи ему функций диспетчера. В этом случае реализуется комбинированное управление.

Выбор принципа управления (центральное, децентрализованное, комбинированное) в САУ, построенных на базе микропроцессоров и микропроцессорных комплектов больших интегральных схем (МПК БИС), зависит от многих взаимосвязанных факторов, важнейшими из которых являются стоимость и надежность систем, их живучесть, гибкость, способность работать в масштабе реального времени.

Тенденции развития технологии производства микропроцессоров и микропроцессорных комплектов БИС, специфика конкретных задач управления позволяют с уверенностью утверждать, что применение принципа децентрализованного (распределенного) управления при построении микропроцессорных САУ становится все более оправданным технически и экономически.

Многопроцессорные системы. Для увеличения производительности, надежности и гибкости систем на базе микропроцессоров применяют многопроцессорные системы.

Известно большое количество методов организации многопроцессорных систем [5, 43, 47, 85]. Например, несколько микропроцессоров $МП_1, \dots, МП_k$ могут работать на одну общую шину (рис. 1.4).

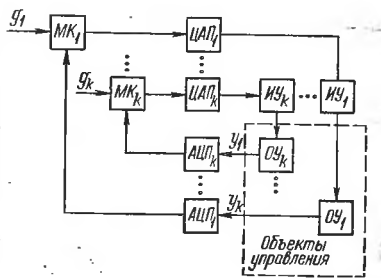


Рис. 1.3. Структура микропроцессорной САУ с децентрализованным управлением

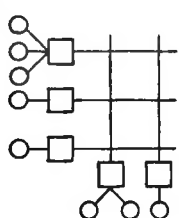
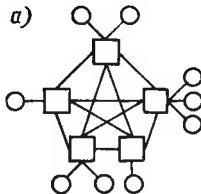
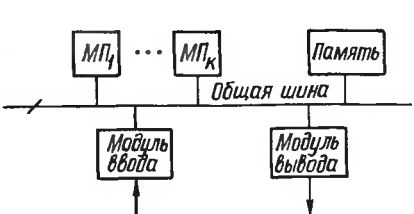


Рис. 1.4. Структурная схема многопроцессорной системы

Рис. 1.5. Варианты топологии многопроцессорных систем: а — сетевая; б — матричная

Параллельная организация их работы позволяет реализовать один из следующих режимов: одновременное выполнение команд, одновременное выполнение программ или подпрограмм. Оба режима позволяют увеличить производительность вычислительной системы в САУ.

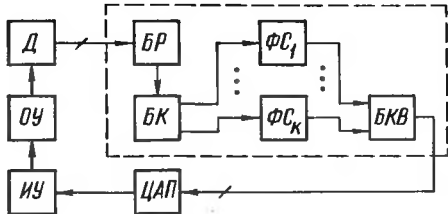
В многопроцессорных системах применяют также некоторую совокупность однотипных цифровых управляющих устройств, соединенных между собой по определенным правилам, заданным топологией системы. Известны многочисленные варианты топологии (иерархическая, шинная, сетевая, кольцевая, матричная, последовательная и др. [47]). На рис. 1.5, а и б приведены примеры сетевой и матричной топологий многопроцессорных систем, где прямоугольниками схематически показаны цифровые управляющие устройства, а кружками — объекты управления.

Структуры данного класса обладают улучшенными характеристиками надежности, отказоустойчивости, производительности, гибкости. Например, при выходе из строя любого цифрового управляющего устройства в системе с сетевой топологией (рис. 1.5, а) сохраняются, по крайней мере, два канала связи со всеми другими управляющими устройствами.

Микропроцессорные САУ с перестраиваемой структурой. Задачи, решаемые САУ, могут зависеть от характера входных воздействий, поступающих в систему управления. Так, управление роботом может осуществляться по разным алгоритмам в зависимости от результата решения задачи распознавания представленного роботу объекта.

В этом и подобных случаях структура САУ оказывается переменной. В микропроцессорных системах она перестраивается программно. Общая структурная схема перестраиваемой системы автоматического управления оцувствленным роботом показана на рис. 1.6. В состав системы входят: цифровой датчик визуальной информации D , блок распознавания изображения $БР$ и коммутации алгоритмов управления $БК$, формирователи управляющих сигналов $\Phi C_1, \dots, \Phi C_k$, блок коммутации выхода $БКВ$, выходной преобразователь $ЦАП$, исполнительное устройство $ИУ$.

Рис. 1.6. Схема микропроцессорной САУ с перестраиваемой структурой:
 --- блоки, реализованные программными средствами



Осуществимость перестройки САУ, выполняемой в реальном масштабе времени на программном уровне, является следствием применения в автоматических системах высокопроизводительных микропроцессорных систем, на которые возлагаются задачи обработки больших потоков информации, связанной со статистическим экспресс-анализом случайных сигналов, их идентификацией, классификацией, распознаванием изображений и т. п. Это в конечном счете существенно улучшает показатели качества управления.

Микропроцессорные САУ с перестраиваемой структурой приобретают в настоящее время различную специфику в зависимости от той области науки, техники, производства, где они применяются (управление технологическими процессами, движущимися объектами, научными экспериментами и т. п.). В связи с использованием микропроцессоров «интеллектуализация» автоматических систем является одним из генеральных направлений их развития.

Структуры с резервированием. Для увеличения отказоустойчивости систем вводится резервирование. Резервирование подразделяется на аппаратное, программное и информационное.

Распространенными методами аппаратного резервирования являются методы, основанные на мажоритарной обработке и обработке с переключением каналов [42]. При мажоритарной обработке микропроцессорная система состоит из n независимых каналов обработки информации (рис. 1.7) и остается в работоспособном состоянии до тех пор, пока сохраняют работоспособность m из n каналов. Например, в системе «2 из 3» работоспособное состояние канала определяется из табл. 1.1, в которой Г и О — соответственно работоспособное и неработоспособное состояния канала.

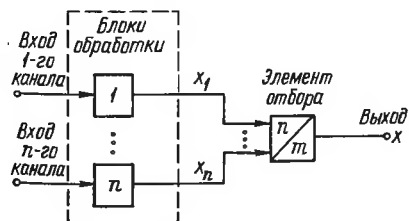


Рис. 1.7. Структура мажоритарной системы

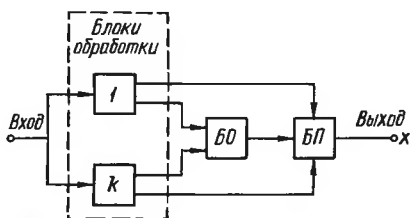


Рис. 1.8. Структура микропроцессорной системы с переключением каналов

Таблица 1.1

ТАБЛИЦА ИСТИННОСТИ
ДЛЯ СИСТЕМЫ «2 ИЗ 3»

x_1	x_2	x_3	x
О	О	О	О
О	О	Г	О
О	Г	О	О
О	Г	Г	О
Г	О	О	О
Г	О	Г	О
Г	Г	О	О
Г	Г	Г	Г

В микропроцессорных системах с переключением каналов избыточные (резервные) каналы обработки информации включаются в работу только после выхода из строя основного или ранее замененного канала. В таких системах имеются дополнительные блоки опознавания (БО) неисправных каналов и их переключения (БП) (рис. 1.8).

Обобщенная структура иерархических САУ. Сложные объекты управления (самолеты, космические аппараты, прокатные станы, роторные конвейерные линии и т. п.) представляют собой совокупность взаимосвязанных многорежимных управляемых подсистем, объединенных единой системой управления. Основ-

полагающими принципами, определяющими структуру системы автоматического управления подобными объектами, являются иерархичность, независимость управления по уровням иерархии и информационная замкнутость [73].

Обобщенная структура иерархической САУ показана на рис. 1.9 (на нулевом уровне иерархии находятся объекты управления; на первом — микроконтроллеры).

Основой аппаратного обеспечения микроконтроллера являются: модули аналогового ввода — вывода и цифрового ввода — вывода, микропроцессор, память и пульт оператора (рис. 1.10).

Модуль аналогового ввода — вывода содержит узлы гальванического разделения сигналов, узел мультиплексирования аналоговых входных сигналов и группу преобразователей непрерывных сигналов и кодов. Узлы гальванического разделения подавляют помехи общего вида и обеспечивают работу с источниками информации, находящимися под различными потенциалами. На-

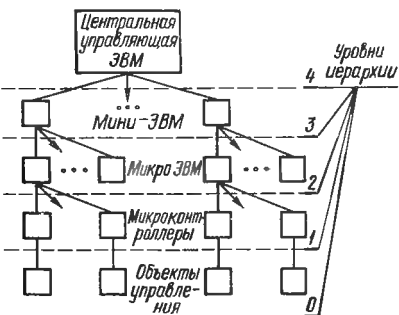


Рис. 1.9. Структура иерархической САУ

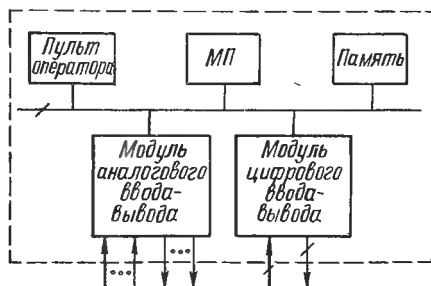


Рис. 1.10. Структура программируемого регулирующего микроконтроллера

значения мультиплексора и преобразователей являются традиционными.

Особенность микроконтроллера проявляется в том, что на его выходе не используется мультиплексирование (число ЦАП равно числу выходных цепей контроллера). Такое построение контроллера связано с необходимостью запоминания каждого значения управляющего сигнала после останова вычислительного процесса. Учитывая, что в распределенной САУ число выходных сигналов невелико, затраты на ЦАП оказываются относительно небольшими.

Узлы ввода — вывода непрерывной и дискретной информации позволяют сопрягать микроконтроллер с непрерывными и дискретными датчиками, с исполнительными механизмами пропорционального, позиционного, интегрирующего и другого действия, а также с различными устройствами дискретного и логического управления.

В микроконтроллере может быть применен микропроцессор как с аппаратным, так и с микропрограммным принципом управления. Аппаратное управление основано на внутреннем микропрограммировании. При аппаратном управлении система команд микропроцессора является фиксированной. Она реализована во внутренних жестких электрических связях в кристалле микропроцессора и не может быть изменена разработчиком САУ. Микропрограммное управление основано на внешнем микропрограммировании (набор команд может быть нефиксированным и изменяться разработчиком САУ).

Особенностью программного обеспечения микроконтроллера является то, что большая часть его памяти программируется на заводе-изготовителе. В нем отсутствуют обычные средства ввода и отладки программ, а также модули сопряжения с ними. Указанные особенности позволяют упростить микроконтроллер и сделать рентабельным его применение для обработки сравнительно небольших массивов информации.

Пульт оператора в микроконтроллере используется для установки требуемой конфигурации регулирующего контура, выбора алгоритма управления, контроля значений технологических переменных, оперативного вмешательства в процесс управления и других целей. Программное обеспечение состоит из программ: диспетчера (координирующего весь вычислительный процесс), рабочих, обслуживания пульта и диагностических. Для программирования используется, как правило, десятичный код, набираемый на панели пульта.

Все алгоритмы микроконтроллера достаточно универсальны и в функциональном отношении эквивалентны типовым звеньям системы автоматического управления или типовой «связке» таких звеньев. Возможности микроконтроллера характеризуют, используя понятие виртуальной (кажущейся) структуры. Виртуальная структура описывает свойства контроллера в традиционных для

систем регулирования понятиях, основными из которых являются каналы управления, с системной точки зрения эквивалентные отдельному прибору или типовому сочетанию приборов непрерывной системы управления, и конфигурация, определяющая систему связи каналов со входами и выходами контроллера, а также варианты взаимодействия каналов.

По оценкам специалистов, существует ограниченное число (ориентировочно 20—25) алгоритмов, комбинация которых позволяет автоматизировать управление процессами и объектами практически любой степени сложности. Эти алгоритмы, оформленные в виде библиотеки программ, хранятся в постоянной памяти и могут быть использованы в любом заданном сочетании. Среди программируемых регулирующих микроконтроллеров особое место занимают однокристалльные микроконтроллеры, выпускаемые серийно. По степени универсальности использования их подразделяют на специализированные, работающие по жесткой программе, и широкого применения, программа действия которых заносится во внешнее запоминающее устройство и может изменяться самим пользователем или по картам-заказам, составленным пользователем.

Примерами однокристалльных перепрограммируемых микроконтроллеров являются контроллеры серии K145 [39]. Это цифровые структуры последовательного действия, использующие принцип многоуровневого программирования. Однокристалльные микроконтроллеры адаптируются к внешним устройствам как по формату управляющих команд, так и по временным характеристикам. Для реализации множества задач управления в таких контроллерах используется специальная система команд, обеспечивающая управление внешними устройствами и выполнение программы. Список команд позволяет организовать как разомкнутую систему управления объектами по жесткой программе, так и замкнутую с большой сетью внутрипрограммных ветвлений в соответствии с условиями, задаваемыми по времени и состоянию датчиков.

На втором уровне иерархии находятся серийные микроЭВМ, которые обеспечивают управление группой функционально связанных объектов. На этом уровне, соответствующем локальному управлению, применяют серийные микроЭВМ многофункционального назначения, такие, например, как микроЭВМ семейства «Электроника-60», «Электроника К1», «Электроника НЦ», «Электроника С5».

Третий уровень включает управляющие устройства, реализованные на базе мини-ЭВМ (например, СМ-4), которые координируют работу группы локальных систем.

На четвертом уровне располагается центральная управляющая ЭВМ, которая является высшим координирующим органом в данной структуре.

Микропроцессоры в промышленных САУ. Внедрение микропроцессоров в системы управления технологическими объектами и процессами наряду с простой заменой элементной базы и некоторым расширением функций аппаратуры создает также принципиально новые возможности в построении децентрализованных или распределенных комплексов. При этом децентрализация предполагает не только рассредоточение аппаратуры, но и распределение функций обработки информации и управления между автономными управляющими устройствами или программируемыми регулирующими микроконтроллерами (ремиконтами).

Схема ремиконта *МРН3333* приведена на рис. 1.11 [73]. В состав ремиконта входят: микропроцессор *МП*, память, модули ввода — вывода, фильтры Φ , *АЦП* с мультиплексором, *ЦАП* с мультиплексором и дисплей *Д*.

Ремиконт обеспечивает автоматическое управление процессами по закону пропорционально-интегрально-дифференциального регулирования (*ПИД-регулирование*), генерирование уставок, выполняет операции интегрирования, дифференцирования, фильтрации, умножения и т. п.

Рабочие программы позволяют реализовать сложные процедуры управления, например: параметрическую оптимизацию, автоматический выбор переменных, компенсацию нелинейностей и т. п. С помощью ремиконтов реализуются системы оптимального управления, а также системы с моделями, включенными в контур управления.

Основные принципы, составляющие идеологию построения ремиконтов, реализованы в децентрализованной микроконтроллерной системе *TDC-2000*, в системе прямого цифрового управления *TOSDIE-200*, распределенной микропроцессорной системе управления Σ *Line UNITROL* и др. [84].

Программируемые регулирующие микроконтроллеры являются универсальными техническими средствами широкого применения. Для реализации конкретных функций управления используются специализированные микроконтроллеры. Они имеют структуру и систему команд, ориентированные на некоторый класс задач.

Так, схема управления тремя электродвигателями [48] позволяет создать компактную и чрезвычайно гибкую систему позиционного управления. Основу схемы составляют программный

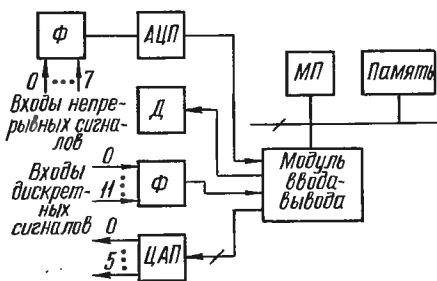
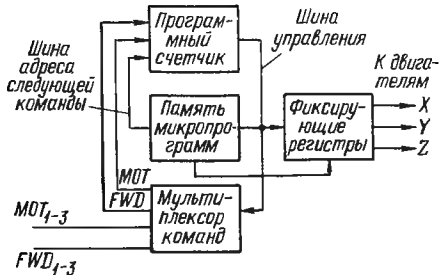


Рис. 1.11. Структурная схема ремиконта

Рис. 1.12. Схема микропрограммного управляющего устройства



счетчик и память микропрограмм (рис. 1.12). Программный счетчик обеспечивает динамическое управление каждым двигателем, которое зависит от информации, хранимой в ПЗУ. В последнем хранятся программные последовательности прямого и

обратного хода, а также кода выбора и отключения каждого двигателя и трехразрядное командное поле для программного счетчика. Каждый двигатель имеет собственные коды последовательностей шагов программы, хранимые в ПЗУ. Поэтому не требуется, чтобы все три шаговых двигателя были одинакового типа и имели совпадающие законы управления.

Память микропрограмм хранит слово длиной восемь разрядов, включающее коды команды, адреса следующей команды и выбора двигателя. Информация, задающая направление вращения каждого двигателя, вводится в программный счетчик по линиям $FWD_1 — FWD_3$ мультиплексора. Активное состояние каждого двигателя определяется линиями $MOT_1 — MOT_3$. Схема синхронизируется с частотой, зависящей от требований к системе и параметров шаговых двигателей.

Специализированные микроконтроллеры редко используются автономно. В основном они работают совместно с универсальными микропроцессорными системами общего назначения в качестве дополнительного периферийного микроконтроллера, управляются ими и увеличивают их функциональные и вычислительные возможности.

Специализированные микроконтроллеры открывают новые возможности в построении адаптивных и обучающихся роботов, гибких автоматических и автоматизированных производств.

Микропроцессоры в научном эксперименте. Микропроцессоры находят широкое применение в системах автоматизации научных исследований (АСНИ) для сбора научной информации, ее обработки, хранения, выработки решений, формирования управляющих воздействий, поступающих на объект исследования, и т. п. [9].

Многофункциональная АСНИ на базе микропроцессора (рис. 1.13) [102] содержит блок ПЗУ емкостью 4 Кбайта, ОЗУ емкостью 3 Кбайта, БИС последовательного и параллельного интерфейса, АЦП, ЦАП и схему формирования стробов.

Система управляется командами программы, организованными в виде двух отдельных частей: исполнительной и системной. Исполнительная программа (монитор) содержит подпрограммы связи с телетайпом и загрузки программ на машинном языке

Рис. 1.13. Схема многофункциональной АСНИ

в ОЗУ для их отладки. Системная программа используется для составления и исполнения программ пользователя на специальном языке программ пользователя (ЯПП), который является языком высокого уровня, предназначенным для управления аппаратурой. Системная программа может работать в трех режимах: управления, проверки формата и исполнения. В режиме управления в систему вводится программа пользователя. Режим проверки формата используется для обнаружения синтаксических ошибок. После исправления всех ошибок система переходит в режим исполнения программы пользователя, который осуществляет интерпретатор, транслирующий в процессе выполнения команды на языке ЯПП в машинные команды.

Описанная система АСНИ эффективно использовалась в качестве дискретизатора кривых и графопостроителя, таймера, для управления работой шагового электродвигателя, для статистической обработки сигналов, выполнения некоторых математических и других операций, связанных с проведением и анализом результатов экспериментальных исследований.

Микропроцессоры в медицинской технике. Важной областью использования микропроцессоров являются автоматические системы, применяемые в медицинской технике. Функции микропроцессоров в таких системах чрезвычайно разнообразны. Они связаны с организацией медицинского эксперимента, диагностикой болезней, контролем за состоянием больных, автоматическим введением инъекций и т. п. [64].

Например, в протезе руки [75] микропроцессор распознает принятый от мозга электрический импульс, называемый миоэлектрическим сигналом, формирует команды управления двигателями локтевого и лучезапястного суставов, а также суставов кисти (рис. 1.14).

Эта система управления способна распознавать команды мозга и приводить в действие микроэлектродвигатели за 0,2 с. Наибольшей трудностью при создании протеза руки было, по

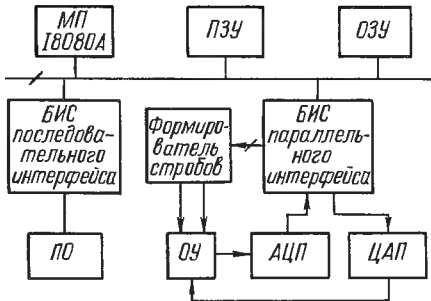
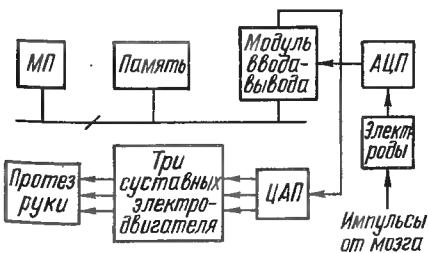


Рис. 1.14. Схема управления протезом руки

нению авторов, создание программных средств, обеспечивающих распознавание и быструю реакцию на различные импульсы мозга. Система снабжена программными средствами, обеспечивающими идентификацию функций различных суставов и превращающих миоэлектрические сигналы в команды. Для людей, утративших возможность пользоваться своими конечностями, разработана система, управляемая свистом [25]. Эта система помогает им включать свет, переворачивать страницы книги, набирать номер телефона, а также совершать необходимые другие действия.

Идея построения прибора заключается в том, что каждому из управляемых объектов присваивается номер. Эти номера последовательно автоматически воспроизводятся на светодиодном индикаторе передней панели системы. Когда на индикаторе появляется номер, соответствующий объекту, пользователь подает звуковой сигнал. Система воспринимает этот сигнал и включает нужный прибор.

Микропроцессоры в авиационной технике. Значительная доля применений микропроцессоров приходится на авиационную технику. Устройства, обслуживаемые микропроцессорами в авиационной технике, разнообразны. Это «интеллектуальные» датчики, способные решать задачи адаптивного выделения полезных сигналов из шумов, преобразователи координат и формирователи управляющих воздействий на исполнительные органы, обеспечивающие заданные законы движения управляемых объектов, системы помехоустойчивого кодирования и декодирования, управления адаптивными антенными решетками и многие другие [91, 94, 110].

В качестве примера рассмотрим радионавигационную систему *R-Nav* [110]. Микропроцессорная вычислительная система управляет полетом самолета с целью достижения пункта назначения по прямому курсу. Для вычисления микропроцессором прямой траектории пилот задает с пульта конечную точку полета, а также азимутальные данные и частоты опорных пунктов сети радиомаяков, расположенных по курсу. Он может ввести также другие параметры, например необходимую высоту в какой-то конкретной точке полета. В процессе полета с приемника сигналов сети радиомаяков и с дальномера (рис. 1.15) поступают реальные параметры для сравнения с параметрами запланированного курса полета. На основании этих данных микропроцессор производит все вычисления, необходимые для автоматического или ручного управления полетом.

Поскольку радионавигационная система *R-Nav* взаимодействует с существующей самолетной измерительной аппаратурой, многие, обычно аппаратные, решения заменены в данном случае подпрограммами работы микропроцессорной вычислительной системы. Такой подход позволяет не только минимизировать габаритные размеры системы, но также делает возможным вместо многократно повторяющихся затрат на изготовление технических

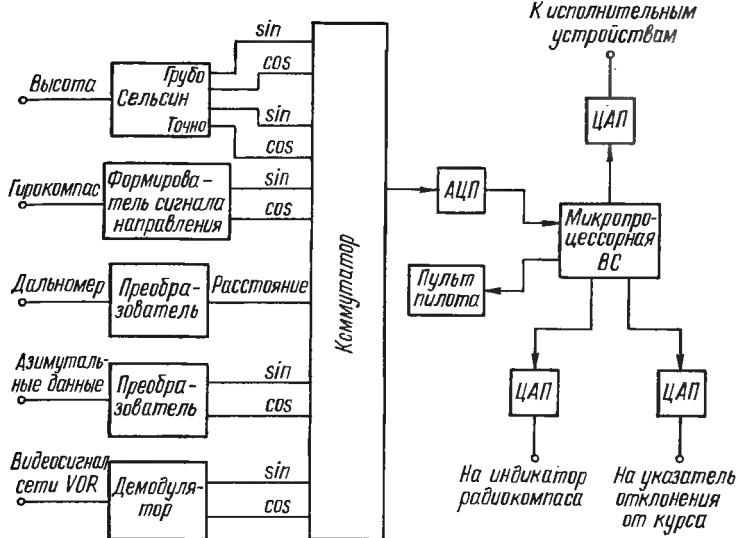


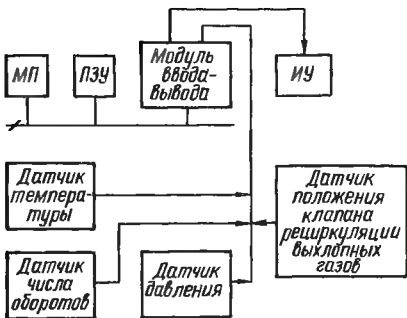
Рис. 1.15. Структура радионавигационной системы

средств ограничиться разовыми затратами на разработку программного обеспечения.

Другие области применения микропроцессоров. Микропроцессоры нашли широкое применение в энергетике [70]. Например, автоматическая система управления солнечным обогревом с жидкостным теплоносителем [36] обеспечивает поддержание нормальных условий в отапливаемых помещениях и экономный расход тепла. Число каналов этой системы управления равно шестнадцати. В состав системы входят: программируемое цифровое управляющее устройство, аналого-цифровой преобразователь, цифровой индикатор, клавиатура, преобразователь команд управления. В памяти программируемого ЦУУ хранится программа решения системы логико-арифметических уравнений. Коэффициенты уравнений находятся в ОЗУ. Модификация коэффициентов может производиться через клавиатуру, что позволяет видоизменять систему без аппаратурной перестройки.

В режиме управления обогревом на вход АЦП поступают сигналы от термисторных датчиков температуры. Цифровые бинарные сигналы от контактов переключателей и клавиатуры поступают в цифровое управляющее устройство напрямую — через 16-входовые БИС интерфейса. Результатом работы программы являются сигналы двух видов: цифровые данные о температуре и дискретные управляющие сигналы, поступающие на электромеханические реле или твердотельные переключатели,

Рис. 1.16. Схема системы управления автомобильным двигателем



которые обеспечивают включение и выключение насосов и открытие — закрытие клапанов системы теплоснабжения.

Данная система может использоваться также для управления другими объектами, где требуется на основе сигналов множества датчиков

формировать дискретные управляющие сигналы. Использование микропроцессоров в системах рационального распределения топливно-энергетических ресурсов является особо актуальным. Выравнивание нагрузок, отключение второстепенных нагрузок в заданное время с автоматическим включением по программе, отключение нагрузок при приближении расхода энергии к запрограммированному значению, равномерное распределение нагрузки в течение заданных периодов времени и т. п. обеспечивают уменьшение потребления энергии на 20—30 %.

Широкое применение микропроцессоры находят также в электронных весах, в кассовых автоматах, в игровых автоматах, в системах управления двигателями автомобилей, бытовой аппаратурой и др. Применение микропроцессоров в системах управления, например, двигателями автомобилей, обеспечивает сокращение расхода топлива, увеличение ресурса двигателей, снижение содержания вредных примесей в выхлопных газах [41]. Схема системы управления двигателем автомобиля приведена на рис. 1.16 [84]. Микропроцессорная система осуществляет синхронизацию зажигания, измерение потребления топлива и рециркуляцию выхлопных газов. Для этого она получает соответствующие данные от датчиков, сигналы которых после мультиплексирования и преобразования в цифровой код поступают в микропроцессор.

В зависимости от характера сигналов, поступающих с датчиков двигателя, и программ, хранящихся в ПЗУ, микропроцессор вырабатывает соответствующие сигналы управления режимом зажигания и положением клапана рециркуляции, которые поступают на исполнительные устройства.

Основная проблема использования микропроцессоров в системах управления двигателями автомобилей связана с необходимостью разработки и использования точных, высоконадежных, компактных и дешевых датчиков, характеризующих режимы работы двигателя.

ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МИКРОПРОЦЕССОРОВ В СИСТЕМАХ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

2.1. ОСОБЕННОСТИ УПРАВЛЕНИЯ В РЕАЛЬНОМ МАСШТАБЕ ВРЕМЕНИ

Выбор микропроцессорных комплектов БИС в соответствии с требованиями к их быстродействию. Системы автоматического управления на основе микропроцессоров работают в реальном масштабе времени. Работа в реальном масштабе времени означает, что длительность цикла обработки информации $T_{ц}$ в цифровом управляющем устройстве на базе МПК БИС согласована с требованиями к качеству управления, с частотными характеристиками элементов контура управления и со спектрами возмущений. Она не может быть больше величины T — такта дискретизации процесса по времени, который устанавливается расчетным путем или методом математического моделирования.

За время, равное $T_{ц}$, микропроцессорная вычислительная система должна провести относительно большой объем расчетов, связанных с алгоритмами обработки сигналов в системе управления. В связи с этим одним из важных вопросов является выбор микропроцессорного комплекта БИС с соответствующим быстродействием.

С рассматриваемых позиций все микропроцессорные комплекты БИС можно подразделить на три группы: с аппаратным управлением; с микропрограммным управлением; проблемно-ориентированные.

Аппаратный принцип управления используется в однокристальных микропроцессорах с фиксированной системой команд. Типичными представителями микропроцессорного комплекта БИС с аппаратным управлением являются комплекты серии К580 с 8-разрядным микропроцессором КР580ИК80, рассмотренный в гл. 3, и микропроцессор КР1801ВМ2 с системой, команд, приведенной в приложении 1.

Создание на одном кристалле 8-разрядного микропроцессора с устройством управления потребовало высокой степени интеграции на основе n -МОП технологии, использование которой стало тормозом в обеспечении высокого быстродействия процессора. Кроме того, вследствие высокой степени унификации архитектуры систем на базе микропроцессоров с аппаратным принципом управления в ней трудно учесть особенности конкретной задачи управ-

ления. Этот фактор ограничивает производительность микропроцессорных вычислительных систем на базе однокристалльных микропроцессоров, включенных в контур управления.

Повышение быстродействия, достижение большей степени адаптации под особенности конкретного алгоритма управления обеспечивается использованием биполярной технологии, на основе которой созданы микропроцессоры с микропрограммным принципом управления.

Микропрограммный принцип управления используется в многокристалльных (модульных) микропроцессорах. Типичными представителями микропроцессорных комплектов БИС с микропрограммным управлением являются комплекты серий К588, К589, КР1804 и др., рассмотренные в гл. 4.

Дальнейшее повышение производительности микропроцессоров достигается включением в их структуру специализированных процессоров, ориентированных на решение соответствующих классов задач проблемно-ориентированных микропроцессоров. Для этих процессоров характерна аппаратная реализация некоторых типовых алгоритмов [92]. Так, в набор из трех быстродействующих микропроцессорных БИС [86] включены векторный, матричный и скалярный процессоры, обрабатывающие данные с плавающей запятой. Такой набор БИС позволяет строить вычислительные системы, которые по производительности приближаются к крупным ЭВМ. Этот набор БИС может быть использован для аппаратурной реализации Фурье-процессора, выполняющего быстрое преобразование Фурье с производительностью около 20 млн 32-разрядных операций в секунду [86].

Примеры специализированных микропроцессоров, предназначенных для реализации некоторых сложных операций, таких, как операции интегрирования дифференциальных уравнений, преобразования компонентов векторов и тензоров, операций над матрицами и векторами, даны в работе [47].

Использование методов ускоренных вычислений. Для сокращения длительности цикла обработки информации в программируемых цифровых управляющих системах широко используют различные эффективные методы ускоренных расчетов, основанные на быстрых и рекуррентных алгоритмах, табличных, циклических, пирамидальных и других вычислениях.

Хорошо известны, например, алгоритмы быстрого преобразования Фурье, приведенные в гл. 12. Они позволяют ускорить вычисление дискретного преобразования Фурье (ДПФ) в сто и более раз по сравнению с классическими алгоритмами вычисления ДПФ [89], быстрой свертки, быстрого обращения матриц, быстрой оценки параметров многомерной системы, ускоренного умножения и т. д. [11, 56, 98]. Для вычисления многих функций, используемых в САУ, применяется метод ускоренных вычислений, основанный на гнездовых скобочных выражениях, экономизации Чебышева и др. [96].

Распараллеливание вычислительных задач. Повышение производительности программируемых цифровых управляющих устройств достигается распараллеливанием вычислительных задач. Относительно успешно поддаются распараллеливанию хорошо структурированные задачи, решение которых опирается на совокупность параллельно реализуемых операций над однотипными данными. К их числу относятся операции над векторными и матричными данными, реализуемые в векторных, матричных и ассоциативных структурах. О такого типа задачах говорят, что в них множественный поток данных допускает использование одного потока команд [47].

Множественный поток данных и множественный поток команд требуют применения классической структуры многопроцессорной вычислительной системы, содержащей для каждого потока данных и команд свой процессор. К такого рода структурам можно отнести системы с шинной организацией, структуры с перекрестной коммутацией и с многовходовой памятью [5]. Для многих задач, возникающих в САУ, высокоэффективным методом распараллеливания является организация конвейера. Наиболее просто конвейерный принцип обработки может быть реализован при решении задач, допускающих формирование сгруппированных потоков команд, которые необходимо выполнить над функционально связанными одиночными или множественными потоками данных. Конвейерная организация структуры вычислительной системы эффективна, например, при численном интегрировании системы обыкновенных дифференциальных уравнений [17].

Параллельные численные методы для других классов задач приведены в работах [47, 61, 85], а также в гл. 6. В частности, в монографиях [47, 89] приведены алгоритмы БПФ, а в работе [85] — алгоритм быстрого матричного умножения, ориентированные на использование многопроцессорных структур с повышенным уровнем параллелизма.

Переход к аппаратурной реализации времяемких алгоритмов. В микропроцессорных САУ некоторые часто встречающиеся операции, такие, как умножение, деление, операция типа «бабочка» и др., требующие значительных затрат процессорного времени, реализуются на сверхбыстродействующих элементах цифровой микроэлектроники. Одновременно с переходом к аппаратурной реализации алгоритмов используют высокоэффективные методы ускоренных вычислений. Умножение двоичных чисел осуществляется, например, с использованием циклической матрицы, пирамиды *Wallace*, табличного поиска и др. [20].

В устройствах умножения использование табличного поиска в чистом виде затруднено, так как необходима память большой емкости. Компромиссным решением является сочетание матриц постоянной памяти с суммирующими блоками. Ниже при-

веден пример умножения 16-разрядного числа на 8-разрядное

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \times \\
 \begin{array}{cc}
 B4 & B3 & B2 & B1 \\
 A2 & A1 & &
 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{cc}
 A1 & B1 \\
 A1 & B2 \\
 A2 & B1
 \end{array} \\
 + \begin{array}{cc}
 A1 & B3 \\
 A2 & B2 \\
 A1 & B4 \\
 A2 & B3 \\
 A2 & B4
 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{cccccc}
 P5 & P4 & P3 & P2 & P1 & P0
 \end{array}
 \end{array}$$

Умножение производится следующим образом. Множимое B и множитель A разбиты на группы по четыре разряда каждая. Программа умножения осуществляет поиск частичных произведений этих групп в матрице постоянной памяти. Для хранения частичных произведений 4-разрядных чисел требуется постоянная память с объемом в 256 8-разрядных чисел. Выбранные из постоянной памяти частичные произведения складываются в 4-разрядных двухвходовых сумматорах так, как показано выше.

Быстродействие схемы, реализованной по этому алгоритму, определяется временем выборки частичных произведений из постоянной памяти, быстродействием сумматоров и временем прохождения сигнала переноса.

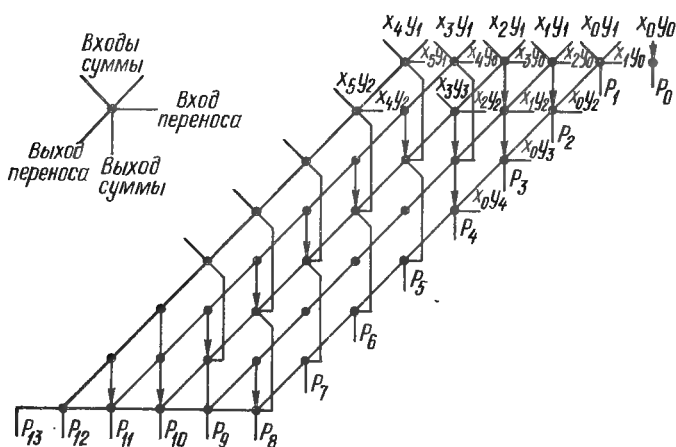


Рис. 2.1. Схема матричного умножителя

Самые быстрые умножители состоят из двумерной матрицы одноразрядных сумматоров. Их называют матричными умножителями. Схема матричного умножителя с диагональным распространением переноса и древовидной организацией суммирования обладает среди матричных структур наибольшим быстродействием (рис. 2.1) [89]. На рис. 2.1 каждая точка обозначает одноразрядный сумматор. Данный матричный умножитель представляет собой законченную логическую схему без элементов памяти. Результат получается после подачи сомножителей за время, равное времени установления схемы, определяемое суммой всех задержек суммирования и переноса. Время умножения 16-разрядных чисел на элементах ЭСЛ составляет для данного умножителя несколько десятков наносекунд [89].

2.2. ЭФФЕКТЫ В САУ, СВЯЗАННЫЕ С КВАНТОВАНИЕМ ПО УРОВНЮ

Ошибки, вызванные квантованием по уровню. В микропроцессорных САУ квантование по уровню происходит в АЦП и в некоторых случаях — в ЦАП. В этих преобразователях возникают специфические ошибки, на особенностях которых остановимся несколько подробнее (рис. 2.2).

Датчики непрерывных величин часто вырабатывают сигналы в виде напряжений или токов стандартных диапазонов. Эти сигналы квантуются по уровню и переводятся в цифровые коды в АЦП. Сигнал представляется в виде двоичного числа с фиксированной запятой. Шаг квантования δ_A задается разрядностью преобразователя α и равен $\delta_A = x_{\max}/(2^\alpha - 1)$, где $x_{\max}$ — максимальное значение преобразуемого сигнала; α — число двоичных разрядов преобразователя.

На выходе АЦП формируется цифровой код, равный целому числу l шагов квантования δ_A , содержащихся в непрерывной величине x , поданной на его вход: $x_0 = l\delta_A$, $l = 0, 1, 2, \dots, 2^\alpha - 1$. Остаток $\delta_x < \delta_A$ либо округляется, в результате чего получается ближайшее снизу или сверху к величине x целое число, либо отсекается. В обоих случаях справедливо соотношение $x = x_0 + \delta_x$, где ошибка квантования δ_x заключена при округлении в пределах

$$-0,5 < (\delta_x/\delta_A) < 0,5 \quad (2.1)$$

и при усечении в пределах

$$0 \leq (\delta_x/\delta_A) < 1. \quad (2.2)$$

Цифровые коды с выхода АЦП пересылаются в микропроцессор, в котором могут возникнуть ошибки, обусловленные конечной

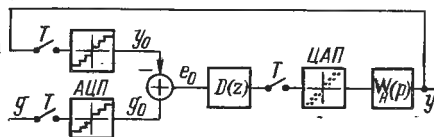


Рис. 2.2. Структура САУ с блоками квантования по уровню

длинной разрядной сетки процессора, приводящей к возникновению погрешностей при выполнении арифметических операций и хранении констант. Если в процессоре предусмотрены средства для обработки чисел в формате с плавающей запятой, то арифметические ошибки в этом случае являются, как правило, пренебрежимо малыми величинами.

В микропроцессорных САУ исполнительные устройства, как правило, имеют вход непрерывной величины. В этом случае квантованные по уровню сигналы с выхода микропроцессора подвергаются цифроаналоговому преобразованию. ЦАП может стать источником ошибок квантования, если в нем происходит усечение цифрового кода, поступившего с цифрового управляющего устройства.

Влияние квантования сигналов на качество микропроцессорных САУ. Предположим, что в контуре управления присутствует единственный источник квантования — АЦП. В этом случае оцифрованный сигнал можно приближенно рассматривать как непрерывный сигнал, на который наложена случайная помеха — шум квантования. Математическое ожидание шума квантования равно нулю при округлении и равно $\pm\delta_A/2$ при усечении. Дисперсия шума квантования в обоих случаях равна $\delta_A^2/12$.

Шум квантования, возникающий в преобразователе непрерывной величины в код, действует подобно белому шуму, приводящему к возникновению отклонений управляемой переменной, величина которых может превзойти шаг квантования δ_A . При воздействии на систему управления детерминированного сигнала в контуре управления возникают либо статические ошибки, либо устойчивые периодические или квазипериодические режимы. Статические ошибки и амплитуды периодических режимов имеют порядок шага квантования δ_A . Подобные режимы возникают в основном в тех случаях, когда применяются управляющие алгоритмы повышенной эффективности [42].

Наиболее эффективным методом исследования описанных явлений и ослабления их влияния является математическое моделирование.

Влияние округления коэффициентов. Округление коэффициентов приводит к изменению параметров передаточной функции цифрового управляющего устройства и, как следствие этого, к изменению статических и динамических характеристик САУ. Как правило, погрешности округления коэффициентов при задании параметров могут не учитываться, так как они чрезвычайно малы по сравнению с ошибками, возникающими при построении модели объекта управления [42]. Подробнее эти вопросы рассмотрены в гл. 6.

Квантование по уровню и показатели качества решений автоматических устройств. В системах автоматического управления со сложной коммутируемой структурой широко используются различные устройства с решающими блоками. Ими могут быть,

например, классификаторы, схемы диагностики, статистической экспресс-обработки сигналов и др. [46]. Результаты работы этих устройств влияют на структуру автоматических систем, а значит, и на показатели эффективности их функционирования.

Рассмотрим в качестве примера задачу цифровой классификации одномерных квазистационарных нормально распределенных случайных сигналов x_i ($i = 1, 2$) с различными априорно неизвестными средними значениями $\bar{x}_1$ и $\bar{x}_2$; одинаковыми, но также априорно неизвестными дисперсиями σ^2 . Предположим, что $i = 1$ соответствует альтернативе, $i = 2$ — гипотезе. Один из возможных в данном случае алгоритмов классификации содержит операции статистического оценивания $\bar{x}_1$, $\bar{x}_2$ и σ^2 , формирования с использованием этих данных аналоговой величины порогового уровня $x_{\text{п}}$ и сравнения наблюдаемого значения процесса x с величиной порога для принятия решения о выборе x_1 или x_2 . При цифровой реализации классификатора диапазон возможных значений порога принятия решений квантуется на $2^{\alpha-1}$ уровней. Численное значение порогового уровня устанавливается с погрешностью, достигающей величины шага квантования. Это объясняется тем, что вероятность ложных тревог при аналоговой реализации задана и не может быть увеличена при цифровой обработке сигналов (для критерия оптимальности Неймана — Пирсона).

В связи с погрешностью установки порога, определяющего решение, устройство теряет оптимальность и вероятность правильной классификации снижается. Нетрудно показать, что максимальное изменение вероятности правильной классификации в сторону снижения равно [44]

$$\Delta P_m = \Phi[\Delta \bar{x}_n - \Phi^{-1}(1 - P_{\text{лт}})] - \Phi[\Delta \bar{x}_n - \Delta x_n - \Phi^{-1}(1 - P_{\text{лт}})], \quad (2.3)$$

где $\Phi[\cdot] = (\sqrt{2\pi})^{-1} \int_{-\infty}^{\cdot} e^{-t^2/2} dt$ — интегральная функция нормальной случайной величины; $\Phi^{-1}[\cdot]$ — обратная интегральная функция; $\Delta \bar{x}_n = (\bar{x}_2 - \bar{x}_1)/\sigma_1$ — нормированный шаг квантования; $P_{\text{лт}}$ — вероятность ложных тревог.

Из анализа выражения (2.3) следует вывод, что шаг квантования диапазона изменения порога принятия решений существенно влияет на величину ΔP_m , характеризующую снижение вероятности правильного обнаружения. Так, если $\Delta \bar{x}_n = 6$ (это соответствует при $P_{\text{лт}} = 10^{-4}$ вероятности правильного обнаружения оптимальным классификатором 0,99) и $\Delta x_n = 0,1 \Delta x$, то $\Delta P_m = 0,04$.

Уравнение (2.3), преобразованное к виду

$$x_n = \Delta \bar{x}_n - \Phi^{-1}(1 - P_{\text{лт}}) - \Phi^{-1}\{\Phi[\Delta \bar{x}_n - \Phi^{-1}(1 - P_{\text{лт}})] - \Delta P_m\}, \quad (2.4)$$

позволяет вычислить необходимое число уровней квантования диапазона изменения величины порога принятия решений, кото-

рое обеспечивает снижение вероятности ΔP_m на значение не выше заданного. Для этого на основе априорных сведений о статистических свойствах процессов устанавливается размер диапазона D . На нижней границе диапазона x_n по заданным величинам ΔP_m и $P_{\text{лт}}$ по формуле (2.4) вычисляется величина $\Delta \bar{x}_n$.

Приведенные примеры показывают, что решение проблемы обеспечения заданных показателей качества управления связано, в частности, с выбором числа уровней квантования входного сигнала, которое зависит как от энергетических характеристик процесса, так и от алгоритма обработки информации, и ограничено соответствующими характеристиками преобразователей непрерывных сигналов в код и длиной разрядной сетки микропроцессорной вычислительной системы.

Для устранения этих нежелательных явлений необходимо выполнить следующие условия [42]:

1) разрядности входных и выходных преобразователей, а также диапазон представления чисел в процессоре должны быть достаточно большими и соответствовать друг другу;

2) следует добиваться максимального заполнения разрядной сетки преобразователей и процессора введением рационального масштабирования данных;

3) операции умножения (деления) следует выполнять с двойной точностью;

4) если при проверке САУ обнаруживается предельный цикл, то изменением параметров системы необходимо ослабить его действие;

5) необходимо следить, чтобы в цепях прямой связи не возникали зоны нечувствительности вокруг установившихся состояний;

6) разрядность преобразователя непрерывной величины в код следует выбирать таким образом, чтобы его погрешность квантования была меньше статических и динамических ошибок датчиков;

7) разрядность преобразователя кода в непрерывную величину целесообразно задавать такой, чтобы изменение управляющего сигнала на один шаг квантования вызывало после прохождения через непрерывную часть системы изменение кода в преобразователе непрерывной величины в код на единицу младшего разряда.

2.3. СОПРЯЖЕНИЕ НЕПРЕРЫВНОЙ И ЦИФРОВОЙ ЧАСТЕЙ МИКРОПРОЦЕССОРНОЙ САУ

Особенности выбора аналого-цифрового преобразователя. Для преобразования непрерывных сигналов в код и обработки их в реальном масштабе времени применяют быстродействующие АЦП с диапазоном по амплитуде, равным восьми и более двоичным разрядам.

Быстродействующий и разрешающая способность АЦП зависят от технологии изготовления используемых БИС и метода преобразования непрерывной величины в код.

Широкое распространение при изготовлении АЦП, работающих на частотах до 100 МГц, получила биполярная технология. Диапазон этих преобразователей ограничен, однако, 4—6 разрядами. Это связано с тем, что плотность упаковки элементов в кристаллах БИС, выполненных по биполярной технологии, относительно невысока. Использование высокоскоростного параллельного принципа преобразования приводит в этом случае при увеличении числа разрядов к экспоненциальному росту размеров кристалла. Более прогрессивной для 8-разрядных преобразователей является модифицированная 1-мкм биполярная технология на основе эмиттерно-связанной логики (ЭСЛ) [57]. Еще более плотная упаковка кристаллов интегральных БИС достигается по технологии комплементарных МОП-схем (КМОП-схем) на сапфире. Так, 8-разрядный преобразователь, выполненный по 4-мкм КМОП технологии, занимает около 2/3 площади кристалла, необходимой для такого преобразователя, изготовленного по модифицированной 1-мкм биполярной технологии. Приборы, изготовленные по КМОП-технологии, энергетически выгоднее преобразователей, изготовленных по биполярной ЭСЛ-технологии, но имеют примерно на порядок меньшую частоту дискретизации преобразуемого сигнала [37].

Быстродействующий α -разрядный АЦП можно создать на основе двух $\alpha/2$ -разрядных АЦП и одного ЦАП, используя принцип двухступенчатого преобразования.

В двухступенчатых преобразователях непрерывный сигнал обрабатывается в двух амплитудных диапазонах: сначала осуществляется грубое преобразование, например 6-разрядным АЦП; затем следует точное преобразование, позволяющее повысить разрешающую способность преобразователя.

В начале каждого цикла преобразования (рис. 2.3) АЦП₁ преобразует сигнал с диапазоном, равным шести разрядам. ЦАП превращает полученный цифровой код в непрерывный сигнал, который вычитается из исходного сигнала. Разностный сигнал обрабатывается ступенью точного АЦП, образующего младшие разряды цифрового кода.

Выравнивание длины кода преобразователя и слова данных процессора. Преобразователь непрерывной величины в код обычно имеет длину разрядной сетки, соответствующую 8—12 двоичным разрядам. Процессор оперирует со словами длиной в 16 и более двоичных разрядов. Кроме того, в процессоре отрицательное число представляется в дополнительном коде. Следовательно,

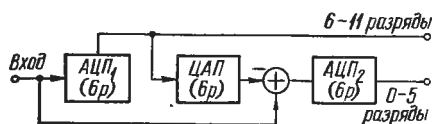
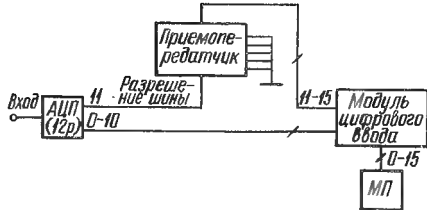


Рис. 2.3. Схема двухступенчатого АЦП

Рис. 2.4. Схема сопряжения АЦП с цифровым управляющим устройством



если, например, двоичный код отрицательного числа, поступающего с выхода АЦП, равен 1000.1011.1000. (старший, т. е. 12-й, разряд — знаковый), то в 16-разрядном процессоре этому коду должно соответствовать число 1111.1000.1011.1000. Модификация знакового разряда процессора (16-й разряд) и старших значащих разрядов кода данных может быть выполнена аппаратурными средствами в процессе ввода данных в цифровую часть САУ [32].

Сопряжение АЦП с цифровой частью САУ можно реализовать по схеме, показанной на рис. 2.4. Двенадцатый разряд преобразователя — знаковый; используется для управления магистральным приемопередатчиком по его входу «Разрешение шины». Когда входной сигнал преобразователя положителен, сигнал старшего разряда равен нулю и приемопередатчик закрыт. В результате пять старших разрядов кода $D_{11} — D_{15}$, поступающего в цифровую часть системы, также равны нулю. Если входной сигнал отрицателен, то в старшем разряде преобразователя содержится единица. Следовательно, и в пяти старших разрядах кода на входе цифровой части системы также формируются единицы. Управление схемой сопряжения осуществляется в режиме прерывания или на основе организации обмена с квитированием.

Объединение цифрового управляющего и исполнительных устройств. Одними из важнейших функций, выполняемых вычислительной системой в микропроцессорной САУ, являются функции управления, регулирования и стабилизации. Эти функции характерны для цифрового управляющего фильтра. В этом смысле вычислительную систему в САУ можно называть цифровым управляющим фильтром. На выходе программируемого цифрового управляющего устройства требуемая величина управляющей переменной или ее приращения представляются в форме цифрового кода. Для управления исполнительными устройствами непрерывного типа (электрическими, пневматическими, гидравлическими приводами) между этими устройствами и цифровыми управляющими устройствами включают преобразователи кода в непрерывную величину ЦАП и фиксирующие элементы, называемые также экстраполяторами (Э). Экстраполяторы чаще всего сохраняют требуемое значение управляющей переменной на время, равное периоду дискретности T . Известны и другие типы экстраполяторов [14].

В зависимости от количества используемых ЦАП возможны два способа управления непрерывными исполнительными устройствами: с использованием одного ЦАП и нескольких экстраполя-

торов

торов и с использованием нескольких ЦАП и экстраполяторов (рис. 2.5, а, б). Для исполнительных устройств с непосредственным цифровым управлением необходимы только устройства промежуточной памяти (регистры), включаемые между устройством ввода — вывода и исполнительными устройствами.

Требования, предъявляемые к цифроаналоговым преобразователям. На выходе цифрового управляющего устройства стоит преобразователь кода в непрерывную величину ЦАП (см. рис. 2.2).

Основными параметрами ЦАП являются точность и время установления. Точность характеризуется отклонением аналогового выходного сигнала от расчетного значения, которое выражается в процентах от полного диапазона изменения выходного сигнала. Время установления — это интервал времени от момента скачкообразного изменения входного цифрового кода до момента, когда выходной непрерывный сигнал достигает нового установившегося значения с наименьшей погрешностью. Время установления характеризует быстродействие преобразователя.

В микропроцессорных САУ, работающих в масштабе реального времени, часто возникает необходимость использовать быстродействующие ЦАП. Наиболее распространенным быстродействующим является параллельный преобразователь на коммутаторах тока с резистивной сеткой. Схема такого преобразователя показана на рис. 2.6. Она содержит блок источников равных токов $ИТ_1, \dots, ИТ_\alpha$, резистивную сетку $R - 2R$, компенсационный (КУ) и выходной операционный (ОУ) усилители [12].

В рассматриваемом преобразователе допустимы небольшие отклонения сопротивлений резисторов от их номиналов, так как они могут быть скомпенсированы соответствующей регулировкой источников токов в разрядах преобразователя.

Параллельные преобразователи могут быть реализованы без резистивной сетки на интегральных делителях (генераторах)

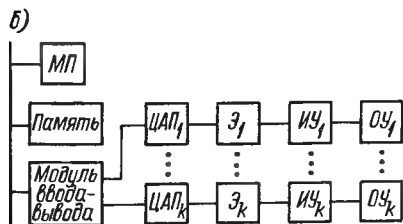
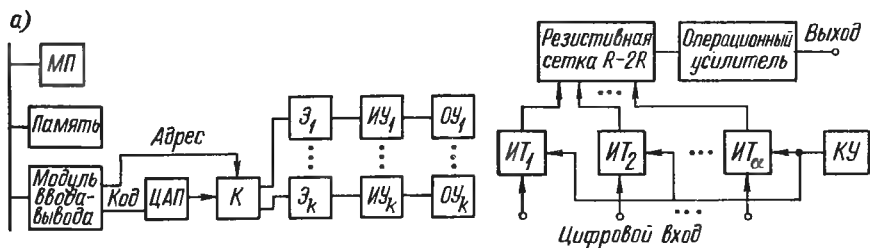


Рис. 2.6. Функциональная схема быстродействующего ЦАП

Рис. 2.5. Варианты сопряжения цифровых устройств: а — управляющего; б — исполнительного

опорных токов. Отсутствие прецизионных резисторов привело к высокой технологичности, обусловившей серийный выпуск таких преобразователей в виде больших интегральных микросхем [4, 51].

Глава 3

МИКРОПРОЦЕССОРНЫЕ КОМПЛЕКТЫ С АППАРАТНЫМ ПРИНЦИПОМ УПРАВЛЕНИЯ

3.1. АРХИТЕКТУРА ЦЕНТРАЛЬНОГО ПРОЦЕССОРА

Внутренняя структура микропроцессора. Типичным и наиболее широко распространенным представителем данного класса микропроцессоров является процессор КР580ИК80А (аналог *Intel* 8080А). Это объясняется удачными решениями в архитектуре микропроцессора, его достаточно высоким быстродействием, большим числом сопрягаемых с ним интерфейсных интегральных микросхем и контроллеров. Во внутренней структуре микропроцессора можно выделить программно доступные и недоступные функциональные узлы. Для инженера и программиста в первую очередь интерес представляет первая группа устройств. В микропроцессоре можно выделить совокупность функционально связанных регистров, арифметико-логическое устройство и схемы управления. Арифметико-логические операции могут выполняться над содержимым регистров и ячеек памяти. Микропроцессор содержит шесть 8-разрядных регистров общего назначения: *B*, *C*, *D*, *E*, *H* и *L*. Они могут использоваться отдельно или попарно как 16-разрядные (*B* и *C*, *D* и *E*, *H* и *L*). Отдельно необходимо выделить специальный регистр, называемый аккумулятором *A*, который предназначен для приема и хранения результата, полученного при выполнении арифметико-логических операций. Для индикации результата операции служит регистр флагов *F*, образуемый пятью триггерами: знака *S*, переноса *C*, вспомогательного переноса *AC*, четности *P* и нуля *Z*. Следует отметить, что разряды регистра флагов устанавливаются только в результате выполнения арифметических и логических операций и не изменяются при выполнении команд пересылки и ввода — вывода. Подробно этот вопрос освещен в [69]. Для работы с памятью стекового типа, функционирующей по принципу «первый вошел — последний вышел», предусмотрен специальный 16-разрядный регистр указателя стека *SP*. Это позволяет организовать стек в любой части оперативного запоминающего устройства (ОЗУ) путем загрузки в указатель стека *SP* начального адреса. При записи информации в стековую память содержимое указателя стека уменьшается.

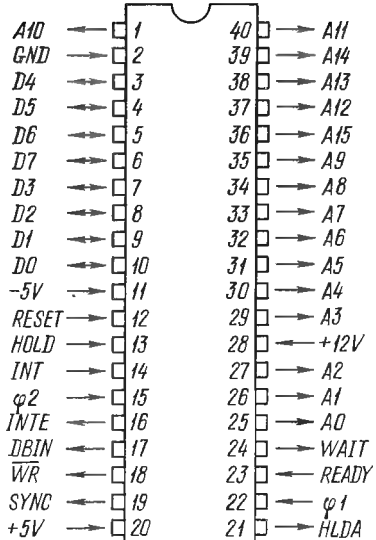
Рис. 3.1. Расположение выводов микропроцессора КР580ИК80А

Для приема и хранения текущего адреса команды служит 16-разрядный адресный счетчик *РС*. По ходу выполнения микропроцессором программы содержимое адресного счетчика автоматически увеличивается на единицу. Команды условных и безусловных переходов и вызовов подпрограмм фактически обеспечивают загрузку адреса точки перехода или начала вызываемой подпрограммы в адресный счетчик.

В микропроцессоре предусмотрена возможность программного управления триггером разрешения прерываний. По команде *EI* триггер устанавливается в положение разрешения отработки сигналов прерывания, по команде *DI* — в положение запрета внешних сигналов прерывания.

Расположение выводов микропроцессора показано на рис. 3.1. Конструктивно он размещается в 40-выводном пластмассовом корпусе типа 2123.40—1. Все выводы микропроцессора можно разделить на три группы или шины: адреса, данных и управления.

Адресная шина. Совокупность 16 выходов *A15* — *A0* составляет адресную шину. Синхронизация работы микропроцессора осуществляется подачей двух синхронизирующих последовательностей $\varphi 1$ и $\varphi 2$ от внешнего генератора тактовых импульсов. Время выполнения одной команды занимает от одного до трех машинных циклов, каждый из которых состоит из нескольких машинных тактов (от трех до пяти). Длительность машинного такта равна периоду следования синхронизирующих импульсов $\varphi 1$ и $\varphi 2$. Необходимо отметить, что информация о текущем адресе выполняемой команды выставляется на адресную шину по переднему фронту сигнала $\varphi 2$ первого машинного такта T_1 и остается до прихода первого импульса $\varphi 2$ в такте T_3 [3]. В другие моменты времени на адресной шине устанавливается неопределенная информация (третье состояние). Все входные и выходные сигналы микропроцессора совместимы по уровням с ТТЛ-интегральными микросхемами. Для уменьшения мощности, рассеиваемой кристаллом микропроцессора, его выходные токи ограничены так, что к одному выходному контакту можно подключить не более одного входа ТТЛ-интегральной микросхемы. Поэтому для увеличения нагрузочной способности адресной шины микропроцес-



сора применяются специализированные буферные регистры или формирователи (например, КР580ИР82, К589ИР12, К531АП2 и др.).

Шина данных. Она содержит восемь разрядов $D7 — D0$ и в отличие от адресной шины является двунаправленной. В зависимости от типа выполняемых операций информация может считываться с шины данных в процессор или поступать из процессора для подачи на входы запоминающих устройств и устройств ввода — вывода. Помимо этого, на шине данных в момент прихода импульса фазы ϕ_1 в такте T_2 присутствует информация о текущем состоянии процессора и о тех действиях, которые он будет выполнять в последующие машинные такты. Зафиксировав эту информацию в регистре и расшифровав ее с помощью логических схем, можно выработать сигналы записи/чтения в память и устройства ввода — вывода. Эти функции, а также буферизация шины данных возложены на системный контроллер КР580ВК28.

Шина управления. Все остальные выводы микропроцессора могут быть отнесены к шине управления. Рассмотрим их назначение. При этом будем пользоваться международными обозначениями сигналов (черта над названием сигнала означает, что он является активным при низком логическом уровне):

RESET — сигнал сброса процессора в исходное состояние (по этому сигналу адресный счетчик устанавливается в ноль; после сигнала **RESET** микропроцессор первой выполняет команду чтения ячейки памяти по нулевому адресу);

HOLD — сигнал запроса шины (поступление этого сигнала свидетельствует о запросе внешнего устройства на доступ к шинам адреса, данных и управления);

HLDA — подтверждение захвата (наличие этого сигнала на выходе процессора свидетельствует о переводе его адресной шины и шины данных в третье состояние; работа процессора приостанавливается);

INT — сигнал запроса на прерывание (наличие входного сигнала свидетельствует о запросе обслуживания устройства, выдавшего сигнал; если процессор находится в состоянии **HOLD** или триггер разрешения прерывания сброшен командой **DI**, то запрос на прерывание игнорируется);

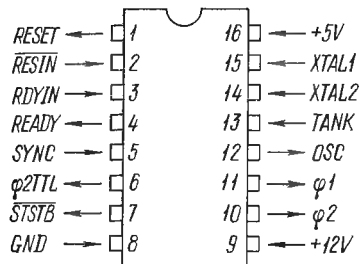
INTE — сигнал разрешения прерывания (наличие выходного напряжения высокого логического уровня свидетельствует о разрешении прерывания; когда прерывание принято, триггер разрешения прерывания автоматически сбрасывается, запрещая дальнейшие прерывания; он также сбрасывается по сигналу **RESET**);

DBIN — сигнал ввода с шины данных (наличие этого сигнала свидетельствует о приеме микропроцессором байта информации с шины данных);

$\overline{WR}$ — сигнал записи (свидетельствует о выдаче микропроцессором байта данных на шину данных);

SYNC — сигнал синхронизации (указывает на начало каждого машинного цикла);

Рис. 3.2. Расположение выводов генератора КР580ГФ24



φ1, φ2 — сигналы синхронизации от генератора тактовых импульсов амплитудой 12 В;

READY — сигнал готовности (сообщает микропроцессору, что нужные данные из памяти или устройств ввода — вывода находятся на шине данных; используется для син-

хронизации микропроцессора с более медленными устройствами; если при посылке адреса процессор не получает на входе сигнал READY, то он переводится в режим ожидания на все время, пока $READY = 0$);

WAIT — сигнал ожидания (подтверждает, что процессор находится в состоянии ожидания).

Генератор тактовых импульсов КР580ГФ24. Микропроцессор КР580ИК80А является динамическим устройством. Это означает, что для обеспечения работы элементов внутренней памяти и логических схем необходимо подать на вход процессора определенную последовательность непрерывных синхроимпульсов [80].

Расположение выводов генератора тактовых импульсов показано на рис. 3.2. Он содержит схему задающего генератора, частота вырабатываемых колебаний которого стабилизируется с помощью кварцевого резонатора. Период следования выходных синхроимпульсов φ1 и φ2 равен 1/9 периода следования импульсов задающего генератора и может лежать в пределах от 0,48 до 2 мкс, что соответствует частотам кварцевого резонатора от 4,5 до 22,5 МГц [120].

Выводы генератора выполняют следующие функции:

XTAL1, XTAL2 — для подключения кварцевого резонатора; при этом частота колебаний задающего генератора определяется основной частотой возбуждения кварцевого резонатора;

TANK — для подключения параллельного LC контура, обеспечивающего работу задающего генератора на высших гармониках возбуждения используемого кварцевого резонатора;

STSTB — отрицательный импульс строба состояния, имеет длительность, равную периоду колебаний задающего генератора, и повторяется через девять периодов (подается на системный контроллер, где стробирует сигнал DBIN процессора);

RDYIN — вход сигнала готовности (фактически сигнал готовности от внешних устройств почти никогда не подается непосредственно на вход READY микропроцессора; для его временной привязки сигнал готовности подается на вход RDYIN тактового генератора);

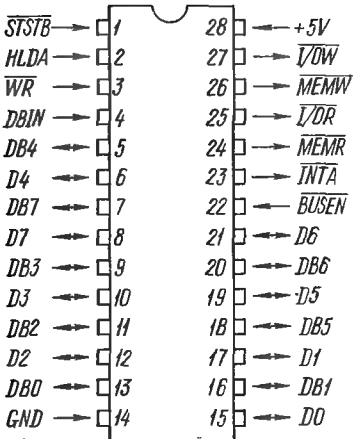


Рис. 3.3. Расположение выводов системного контроллера КР580ВК28

READY — выход сигнала готовности, который может подаваться непосредственно на вход **READY** микропроцессора;

RESET — выходной сигнал сброса, подаваемый на одноименный вход микропроцессора;

$\overline{RESIN}$ — входной сигнал установки микропроцессора в исходное состояние (обычно на этот вход подключается кнопка сброса системы);

SYNC — вход синхронизации (на этот вход поступает сигнал с выхода **SYNC** микропроцессора);

OSC — выход задающего генератора.

Системный контроллер КР580ВК28. Системный контроллер состоит функционально из двух основных частей: двунаправленного буфера шины данных и устройства формирования сигналов управления всеми элементами микропроцессорной системы. Расположение выводов контроллера и их обозначение приведены на рис. 3.3. Они выполняют следующие функции:

D7 — D0 — входы/выходы шины данных, подключаемые к центральному процессору;

DB7 — DB0 — входы/выходы системной шины данных;

$\overline{STSTB}$ — вход сигнала строба состояния;

HLDA — вход подтверждения захвата шин (при поступлении этого сигнала входы/выходы системной шины данных **DB7 — DB0** переходят в третье состояние);

$\overline{WR}$ — вход готовности режима записи из центрального процессора;

$\overline{DBIN}$ — вход разрешения ввода данных из системы;

$\overline{BUSEN}$ — вход управления системной шиной управления (при поступлении на вход сигнала низкого логического уровня управляющие выходы контроллера переходят в третье состояние);

$\overline{INTA}$ — системный выход подтверждения прерывания;

$\overline{MEMR}$ — системный выход сигнала чтения из памяти;

$\overline{MEMW}$ — системный выход сигнала записи в память;

$\overline{I/O\overline{R}}$ — системный сигнал чтения из устройств ввода — вывода;

$\overline{I/O\overline{W}}$ — системный сигнал записи в устройства ввода — вывода.

Приведенные сигналы обеспечивают возможность подключения разнообразных периферийных устройств к центральному процессору. Применение отдельных сигналов управления записью — чтением обеспечивает памяти и устройствам ввода — вывода

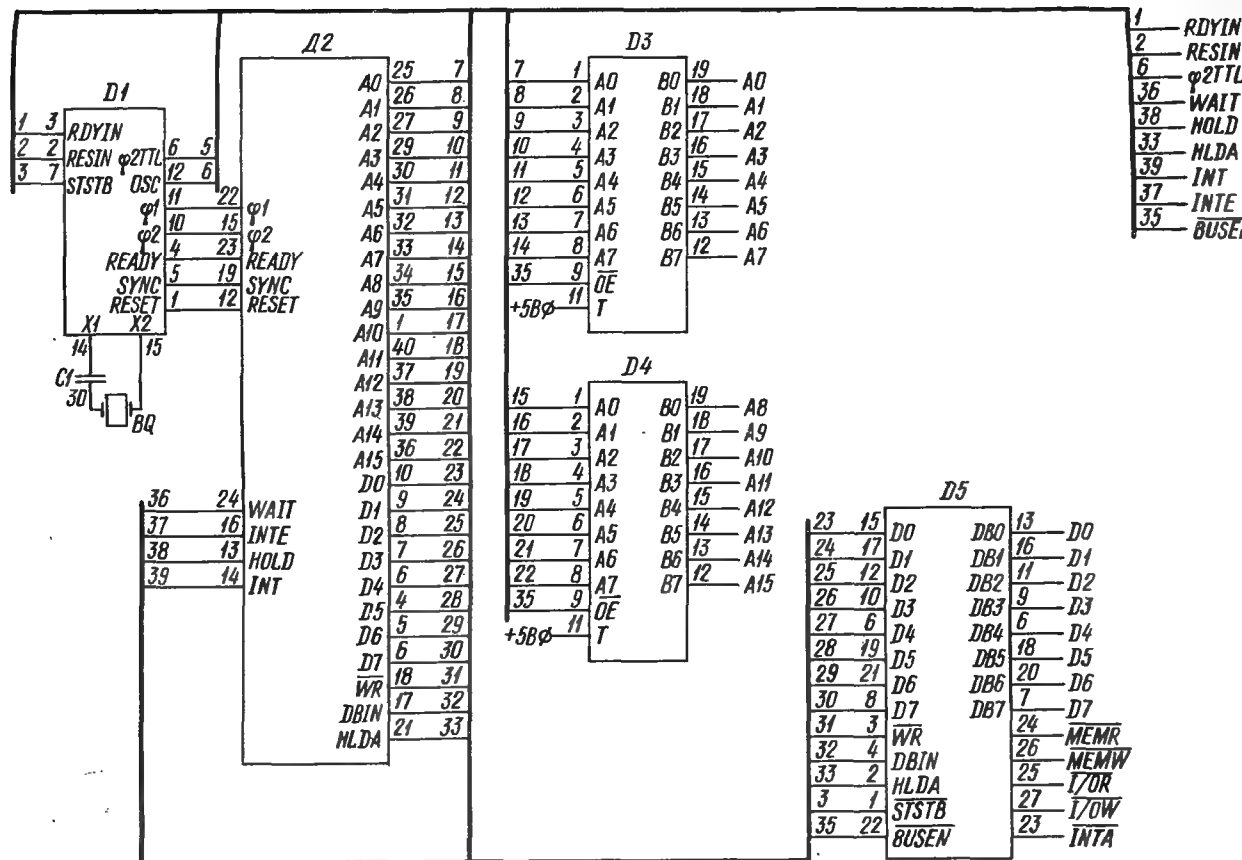


Рис. 3.4. Вариант построения модуля центрального процессора

одинаковые физические адреса, что позволяет использовать до 64 Кбайт прямо адресуемой памяти в системе и до 256 устройств ввода — вывода.

Системная реализация модуля центрального процессора. Один из вариантов построения модуля представлен на рис. 3.4 (*D1* — генератор тактовых импульсов КР580ГФ24, *D2* — микропроцессор КР580ИК80А, *D3, D4* — адресные буферы КР580ВА86, *D5* — системный контроллер КР580ВК28). На нем приведены все системные сигналы, которые необходимы для реализации микропроцессорной системы произвольной сложности.

3.2. ОРГАНИЗАЦИЯ ПАМЯТИ И УСТРОЙСТВ ВВОДА—ВЫВОДА

Общие принципы. Центральный процессор любого вычислительного модуля может выполнять только те команды, которые предварительно были записаны в необходимом порядке в памяти. К настоящему времени принято выделять следующие типы памяти микропроцессорных систем: оперативную, постоянную и внешнюю.

Под оперативной памятью подразумевают такие полупроводниковые запоминающие устройства, которые обеспечивают как запись, так и считывание информации в некоторую ячейку, однозначно определяемую своим адресом. В отличие от ОЗУ постоянные запоминающие устройства (ПЗУ) обеспечивают возможность только считывания некоторой, заранее в них записанной, информации.

Внешняя память может быть реализована с помощью различных типов устройств (накопителей на магнитной ленте, накопителей на гибких и жестких дисках и др.). Эти устройства невозможно непосредственно подключить к адресной шине, шине данных и управления микропроцессорной системы. Поэтому необходимо применение специальных устройств связи между памятью микропроцессорной системы и внешней памятью.

Основные типы постоянных запоминающих устройств. Несомненным достоинством ПЗУ является возможность выполнения практически неограниченного числа циклов считывания записанной в них информации. Эта информация полностью сохраняется при отключении источников питания от микропроцессорной системы. Все ПЗУ можно разделить на два широких класса: просто постоянные запоминающие устройства и перепрограммируемые постоянные запоминающие устройства (ППЗУ). Первый класс составляют такие ПЗУ, информация в которые может быть записана только на этапе их изготовления. Эти ПЗУ наиболее просты по технологии изготовления. В настоящее время разработаны интегральные микросхемы ПЗУ емкостью 128 Кбайт и более. Более удобными являются ППЗУ, информация в которые может быть записана самим разработчиком микропроцессорных систем с помощью специальных технических средств в соответствии

рис. 3.5. Расположение выводов СППЗУ К573РФ5

с описанием режимов их программирования. Среди ППЗУ можно выделить однократно и многократно перепрограммируемые или стираемые ППЗУ (СППЗУ).

Программируемые ПЗУ (типа К556РТ4, К556РТ5 и др.) обычно реализуются с помощью диодных матриц, формируемых на кристалле микросхемы. Используя внешние контакты, подачей импульсов тока можно вызвать необратимые изменения в этой матрице. Постоянные запоминающие устройства этого типа, как правило, выполнены по биполярной технологии. Они имеют высокое быстродействие и потребляют сравнительно много электроэнергии.

Стираемые ППЗУ позволяют многократно заносить в них информацию и стирать ее с помощью электрических сигналов относительно высокого уровня или воздействуя на кристалл ППЗУ источником ультрафиолетового излучения определенных длины волны и интенсивности. Данные устройства имеют несомненное преимущество перед ППЗУ, особенно на этапе проектирования и отладки прикладного программного обеспечения. Наибольшие успехи достигнуты в технологии производства СППЗУ с ультрафиолетовым стиранием информации. Типичным представителем этого класса микросхем является БИС К573РФ5, расположение выводов которой показано на рис. 3.5. Она имеет информационную емкость $2\text{К} \times 8$ бит и требует одного источника питания напряжением $+5\text{ В}$. Входы $A_{10} - A_0$ являются адресными. Внешний сигнал $\overline{CS}/PGM$ определяет режим записи информации в СППЗУ или чтение из нее. Для записи информации микросхема должна быть установлена в специальный программатор, обеспечивающий подачу импульсов определенных амплитуды и длительности на вход $\overline{CS}/PGM$. При этом информация подается на входы и записывается в ячейки, адрес которых задают сигналы на входах $A_{10} - A_0$. В режиме обычной эксплуатации выводы $D_7 - D_0$ являются выходными. Информация из СППЗУ может быть считана при задании адреса ячейки и подаче сигнала $\overline{CS}/PGM$ низкого логического уровня. Аналогично организован режим считывания информации из ПЗУ других типов. Для случая простейшей микропроцессорной системы блок памяти состоит из единственной микросхемы ПЗУ. Возможная схема ее подключения к модулю центрального процессора показана на рис. 3.6. Как правило, управляющие микропроцессорные вычислители требуют значительного объема ПЗУ для хранения программ.

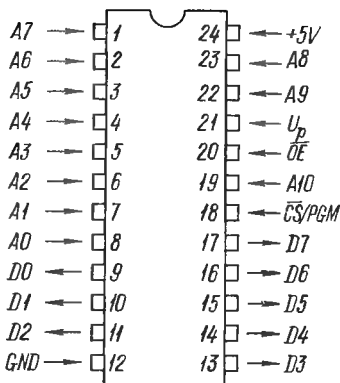
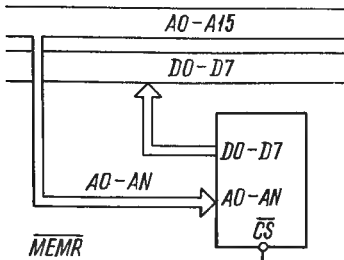


Рис. 3.6. Подключение одной микросхемы ПЗУ к микропроцессорной системе



Увеличение числа подключаемых микросхем ПЗУ к модулю центрального процессора достигается введением дополнительного адресного дешифратора, на входы которого подаются старшие

адреса адресной шины. Выходы дешифратора подключаются ко входам выбора микросхем $\overline{CS}$. Таким образом, можно считать, что физический адрес конкретной микросхемы ПЗУ в микропроцессорной системе определяется теми разрядами адресной шины, которые обеспечивают появление сигнала $\overline{CS}$ низкого логического уровня на соответствующем выходе дополнительного адресного дешифратора. При таком способе подключения ПЗУ к системе информация считывается из запоминающих устройств на шину данных сразу же после установки микропроцессором адреса этого ПЗУ, что может привести к конфликтным ситуациям на шине данных. Их можно устранить различными способами. Вариант организации системы памяти, состоящей из нескольких ПЗУ, приведен на рис. 3.7. В случае, если применяемый дешифратор адреса ПЗУ имеет дополнительный вход стробирования выходных сигналов, можно подать на него сигнал $\overline{MEMR}$ с системного контроллера. При этом сигнал $\overline{CS}$ на соответствующем выходе дешифратора будет сформирован только в те моменты времени, когда совпадают физический адрес выбираемой микросхемы и сигнал чтения. В случае, если в применяемом дешифраторе отсутствует вход стробирования выходных сигналов, формирование сигналов $\overline{CS}$ ПЗУ может быть осуществлено, как показано на рис. 3.8, с помощью дополнительных элементов ИЛИ.

Необходимо отметить, что в случае, если используются микросхемы ПЗУ, имеющие $N + 1$ адресных входов $AN - AO$, то для получения непрерывного поля физических адресов памяти на дешифратор адреса микросхемы должны быть поданы старшие адреса, начиная с разряда $A(N + 1)$.

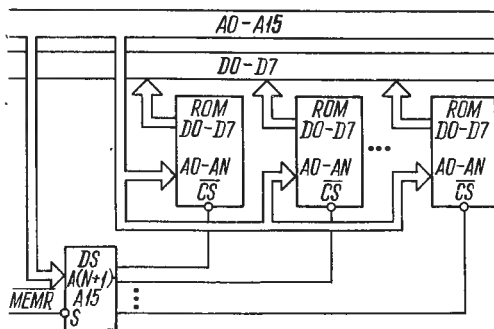


Рис. 3.7. Организация системы памяти из нескольких ПЗУ и дешифратора со стробированием

Наметившаяся в последние годы тенденция повышения быстродействия центральных процессоров привела к введению в структуру микросхем ПЗУ дополнительного входа управления — разрешения выхода $\overline{OE}$. Сигнал выбора микросхемы $\overline{CS}$ низким логическим уровнем обеспечивает внутреннюю дешифрацию адресных линий и выбор данных из запоминающей матрицы, которые поступают на выходы ПЗУ при низком логическом уровне на входе $\overline{OE}$. Подключение таких микросхем ПЗУ к микропроцессорной системе может быть осуществлено, как показано на рис. 3.9.

Организация ОЗУ. Оперативная память микропроцессорных систем строится на основе запоминающих устройств с произвольной выборкой (ЗУПВ). Этот термин, не совсем правильно отражающий принцип работы ОЗУ (он в полной мере может быть отнесен и к ПЗУ), сложился исторически и происходит от английского термина *RAM (random—access memory)*.

Полупроводниковые ЗУПВ разделяются на статические и динамические. В динамических ЗУПВ элементарной запоминающей ячейкой является полупроводниковый конденсатор, имеющий малые геометрические размеры и емкость. Для поддержания заряда на запоминающих конденсаторах в динамических ЗУПВ периодически необходимо обеспечивать режим регенерации, что существенно усложняет подключение ЗУПВ этого типа к микропроцессорной системе [26].

В управляющих микропроцессорных системах обычно не требуется ОЗУ очень большой емкости, которая может быть обеспечена при использовании статических ЗУПВ. Все статические ЗУПВ можно разделить на ЗУПВ с отдельными входом и выходом и ЗУПВ с совмещенными входом и выходом. Примером статического ЗУПВ первого типа может служить микросхема КР565РУ2, имеющая емкость 1024 бит. Принципиальная схема блока ОЗУ

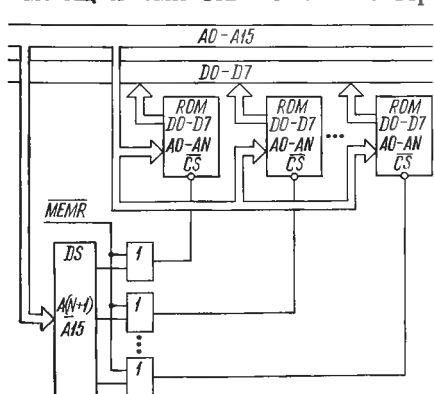


Рис. 3.8. Организация системы памяти из нескольких ПЗУ и дешифратора без стробирования

емкостью $1K \times 8$ бит, реализованного на ЗУПВ этого типа, приведена на рис. 3.10.

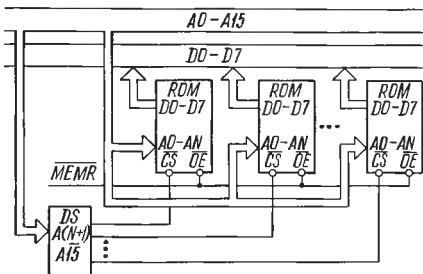


Рис. 3.9. Организация системы памяти из нескольких ПЗУ, имеющих вход разрешения выхода $\overline{OE}$

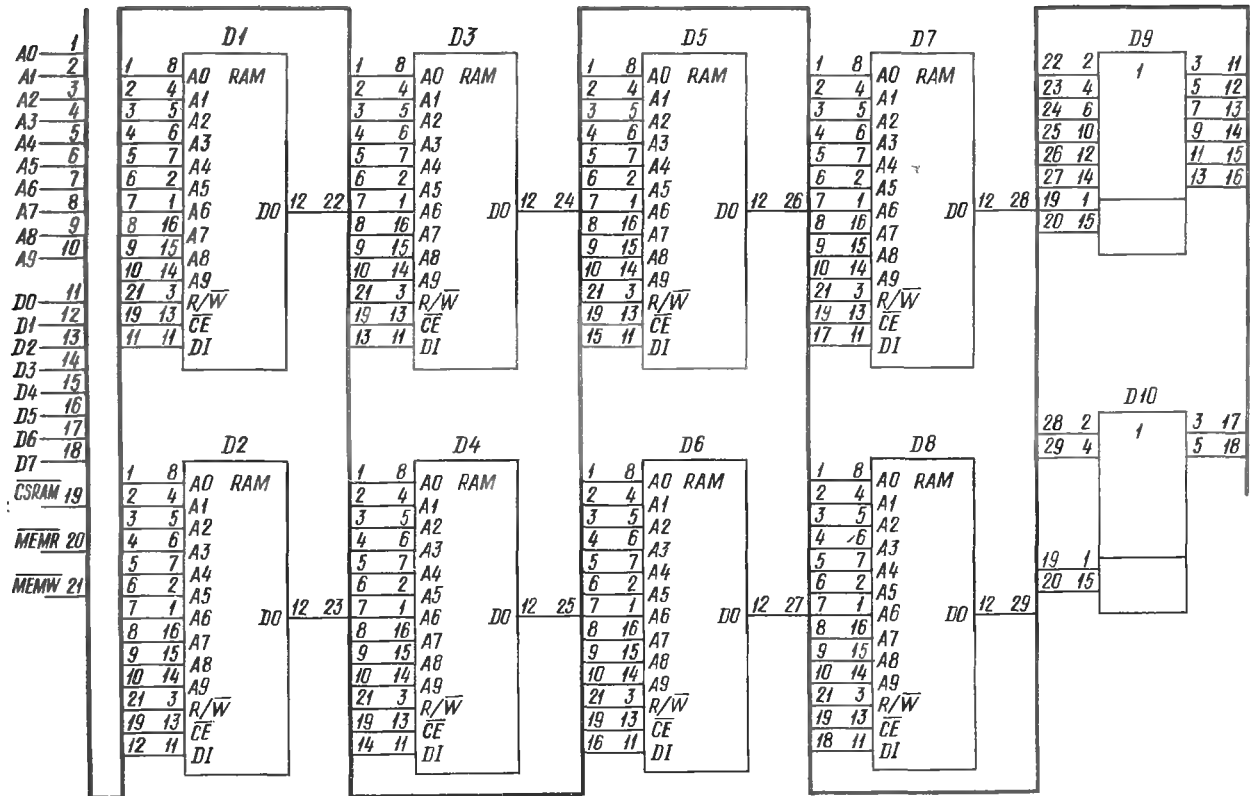


Рис. 3.10. Схема блока памяти с ОЗУ емкостью 1К×8 бит

Управление режимом работы ЗУПВ происходит по входу $R/\overline{W}$. Высокий логический уровень сигнала на этом входе означает, что данные будут считываться, низкий — записываться. Выходы микросхем ЗУПВ не могут быть непосредственно подключены к шине данных микропроцессорной системы потому, что импульс, определяющий режим работы ЗУПВ (конкретнее $\overline{MEMW}$), формируется системным контроллером после того, как на шине адресов появляется адрес обращения к данному ЗУПВ. Для предотвращения возможного конфликта на шине данных между выходами ЗУПВ и шиной данных включаются буферные элементы с тремя состояниями на выходе. Для управления буферными элементами $D9, D10$ типа K155ЛП11 служат сигнал выбора ЗУПВ $\overline{CSRAM}$, снимаемый с выхода адресного дешифратора, и сигнал чтения памяти $\overline{MEMR}$. Для наращивания объема ОЗУ используется дополнительный адресный дешифратор, аналогичный применяемому для блока ПЗУ. Для статических ЗУПВ с совмещенными входом и выходом характерно наличие дополнительного входного сигнала $\overline{OE}$. Низкий логический уровень сигнала на этом входе обеспечивает подключение внутренней шины данных микросхемы к системной шине данных. Для устранения конфликтов на шине данных сигнал на вход $\overline{OE}$ должен подаваться после того, как задан режим работы ЗУПВ. Сигнал, подаваемый на вход $\overline{OE}$, обычно формируется с помощью схемы И, на входы которой подаются системные сигналы $\overline{MEMR}$ и $\overline{MEMW}$.

Совместное использование ОЗУ и ПЗУ в микропроцессорной системе. В случае, если суммарный объем ПЗУ и ОЗУ в микропроцессорной системе не превышает 64 Кбайт для процессора КР580ИК80А, совместное использование запоминающих устройств не представляет больших трудностей. На рис. 3.11 приведена практическая схема блока памяти с объемом ПЗУ 4 Кбайт и объемом ОЗУ 4Кбайт. В качестве элементной базы используются СППЗУ $D3, D4$ К573РФ5 и ЗУПВ $D5, D6$ с совмещенными входами и выходами КР537РУ8. Дешифратор адреса микросхем $D1$ выполнен на микросхеме K155ИД4, представляющей собой вдвоенный четырехканальный дешифратор со стробированием. Как было показано ранее, по сигналу $\overline{RESET}$ центральный процессор КР580ИК80А выставляет на адресной шине адрес $0000H$ и первая выполняемая команда всегда является командой чтения из памяти. Поэтому на начальных адресах блока памяти должны быть расположены микросхемы ПЗУ. Для устранения конфликтов на шине данных при обращении к СППЗУ нижняя половина дешифратора строится сигналом $\overline{MEMR}$, что не позволяет использовать два выхода $E4$ и $E8$ дешифратора для управления входами выбора микросхемы ЗУПВ; вторая половина дешифратора не стробируется. При таком включении адресного дешифратора в блоке памяти имеет место следующее распределение адресов: СППЗУ1 —

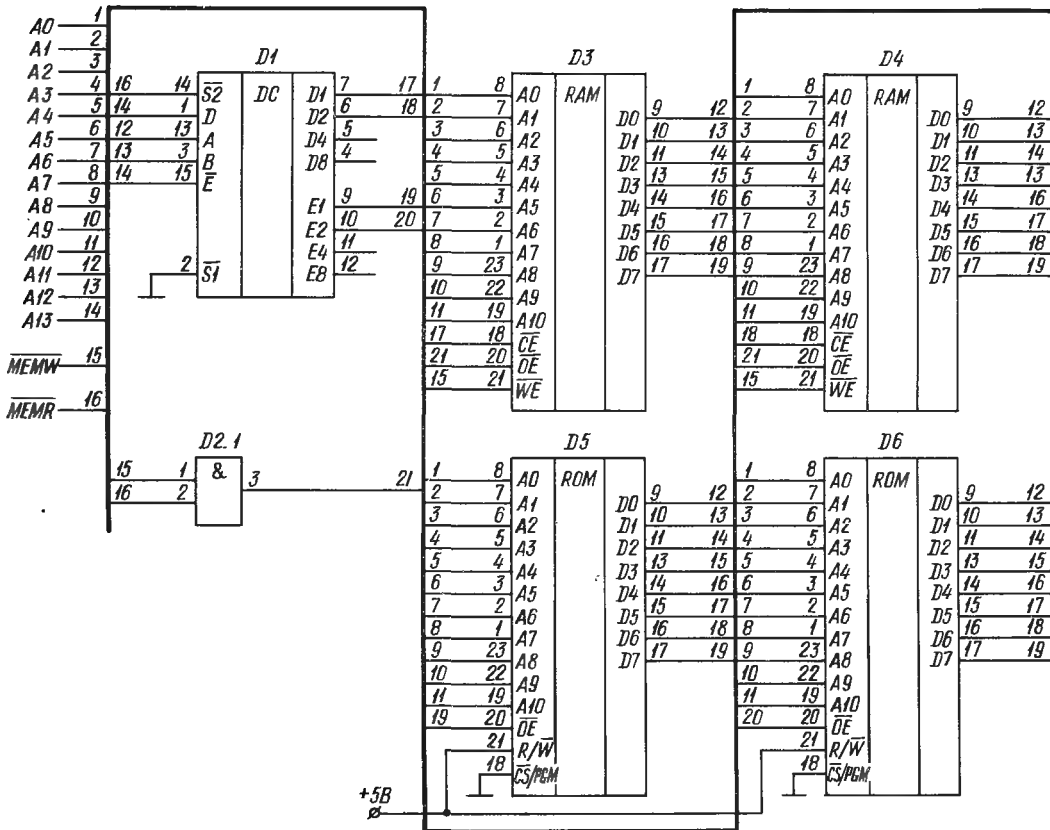


Рис. 3.11. Схема блока памяти с ПЗУ на 4К байт и ОЗУ на 4К байт

0000H÷07FFH, СППЗУ2 — 0800H÷0FFFH, ЗУПВ1 — 2000H÷27FFH, ЗУПВ2 — 2800H÷2FFFH. Элемент D2 типа K155ЛН1 обеспечивает выработку сигнала управления шиной данных ОЗУ $\overline{OE}$.

Подключение устройств ввода—вывода. Системный контроллер КР580ВК28 обеспечивает выработку двух сигналов записи и чтения устройств ввода—вывода: $\overline{I/O\overline{W}}$ и $\overline{I/O\overline{R}}$. Это позволяет размещать устройства ввода—вывода на тех же физических адресах, на которых расположены микросхемы памяти. Обращение к устройствам ввода—вывода со стороны центрального процессора осуществляется только по командам ввода IN и вывода OUT . Эти команды являются двухбайтными. Во втором байте команды указывается физический адрес конкретного устройства. В случае, если к микропроцессорной системе подключено несколько устройств ввода—вывода, используется дополнительный адресный дешифратор, выходы которого соединяются со входами выбора микросхемы $\overline{CS}$ конкретных устройств. При выполнении микропроцессором команд IN и OUT после фазы приема второго байта команды он транслируется на адресную шину микропроцессорной системы. Причем этот байт дублируется по разрядам $A7—A0$ и $A15—A8$. Обычно для дешифрации адреса устройства ввода—вывода используются старшие адреса $A15—A12$. Тогда старший полубайт второго байта команд IN и OUT задает физический адрес микросхемы ввода—вывода, а младший полубайт адресует конкретный регистр или канал в этом устройстве. При таком способе можно подключить к микропроцессорной системе до 64 различных устройств ввода—вывода, что достаточно для практических приложений.

3.3. УСТРОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЬНОГО И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ВВОДА—ВЫВОДА

Параллельный порт ввода—вывода КР580ВВ55. Универсальный программируемый порт параллельного ввода—вывода КР580ВВ55 обеспечивает обмен информацией между микропроцессорной системой и внешними устройствами по трем 8-разрядным каналам A , B и C . Расположение выводов микросхемы показано на рис. 3.12. Они имеют следующее назначение:

$D7—D0$ — входы/выходы двунаправленной шины данных;

$RESET$ — вход сигнала сброса для установки внутренних регистров устройства в исходное состояние (все каналы устанавливаются в режим ввода);

$\overline{CS}$ — сигнал выбора микросхемы низкого логического уровня (разрешает связь между устройством ввода—вывода и центральным процессором);

$\overline{RD}$ — сигнал чтения низкого логического уровня (обеспечивает возможность получения центральным процессором информации из устройства ввода—вывода);

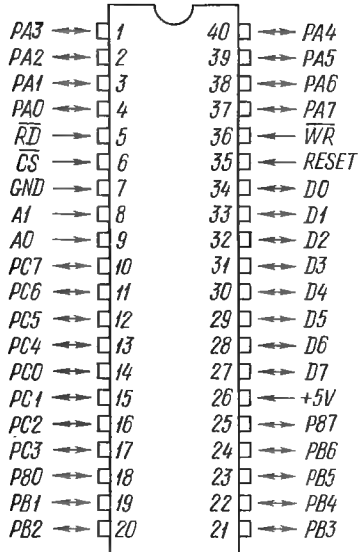


Рис. 3.12. Расположение выводов устройства параллельного ввода—вывода KP580BB55

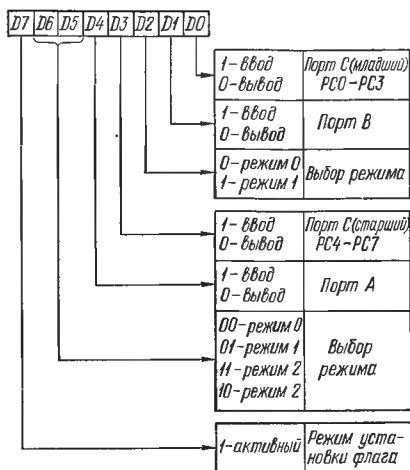


Рис. 3.13. Форматы управляющих слов устройства параллельного ввода—вывода

$\overline{WR}$ — сигнал записи низкого логического уровня (разрешает центральному процессору записывать данные или управляющие слова в устройство ввода—вывода);

$A0, A1$ — два адресных разряда адресной шины системы (обеспечивают адресацию конкретного канала в устройстве ввода—вывода или регистра управляющего слова);

$PA7-PA0, PB7-PB0, PC7-PC0$ — восемь разрядов каналов A, B и C соответственно.

Устройство ввода—вывода KP580BB55 может быть запрограммировано подачей специального управляющего слова (байта) в регистр управляющего слова по шине данных из процессора по команде OUT . Второй байт команды содержит физический адрес конкретного канала или регистра управляющего слова. При этом комбинации на младших разрядах адресной шины могут быть следующие: $A1 = 0, A0 = 0$ — при обращении к каналу A ; $A1 = 0, A0 = 1$ — при обращении к каналу B ; $A1 = 1, A0 = 0$ — при обращении к каналу C ; $A1 = 1, A0 = 1$ — при обращении к регистру управляющего слова.

Режимы работы. Параллельное устройство ввода—вывода может работать в трех режимах. Формат управляющего слова, задающего режим работы устройства, приведен на рис. 3.13.

Режим 0 — режим простого ввода—вывода. В этом режиме каждый из каналов может быть индивидуально настроен на ввод или на вывод. Отличие канала C от двух других заключается в

возможности отдельного использования младших и старших четырех бит каналов $C7—C4$ и $C3—C0$. Необходимо отметить тот факт, что в данном режиме информация запоминается в разрядах канала, работающего на вывод. Информация с канала, работающего на ввод, может быть считана центральным процессором только в те моменты, когда она подается на входные разряды канала, т. е. она в устройстве не запоминается.

Режим 1 — режим стробированного ввода—вывода. В этом режиме каналы A и B используют разряды канала C для генерации и приема сигналов управления. Каждая информационная группа A и B содержит 8-разрядный канал данных и 4-разрядный управляющий/информационный канал. Любой 8-разрядный канал может быть либо входом, либо выходом. Разряды канала C выполняют следующие функции, приведенные в табл. 3.1.

Таблица 3.1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗРЯДОВ КАНАЛА C В РЕЖИМЕ 1

C	A — вывод, B — ввод	A — ввод, B — вывод	A, B — ввод	A, B — вывод
$PC0$	$INTR_B$	$INTR_B$	$INTR_B$	$INTR_B$
$PC1$	IBF_B	$\overline{OBF}_B$	$\overline{OBF}_B$	IBF_B
$PC2$	$\overline{STB}_B$	$\overline{ACK}_B$	$\overline{ACK}_B$	$\overline{STB}_B$
$PC3$	$INTR_A$	$INTR_A$	$INTR_A$	$INTR_A$
$PC4$	I/O	$\overline{STB}_A$	I/O	$\overline{STB}_A$
$PC5$	I/O	IBF_A	I/O	IBF_A
$PC6$	$\overline{ACK}_A$	I/O	$\overline{ACK}_A$	I/O
$PC7$	$\overline{OBF}_A$	I/O	$\overline{OBF}_A$	I/O

Сигналы, управляющие вводом—выводом, определяются следующим образом:

$\overline{OBF}$ — триггер заполнения выходного буфера (низкий логический уровень сигнала на выходе $\overline{OBF}$ показывает, что центральный процессор записал данные для вывода в указанный канал);

$\overline{ACK}$ — вход сигнала подтверждения приема (низкий логический уровень сигнала на этом входе подтверждает устройству ввода—вывода факт получения переданной во внешнее устройство информации);

$INTR$ — сигнал запроса на прерывание (используется для прерывания работы центрального процессора; устанавливается в состояние логической единицы при условии $\overline{ACK} = 1, \overline{OBF} = 1$);

Рис. 3.15. Расположение выводов устройства последовательного ввода — вывода КР580ВВ51

резистивного делителя, фиксирующего напряжение логической единицы на входах микросхем — приемников информации. Сопротивление этих резисторов достаточно мало, что не позволяет непосредственно использовать выходы устройства параллельного ввода — вывода КР580ВВ55 для передачи информационных и управляющих сигналов. Поэтому в схеме предусмотрены два буферных элемента типа К155ЛН6.

Нумерация контактов разъема Х2 соответствует разъему «ИРПР» устройства УВВПЧ—30—004. Синхронизация обмена информацией обеспечивается подачей сигналов запроса приемника ЗП (устройства печати) на прием информации из устройства ввода—вывода (источника) и строба СТР, сопровождающего вывод информации в кодах КОИ—7 по каналу А. Старший разряд РА7 канала А не используется, так как информационными битами в коде КОИ—7 являются только младшие 7 бит. Пример 1 содержит текст программ настройки параллельного устройства ввода—вывода и процедуры вывода информации на печать.

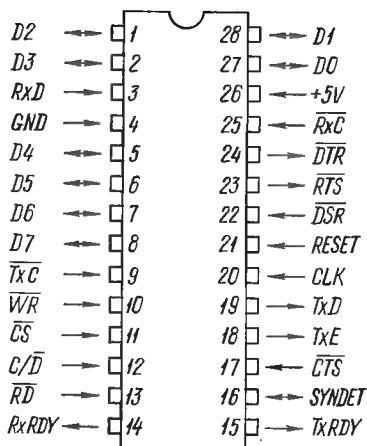
Устройство последовательного ввода—вывода информации КР580ВВ51. Оно представляет собой универсальный синхронный/асинхронный приемник/передатчик, который принимает от центрального процессора информацию в параллельном виде по шине данных и преобразует ее в поток данных для передачи в последовательном формате. Одновременно это устройство может принимать потоки данных в последовательном формате и преобразовывать их в параллельный формат. При этом устройство последовательного ввода—вывода извещает процессор о готовности принять новый байт данных для передачи или о приеме байта для процессора. На рис. 3.15 показано расположение выводов устройства последовательного ввода—вывода КР580ВВ51. Они имеют следующее назначение:

$D7—D0$ — шина данных устройства, подключаемая к системной шине данных микропроцессорной системы;

$C/\bar{D}$ — выбор режима чтения или записи данных или управления (обычно этот вход подключается к младшему разряду А0 адресной шины);

$\bar{CS}$ — сигнал выбора микросхемы;

CLK — вход синхронизации;



П Р И М Е Р 1

```

;*****
; NASTR - ПРОГРАММА НАСТРОЙКИ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО УСТРОЙСТВА
; ВВОДА-ВЫВОДА КР580ВВ55 ДЛЯ РАБОТЫ С ЦИФРОПЕЧАТАЮЩИМ
; УСТРОЙСТВОМ УВВПЧ-30-004. ПРОТОКОЛ ОБМЕНА - ИРПР.
;
; ИСХОДНАЯ ИНФОРМАЦИЯ:
; PORT - АДРЕС КАНАЛА А
; PORT+1 - АДРЕС КАНАЛА В
; PORT+2 - АДРЕС КАНАЛА С
; PORT+3 - АДРЕС РЕГИСТРА УПРАВЛЯЮЩЕГО СЛОВА.
;
; НАСТРОЙКА: РЕЖИМ 0
;
;           КАНАЛ А - ВЫВОД
;           КАНАЛ В - ВВОД
;           КАНАЛ С: С0-С3 - ВЫВОД
;                   С4-С7 - ВВОД
;
NASTR:  MVI A,8AH      ; ЗАГРУЗКА В "А" УПРАВЛЯЮЩЕГО СЛОВА
        OUT PORT+3     ; ВЫДАЧА ЕГО В РЕГИСТР УПРАВЛЯЮЩЕГО
                        ; СЛОВА
        MVI A,0        ; ОБНУЛЕНИЕ "А"
        OUT PORT+2     ; УСТАНОВКА УПРАВЛЯЮЩИХ ВЫХОДОВ
                        ; ПОРТА В ИСХОДНОЕ СОСТОЯНИЕ
        RET            ; ВОЗВРАТ
;
;*****
; LP - ПРОЦЕДУРА ВЫВОДА ИНФОРМАЦИИ НА УСТРОЙСТВО
; ПЕЧАТИ УВВПЧ-30-004.
; ВХОД: "С" - СИМВОЛ, ВЫВОДИМЫЙ НА ПЕЧАТЬ В КОДЕ КОИ-7
;
LP:     MVI A,1        ; УСТАНОВКА РАЗРЯДА РС0
        OUT PORT+2     ; ВЫДАЧА СИГНАЛА "ГИ"
LP05:   IN PORT+2      ; ЧТЕНИЕ ПОРТА УПРАВЛЯЮЩИХ СИГНАЛОВ
        ANI 30H        ; МАСКИРОВАНИЕ РАЗРЯДОВ РС5,РС4
        CPI 00H        ; ОЖИДАНИЕ НАЛИЧИЯ СИГНАЛОВ "ГП"
                        ; И "ЗП"
        JNZ LP05
        MOV A,C        ; СОДЕРЖИМОЕ "С" КОПИРУЕТСЯ В "А"
        OUT PORT+0     ; И ВЫВОДИТСЯ НА ВХОДНУЮ ШИНУ
                        ; УСТРОЙСТВА ПЕЧАТИ
        MVI A,03H      ; УСТАНОВКА РАЗРЯДА РС1
        OUT PORT+2     ; ВЫДАЧА СИГНАЛА "СТР"
LP10:   IN PORT+2      ; ЧТЕНИЕ ПОРТА УПРАВЛЯЮЩИХ СИГНАЛОВ
        ANI 20H        ; МАСКИРОВАНИЕ РАЗРЯДА РС5
        CPI 20H        ;
        JNZ LP10      ; ОЖИДАНИЕ УСТАНОВКИ СИГНАЛА "ЗП"
                        ; В ИСХОДНОЕ СОСТОЯНИЕ
        MVI A,0        ; ОБНУЛЕНИЕ РЕГИСТРА "А"
        OUT PORT+2     ; УСТАНОВКА УПРАВЛЯЮЩИХ ВЫХОДОВ
                        ; В ИСХОДНОЕ СОСТОЯНИЕ
        RET            ; ВОЗВРАТ

```

$\overline{RD}$, $\overline{WR}$ — сигналы чтения и записи;

$\overline{RESET}$ — сигнал сброса устройства в исходное состояние;

$\overline{TxC}$ — сигнал синхронизации передатчика, управляет скоростью передачи символов (в режиме асинхронной передачи частота $\overline{TxC}$ равна реальной скорости передачи (бит/с) либо превышает ее в 16 или 64 раза);

$\overline{TxD}$ — передача данных на линию связи;

$\overline{RxC}$ — синхронизация приемника (аналогично сигналу $\overline{TxC}$);

$\overline{RxD}$ — приемник данных с линии связи;

$\overline{RxRDY}$ — готовность приемника (означает, что устройство ввода—вывода содержит байт данных, готовых для выдачи в процессор);

$\overline{TxDY}$ — готовность передатчика (означает, что передатчик готов принять байт данных от процессора);

$\overline{DSR}$ — готовность установки данных (свидетельствует о готовности передатчика передать данные; может быть ответным сигналом на сигнал $\overline{DTR}$);

$\overline{DTR}$ — запрос о готовности передатчика передать данные;

$\overline{SYNDET}$ — распознавание синхронизирующего символа (используется только в режиме синхронной передачи; при использовании его в качестве выхода в режиме внутренней синхронизации сигнал высокого логического уровня означает, что устройство ввода—вывода обнаружило символ $\overline{SYNC}$ в режиме приема; $\overline{SYNDET}$ автоматически сбрасывается по выполнению операции чтения состояния; в режиме внешней синхронизации вывод $\overline{SYNDET}$ является входом сигнала $\overline{SYNC}$);

$\overline{RTS}$ — запрос приемника на прием данных;

$\overline{CTS}$ — готовность приемника на прием данных;

$\overline{TxE}$ — конец передачи (когда устройство ввода—вывода не имеет символа для передачи, сигнал $\overline{TxE}$ устанавливается в состояние логической единицы).

Программирование режимов работы. Режим работы устройства последовательного ввода—вывода определяется форматом управляющего слова. С его помощью могут быть заданы скорость передачи, длина символа, число битов останова, синхронный или асинхронный режим, четное/нечетное число битов проверки на четность и др. Управляющие слова разделяются на команды задания режима и директивную команду. Они полностью задают режим работы устройства ввода—вывода и должны следовать непосредственно за операцией сброса. Команда режима определяет общие рабочие характеристики устройства в асинхронном (рис. 3.16) или синхронном (рис. 3.17) режиме. Директивная команда определяет слово состояния, которое используется для управления реальной работой устройства. Формат директивной команды приведен на рис. 3.18. При работе устройства процессор может прочитать регистр состояния устройства ввода—вывода

D7 D6 D5 D4 D3 D2 D1 D0

Длина стоп-бита, бит			
2	1,5	1	Не верно
1	1	0	0
1	0	1	0

Контроль	
1-есть контроль	0-нет контроля
1-четность	0-нечетность

Синхронный режим	Асинхронный режим			
	1:1	1:16	1:64	
0	1	0	1	
0	0	1	1	

Рис. 3.16. Формат управляющего слова для микросхемы КР580ВВ51 в асинхронном режиме

Длина слова, бит			
5	6	7	8
0	1	0	1
0	0	1	1

Рис. 3.17. Формат управляющего слова для микросхемы КР580ВВ51 в синхронном режиме

D7 D6 D5 D4 D3 D2 D1 D0

Количество синхросимволов	
1-один синхросимвол	0-два синхросимвола

Вид синхронизации	
1-внешняя	0-внутренняя

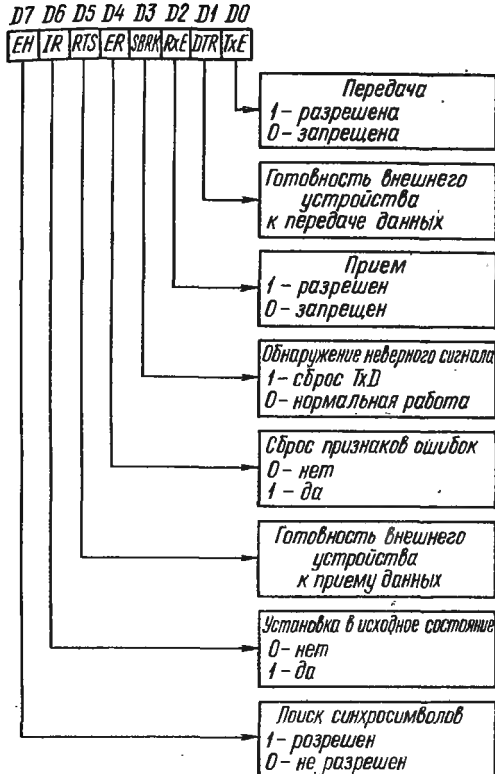
Контроль	
1-есть контроль	0-нет контроля
1-четность	0-нечетность

Синхронный режим	
0	0

Длина слова, бит			
5	6	7	8
0	1	0	1
0	0	1	1

(при $C/\bar{D} = 1$). Биты слова состояния имеют следующее назначение: D7 — DSR, D6 — SYNDET, D2 — TxЕ, D1—RxRDY, D0—TxDRY.

Остальные биты выполняют контрольные функции: D3 — ошибка четности PE (устанавливается в состояние логической единицы при обнаружении ошибки четности; работа устройства при этом не прекращается; этот сигнал может быть сброшен битом ER в директивной команде); D4 — ошибка переполнения OE (устанавливается в том случае, если процессор не успел прочесть байт данных перед приходом следующего символа; сбрасывается битом ER директивной команды); D5 — ошибка кадрирования в асинхронном режиме FE (устанавливается при нераспознавании существующего бита останова в конце принимаемого символа).



Пример использования. В качестве примера рассмотрим подключение дисплея 15ИЭ—00—013 к микропроцессорной системе. Дисплей производит обмен данными по последовательному каналу (20 мА в токовой петле) с максимальной скоростью обмена 9600 бод. Схема согласования входа и выхода дисплея с устройством последовательного ввода—вывода DD1 КР580ВВ51 приведена на рис. 3.19. Транзисторы VT1 КТ315А и VT2 КТ361Б служат для преобразования выходных сигналов передатчика ТТЛ уровня в токовые посылки (логическому нулю соответствует отсутствие тока в петле, логической единице — ток 20 мА). Транзисторы VT3 и VT4 типа КТ315А осуществляют обратное преобразование. Выводы разъема X1

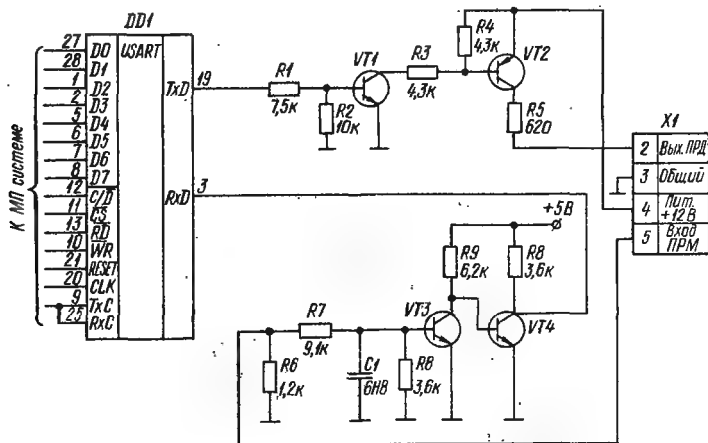


Рис. 3.19. Подключение видеотерминала 15ИЭ—00—013 через устройство последовательного ввода—вывода к микропроцессорной системе

соответствующий выводам разьема «Линия» дисплея 15ИЭ—00—013. Программы настройки режимов работы устройства ввода—вывода, вывода информации на дисплей и ввода с него приведены в примере 2.

П Р И М Е Р 2

```

;*****
; NASTR - НАСТРОЙКА УСТРОЙСТВА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО
;         ВВОДА-ВЫВОДА КР580ВВ51 ДЛЯ ОБМЕНА
;         ИНФОРМАЦИЕЙ С ДИСПЛЕЕМ 15ИЭ-00-013
;
; РЕЖИМ РАБОТЫ УВВ: АСИНХРОННЫЙ.
; КОЭФФИЦИЕНТ ДЕЛЕНИЯ ВХОДНОЙ СИНХРОЧАСТОТЫ: 1/64
; СТОПОВЫХ БИТА: 2
; КОНТРОЛЬ ЧЕТНОСТИ/НЕЧЕТНОСТИ: НЕТ
; ДЛИНА ПЕРЕДАВАЕМОГО СЛОВА : 8 БИТ
;
; CONST - АДРЕС РЕГИСТРА УПРАВЛЯЮЩЕГО СЛОВА УВВ
; CONOUT- АДРЕС ПОРТА ВВОДА-ВЫВОДА
;
NASTR: MVI A,0CFH      ; В "А" - УПРАВЛЯЮЩЕЕ СЛОВО РЕЖИМА
        OUT CONST      ; ЗАГРУЗКА ЕГО В УВВ
        MVI A,27H      ; В "А" - ДИРЕКТИВНАЯ КОМАНДА
        OUT CONST      ; ЗАГРУЗКА ЕЕ В УВВ
        RET            ; ВОЗВРАТ
;
;*****
; CO - ПРОЦЕДУРА ВЫВОДА СОДЕРЖИМОГО РЕГИСТРА "С" НА
;       ДИСПЛЕЙ 15ИЭ-00-013.
; ВХОД: "С" - ВЫВОДИМЫЙ СИМВОЛ В КОДЕ КОИ-7
;
CO:     IN CONST       ; ЧТЕНИЕ РЕГИСТРА СЛОВА СОСТОЯНИЯ
        ANI 01H        ; НАСКИРОВАНИЕ БИТА ГОТОВНОСТИ
                ; ПЕРЕДАТЧИКА
        JZ CO          ; ОЖИДАНИЕ ГОТОВНОСТИ
        MOV A,C        ; ЕСЛИ ПЕРЕДАТЧИК ГОТОВ, ТО
                ; КОПИРОВАНИЕ "С" В "А"
        OUT CONOUT     ; ВЫВОД ИНФОРМАЦИИ В ПОРТ УВВ
        RET            ; ВОЗВРАТ
;
;*****
; CI - ПРОЦЕДУРА ВВОДА ИНФОРМАЦИИ С ДИСПЛЕЯ 15ИЭ-00-013.
;       ВВЕДЕННЫЙ СИМВОЛ В "А" В КОДЕ КОИ-7
;
CI:     IN CONST       ; ЧТЕНИЕ РЕГИСТРА СЛОВА СОСТОЯНИЯ
        ANI 02H        ; НАСКИРОВАНИЕ БАЙТА ГОТОВНОСТИ
                ; ПРИЕМНИКА
        JZ CI          ; ОЖИДАНИЕ ГОТОВНОСТИ ПРИЕМНИКА
        IN CONOUT     ; ЧТЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ ИЗ УВВ
        RET            ; ВОЗВРАТ
;

```

3.4. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЕЖИМОВ ПРЕРЫВАНИЯ, ОЖИДАНИЯ И ПРЯМОГО ДОСТУПА В ПАМЯТЬ

Прерывания в микропроцессоре. Во многих практических приложениях по обработке реальных процессов целесообразно использование аппарата прерываний. Некоторое внешнее уст-

ройство с помощью импульса запроса прерывания может известить центральный процессор о необходимости прервать выполнение текущей программы и перейти к выполнению некоторой другой программы, которую принято называть программой обработки прерывания. Если прерывания разрешены и имеют место, выполняется следующая последовательность операций:

- 1) запоминается информация о текущем состоянии процессора;
- 2) производится идентификация устройства, от которого получен запрос на прерывание;
- 3) выполняется программа обработки прерывания;
- 4) восстанавливается состояние центрального процессора и возобновляется работа прерванной программы [105].

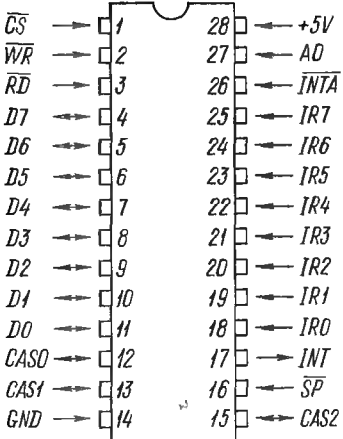
Несмотря на преимущества программных прерываний им присущ ряд недостатков, что связано со случайным характером поступления внешних запросов на прерывание. Это обстоятельство приводит к серьезным затруднениям при написании, и особенно отладке, программного обеспечения. Как правило, прикладное программное обеспечение, рассчитанное на работу с системой прерываний, должно тестироваться непосредственно на том конкретном микропроцессорном вычислителе, на котором оно в дальнейшем будет эксплуатироваться. Для систем, использующих прерывания, требуется также дополнительное аппаратное обеспечение, особенно когда прерывания могут поступать от нескольких источников [58].

У микропроцессора КР580ИК80А имеется единственный вход запроса на прерывание, который может быть программно заблокирован. Если запрос на прерывание возникает, когда работа системы прерываний разрешена, процессор завершает выполнение текущей команды и выдает сигнал подтверждения прерывания *INTE*. Таким образом, непосредственно сам центральный процессор только идентифицирует факт поступления прерывания. Указанная выше совокупность операций по обработке прерываний осуществляется с помощью внешних аппаратных средств.

Контроллер прерываний КР580ВН59. Он позволяет свести до минимума аппаратные затраты на реализацию системы прерываний и обеспечивает широкое разнообразие выполняемых функций, задаваемых программно. Один контроллер может обеспечивать обработку восьми запросов на прерывание. Путем каскадного включения контроллеров число обрабатываемых прерываний может быть увеличено до 64. Расположение выводов контроллера прерываний КР580ВН59 показано на рис. 3.20. Они выполняют следующие функции:

D7 — D0 — двунаправленная шина, подключаемая к системной шине данных;

Рис. 3.20. Расположение выводов контроллера прерываний КР580ВН59



A0 — вход младшего разряда адреса;

IR7—IR0 — входы запросов на прерывание;

$\overline{CS}$ — вход сигнала выбора микросхемы;

$\overline{WR}$, $\overline{RD}$ — входы сигналов записи и чтения;

$\overline{INTA}$ — вход подтверждения прерывания (соединяется с одноименным выходом системного контроллера КР580ВК28);

$\overline{SP}$ — вход признака подчиненности контроллера при каскадном

включении нескольких контроллеров (при $\overline{SP} = 1$ контроллер является ведущим, при $\overline{SP} = 0$ — ведомым);

INT — выход сигнала прерывания (подключается к одноименному входу центрального процессора);

GND — общий вывод;

CAS2—CAS0 — входы/выходы каскадирования контроллеров для работы с числом обрабатываемых запросов больше восьми.

При поступлении на вход запросов на прерывания IR7—IR0 одного из сигналов контроллер прерываний вырабатывает код команды CALL и два байта адреса, что обеспечивает переход на программу обработки прерывания. Последовательность взаимодействия контроллера прерываний с центральным процессором следующая:

1) сигнал логической единицы на одном или нескольких входах запроса на прерывание IR7—IR0 означает, что одно или несколько внешних устройств нуждается в обслуживании;

2) контроллер прерываний принимает эти запросы, сравнивает приоритеты и выдает сигнал запроса на прерывание INT на центральный процессор;

3) при возможности обработки прерывания (после окончания выполнения текущей команды) процессор отвечает сигналом подтверждения прерывания INTE и на выходе системного контроллера вырабатывается сигнал $\overline{INTA}$;

4) при получении сигнала $\overline{INTA}$ контроллер прерываний выставляет на шину данных код команды вызова процедуры CALL, которая инициирует выработку еще двух сигналов $\overline{INTA}$;

5) по двум последним сигналам *INTA* контроллер прерываний выставляет на шину данных предварительно запрограммированный адрес подпрограммы обработки прерывания;

6) процессор переходит к выполнению программы прерывания; перед возвратом из подпрограммы для очистки рабочего регистра контроллера прерываний необходимо загрузить в него из процессора команду конца прерывания *EOI*.

Программирование контроллера прерываний осуществляется по командам центрального процессора так же, как обычного устройства ввода—вывода. Различают два типа команд: слово инициирования команды *ICW* и слово выполнения команды *OCW*. Контроллер прерываний выполняет следующие программируемые операции: маскирования запросов; установки уровня приоритетов; конца операции обработки прерывания; чтения регистров запросов, обслуженных запросов и маски.

Форматы команд инициализации и управления показаны на рис. 3.21. Необходимо отметить, что в случае, когда контроллер является ведущим (или единственным в системе), последовательность команд инициирования содержит два слова: *ICW1* и *ICW2*. При каскадном включении контроллеров прерываний каждый из них программируется индивидуально. Пример каскадного включения контроллеров прерываний приведен в [3].

Особенности режима ожидания. Термин «ожидание» означает, что микропроцессор приостанавливает свою работу на некоторый период времени, необходимый для выполнения операции чтения — записи в память или устройства ввода—вывода. Как отмечалось в п. 3.1, работа центрального процессора синхронизируется двумя последовательностями тактовых импульсов ϕ_1 и ϕ_2 . Если время выборки данных из памяти или записи в нее (в/из устройства ввода—вывода) превышает время цикла команды, то естественно увеличить время цикла команды. Это обеспечивается наличием специального цикла ожидания T_w , который автоматически устанавливается в микропроцессоре при наличии на его входе *READY* сигнала низкого логического уровня к моменту времени T_2 текущей команды. При переходе центрального процессора в режим ожидания на его выходе *WAIT* появляется сигнал высокого логического уровня, свидетельствующей об установлении этого режима. В настоящее время развитие технологии изготовления полупроводниковых микросхем памяти привело к тому, что время считывания — записи информации существенно меньше времени цикла команды центрального процессора. Оригинальным является использование режима ожидания для синхронизации работы процессора и внешних устройств. Так, при использовании накопителей на гибких магнитных дисках с двойной плотностью записи время считывания одного байта информации с диска составляет

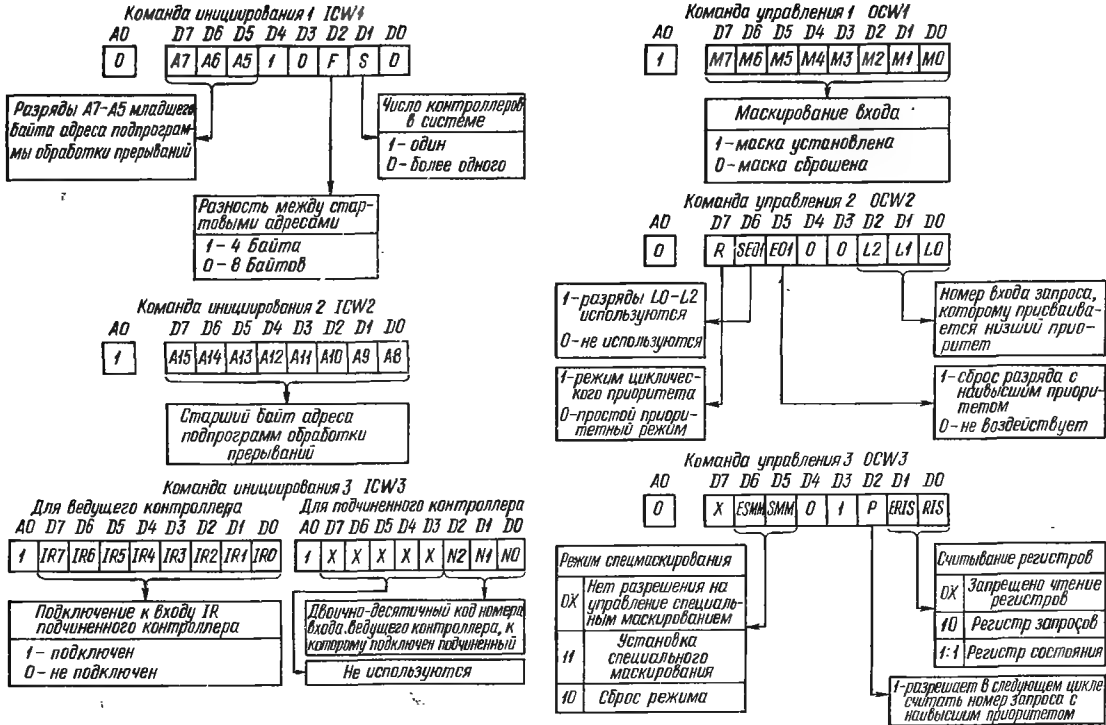


Рис. 3.21. Форматы команд инициирования и выполнения

16 мкс. При программном опросе готовности байта данных с дискового накопителя быстроедействие центрального процессора недостаточно даже при максимальной тактовой частоте $F_T = 2,5$ МГц. Введение режима ожидания обеспечивает прием центральным процессором очередного байта данных с накопителя и его пересылку в определенную зону ОЗУ [119].

Прямой доступ в память. В этом режиме работы не используется принцип адресации памяти, обычно реализуемый в микропроцессорных системах. Адресация выполняется какой-либо другой системой процессором или контроллером. При этом происходит полная передача управления и шины данных внешнему процессору. В микропроцессоре КР580ИК80А для обеспечения этого режима используется сигнал захвата шины *HOLD*. При подаче сигнала высокого логического уровня на этот вход переходят в третье состояние адресные шины, шины данных и управления микропроцессора. Выходной сигнал подтверждения захвата шин *HLDA* сигнализирует об установлении данного режима. При поступлении этого сигнала на одноименный вход системного контроллера КР580ВК28 обеспечивается перевод его шины данных в третье состояние.

Режим прямого доступа в память требуется, как правило, в двух случаях: при необходимости передачи в память или из нее блоков информации с высокой скоростью, не достижимой при их передаче самим центральным процессором, а также в случае работы двух и более микропроцессоров на единую системную память. Решение первой задачи существенно упрощается при использовании специального контроллера.

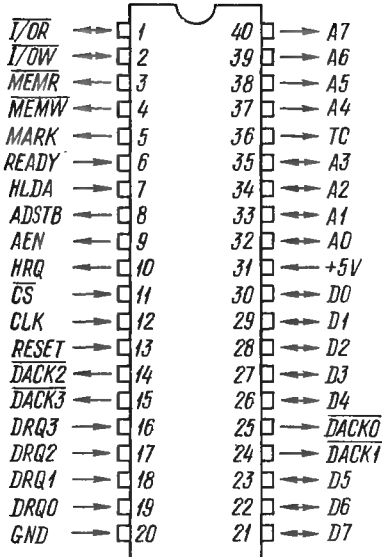
Контроллер прямого доступа в память КР580ВТ57. Он предназначен для высокоскоростного обмена данными между памятью микропроцессорной системы и внешними устройствами и обеспечивает поочередное обслуживание четырех каналов для обмена побайтно или массивами данных. Каждый из каналов обеспечивает адресацию внешней памяти емкостью до 16 Кбайт с возможностью задания любого из 64 Кбайт начальных адресов.

Контроллер прямого доступа в память определяет приоритет запросов от четырех периферийных устройств и обслуживает запрос с высшим приоритетом. Он осуществляет автоматический подсчет циклов прямого доступа в память для каждого канала и формирует сигнал окончания передачи [7].

Расположение выводов контроллера прямого доступа в память КР580ВТ57 показано на рис. 3.22. Назначение выводов контроллера следующее:

DRQ3—DRQ0 — запрос прямого доступа в память каналов 3—0 (наличие входного сигнала высокого логического уровня свидетельствует о запросе внешнего устройства на обмен данными с памятью);

Рис. 3.22. Расположение выводов контроллера прямого доступа в память КР580ВТ57



$\overline{DACK3} - \overline{DACK0}$ — подтверждение запроса прямого доступа в память каналов 3—0;

TC — конец счета (появление выходного напряжения высокого логического уровня свидетельствует об окончании последнего цикла обмена данными);

$\overline{MARK}$ — выход счетчика по модулю 128 (появление сигнала высокого логического уровня свидетельствует об окончании 128 циклов обмена данными);

$\overline{HRQ}$ — запрос захвата сигнализует микропроцессорной системе о запросе доступа к системным шинам;

$\overline{HLDA}$ — подтверждение захвата свидетельствует о возможности обмена данными с помощью контроллера;

$\overline{READY}$ — готовность (используется для согласования скорости передачи данных контроллера и внешних устройств);

$\overline{ADSTB}$ — строб адреса (положительный строб адреса свидетельствует о наличии на разрядах данных $D7 - D0$ контроллера старшего байта адреса ОЗУ);

$\overline{AEN}$ — разрешение адреса (высокий логический уровень выходного сигнала блокирует буферы адреса микропроцессорной системы на время обмена данными с памятью);

$\overline{I/O\overline{R}}$, $\overline{I/O\overline{W}}$ — двунаправленные трехстабильные входы/выходы (в режиме программирования контроллера прямого доступа в память используются для выдачи сигналов чтения и записи в устройства ввода—вывода);

$\overline{MEM\overline{R}}$, $\overline{MEM\overline{W}}$ — выходы, управляющие чтением и записью данных в режиме прямого доступа в память.

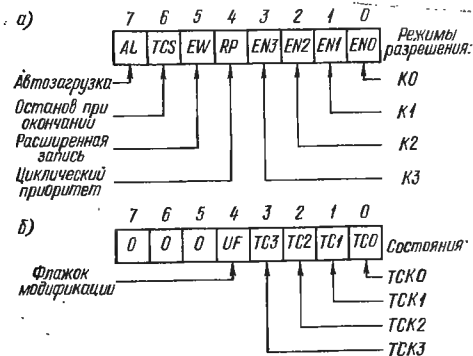
Программируют контроллер аналогично устройствам ввода—вывода. В этом режиме адресные разряды $A3 - A0$ позволяют адресовать внутренние 16-разрядные регистры контроллера. Так как программирование осуществляется через двунаправленную 8-разрядную шину данных $D7 - D0$, то внутренние регистры загружаются последовательно. Управление их загрузкой осуществляет внутренний триггер. Состояние разряда $A3 = 0$ обеспечивает обращение к регистрам каналов прямого доступа, а $A3 = 1$ — к регистрам режима и состояния. При обращении к реги-

Рис. 3.23. Форматы управляющих слов для загрузки внутренних регистров каналов

страм каналов разряды $A2$ и $A1$ содержат двоичный адрес канала, к которому относится загружаемая информация. При $A0=0$ управляющее слово относится к регистру адреса канала,

при $A0=1$ — к регистру счетчика канала. Форматы управляющих слов для загрузки внутренних регистров канала показаны на рис. 3.23, а формат слова режима и состояния — на рис. 3.24. Для правильного инициирования канала прямого доступа сначала должен быть загружен регистр начального адреса канала и числа циклов обмена, далее загружается слово режима. Биты слова режима имеют следующее назначение. Бит AL автозагрузки позволяет использовать второй канал для повторных передач предыдущего блока данных или сцепленных блоков данных без программного вмешательства между передачами блоков со стороны центрального процессора. Для этого регистры третьего канала загружаются параметрами повторного инициирования второго канала, который программируется обычным путем. Бит разрешения останова TCS управляет окончанием передачи данных через канал. Если $TCS = 1$, то передача данных заканчивается после формирования сигнала окончания счета TC . При $TCS = 0$ состояние сигнала TC не влияет на работу канала и обмен прекращается по инициативе внешнего устройства. При установке бита $EW = 1$ увеличивается продолжительность циклов записи и чтения, формируемых контроллером для согласования с медленно работающими элементами памяти. Бит RP определяет фиксированный приоритет запросов (при $RP = 0$) или циклический (при $RP = 1$). При фиксированном приоритете нулевой канал имеет высший приоритет, третий канал — низший. При установке

Регистр	Состояние при загрузке	Линии шины данных							
		D7	D6	D5	D4	D3	D2	D1	D0
Адрес К	0	A7	A6	A5	A4	A3	A2	A1	A0
	1	A15	A14	A13	A12	A11	A10	A9	A8
Счетчик К	0	C7	C6	C5	C4	C3	C2	C1	C0
	1	ЧТ	Зп	С13	С12	С11	С10	С9	С8



циклического приоритета каналы обслуживаются поочередно. Четыре младших бита $EN0-EN3$ определяют состояние соответствующего канала. Если значение бита равно нулю, то работа канала запрещается.

Разряды слова состояния контроллера имеют следующее назначение. Биты окон-

Рис. 3.24. Формат слова: а — режима; б — состояния

ания передачи данных $TC3-TC5$ устанавливаются в единичное состояние синхронно с сигналом TC по окончании передачи массива информации по соответствующему каналу. Бит модификации UF устанавливается в единичное состояние, когда в режиме автозагрузки параметры третьего канала передаются в регистры второго канала.

По сигналу $RESET$, поступающему на вход контроллера, регистр режима обнуляется и обмен данными через каналы прямого доступа в память не производится. Практические примеры использования контроллера приведены в [105].

3.5. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ УСТРОЙСТВА МИКРОПРОЦЕССОРНОЙ СИСТЕМЫ

Интервальный таймер КР580ВИ53. Таймер представляет собой программируемое устройство формирования временных задержек для синхронизации управляемых объектов в реальном масштабе времени. Таймер состоит из трех независимых идентичных счетчиков, работающих в двоичном или двоично-десятичном коде. Максимальная частота синхронизации составляет 2 МГц. На рис. 3.25 показано расположение выводов микросхемы КР580ВИ53 и дано их обозначение. Они выполняют следующие функции:

$D7-D0$ — двунаправленные входы/выходы, подключаемые к системной шине данных;

$A0, A1$ — два младших адресных разряда системной адресной шины, обеспечивающие адресацию внутри микросхемы при задании режима работы каждого из каналов таймера;

$\overline{RD}, \overline{WR}$ — входы сигналов чтения и записи;

$\overline{CS}$ — сигнал выбора микросхемы (все операции обмена информацией с таймером осуществляются при низком логическом уровне сигнала);

$CLK2-CLK0$ — входы счетчиков каналов, на которые подаются сигналы тактовой частоты;

$OUT2-OUT0$ — выходы счетчиков каналов;

$GATE2-GATE0$ — входы управления счетчиками каналов (при низком логическом уровне сигнала на этих входах запрещается прохождение сигналов тактовой частоты на входы счетчиков).

Каждый из счетчиков программируется от центрального процессора (независимо от других счетчиков) подачей управляющего слова (рис. 3.26) и двух байтов, задающих коэффициент деления N . Программируемый интервальный таймер обеспечивает возможность работы в одном из шести режимов.

В режиме 0 при программировании таймера до окончания счета числа, загруженного в счетчик, на выходе OUT устанавливается напряжение низкого логического уровня. После окончания счета на этом выходе устанавливается напряжение высокого логического уровня, которое сохраняется до загрузки счетчика новым

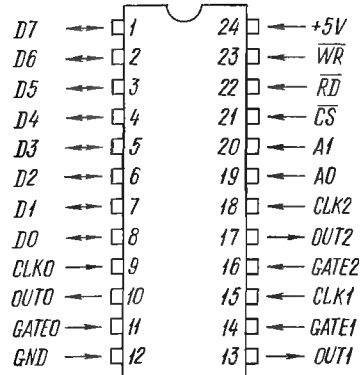


Рис. 3.25. Расположение выводов интервального таймера КР580ВИ53

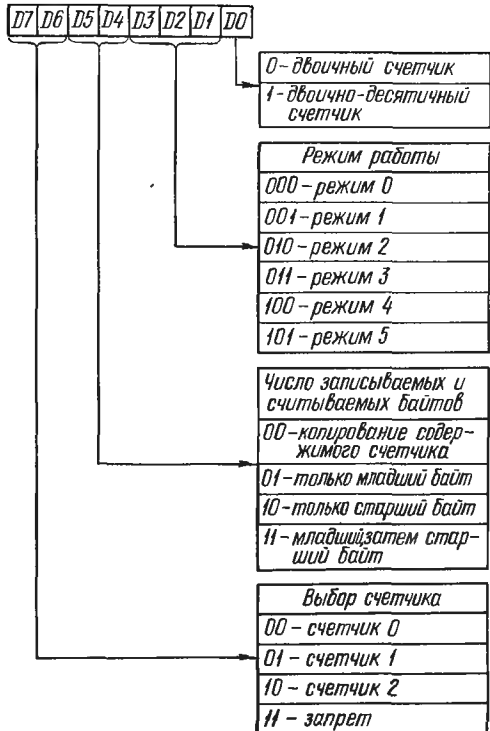


Рис. 3.26. Формат управляющего слова

числом N . Перезагрузка счетчика младшим байтом числа N во время работы счетчика приводит к прекращению счета, перезагрузка старшего байта — перезапускает счетчик канала.

В режиме 1 счетчик формирует отрицательные импульсы длительностью $T \cdot N$, где T — период следования тактовых импульсов на входе счетчика, N — число, загруженное в счетчик. Новое число, загруженное в счетчик, не влияет на длительность текущего формируемого импульса. В этом режиме возможен запуск счетчика по переднему фронту сигнала на входе $GATE$ или его перезапуск, если счет не был закончен.

В режиме 2 счетчик работает в качестве делителя на N входных сигналов тактовой частоты. На выходе счетчика OUT устанавливается напряжение низкого логического уровня на один период тактовой частоты. При загрузке счетчика новым числом во время счета последующий выходной сигнал соответствует новому числу N . Подачей сигнала низкого логического уровня на вход $GATE$ запрещается счет, на выходе OUT устанавливается напряжение высокого логического уровня. При поступлении сигнала высокого логического уровня на вход $GATE$ счет начинается

сначала, что позволяет использовать вход *GATE* для синхронизации работы счетчика внешними сигналами.

В режиме 3 счетчик работает аналогично режиму 2, но длительность формируемых отрицательных и положительных полупериодов для четного числа N равна $TN/2$. При нечетном N положительный полупериод равен $TN/2$, а отрицательный — $T(N - 1)/2$. В этом режиме запрещается использовать коэффициент деления $N = 3$.

В режиме 4 по окончании счета числа N , загруженного в счетчик, на его выходе *OUT* устанавливается напряжение низкого логического уровня на время, равное одному периоду следования сигналов тактовой частоты. Управляющий сигнал низкого логического уровня на входе *GATE* приостанавливает работу счетчика, но не сбрасывает его. Запись в счетчик младшего байта нового числа N не влияет на текущий счет, а запись старшего байта запускает счетчик сначала.

В режиме 5 счетчик является перезапускаемым. По переднему фронту сигнала на входе *GATE* счетчик запускается или перезапускается, если счет не был закончен. Загрузка счетчика новым числом N не влияет на длительность текущего цикла.

Формат управляющего слова для программирования режимов работы таймера приведен на рис. 3.26. Запись управляющего слова для любого из счетчиков производится при $A1 = 1$, $A0 = 1$. Загрузка младшего и старшего байтов числа N в счетчик конкретного канала производится путем их адресации в разрядах адреса $A1$ и $A0$. При этом адрес счетчика соответствует двоичному коду на этих разрядах.

Если таймер работает в качестве счетчика внешних событий, то часто требуется во время работы считывать его содержимое. Это может быть сделано двумя способами: 1) счетчик приостанавливается сигналом низкого логического уровня на входе *GATE* (чтение содержимого счетчика производится подачей двух команд *IN* от центрального процессора: первая команда считывает младший байт, вторая — старший байт числа N); 2) содержимое счетчика считывают, предварительно записав в регистр управляющего слова команду следующего формата: разряды $D7$, $D6$ адресуют конкретный счетчик таймера, разряды $D5$, $D4$ равны нулю, остальные разряды принимают произвольное значение. После этого содержимое выбранного счетчика считывается аналогично первому способу.

В качестве примера рассмотрим программирование режима работы интервального таймера в качестве делителя частоты по нулевому каналу (пример 3). На вход синхронизации поступает сигнал ф2ТТЛ с выхода генератора тактовых импульсов КР580ГФ24, работающего на частоте 15 МГц. Требуется на выходе нулевого счетчика получить частоту 153,6 кГц, что обеспечит скорость обмена информацией через последовательное устройство ввода—вывода 9600 бод (см. рнс. 3.19).

```

*****
; ПРОГРАММА НАСТРОЙКИ ИНТЕРВАЛЬНОГО ТАЙМЕРА КР580ВМ53
; РАБОЧИЙ КАНАЛ: 0
; РЕЖИМ : 3 - ГЕНЕРАТОР МЕАНДРА
; ЗАДАЕТСЯ ТОЛЬКО МЛАДШИЙ БАЙТ КОЭФФИЦИЕНТА ДЕЛЕНИЯ
; КОД КОЭФФИЦИЕНТА ДЕЛЕНИЯ: ДВОИЧНО-ДЕСЯТИЧНЫЙ
; TIME - АДРЕС 0 КАНАЛА ТАЙМЕРА
; TIME+3 - АДРЕС РЕГИСТРА УПРАВЛЯЮЩЕГО СЛОВА

```

```

MVI A,1FH      ; В "А" - УПРАВЛЯЮЩЕЕ СЛОВО
OUT TIME+3     ; ВЫДАЧА ЕГО В РЕГИСТР
                ; УПРАВЛЯЮЩЕГО СЛОВА ТАЙМЕРА
MVI A,10H      ; В "А" - КОЭФФИЦИЕНТ ДЕЛЕНИЯ
                ; ВХОДНОЙ СИХРОЧАСТОТЫ
OUT TIME       ; ВЫДАЧА ЕГО В 0 КАНАЛ
END

```

Контроллер клавиатуры и индикации КР580ВВ79. Контроллер состоит из двух функционально-автономных частей: клавиатурной и индикаторной [116]. Клавиатурная часть микросхемы обеспечивает ввод информации в контроллер через входы *RET7—RET0* с клавиатуры или матрицы контактных датчиков.

Для хранения вводимой информации в контроллере предусмотрено ОЗУ емкостью 8 байт, работающее по принципу «первый вошел—первый вышел». При поступлении информации в буферное ОЗУ контроллер вырабатывает сигнал запроса прерывания *INT*.

В клавиатурной части контроллера предусмотрен режим обнаружения ошибок при одновременном замыкании двух или более контактов, а также введена специальная схема подавления дребзга. Индикаторная часть микросхемы обеспечивает вывод информации по двум 4-разрядным каналам *DSPA3—DSPA0* и *DSPB3—DSPB0* в виде двоичного кода на 8- или 16-разрядные цифровые или алфавитно-цифровые индикаторы. Расположение выводов контроллера КР580ВВ79 и их обозначение приведены на рис. 3.27. Они имеют следующее назначение:

D7—D0 — канал данных микросхемы;

CLR — вход установки микросхемы в исходное состояние;

CLK — вход синхронизации, на который обычно поступает сигнал Φ ТТЛ с генератора тактовой частоты;

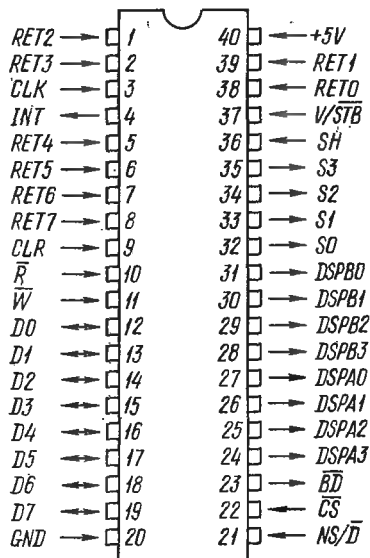


Рис. 3.27. Расположение выводов контроллера клавиатуры и индикации КР580ВВ79.

$\overline{W}$, $\overline{R}$ — сигналы записи и чтения;

$\overline{CS}$ — сигнал выбора микросхемы;

$NS/\overline{D}$ — сигнал управления записью/чтением команд или данных (при сигнале низкого логического уровня записываются или считываются данные, а при сигнале высокого логического уровня записывается команда или считывается слово состояния контроллера);

INT — сигнал запроса прерывания (равен единице при наличии информации в буферном ОЗУ датчиков);

$RET7$ — $RET0$ — входы для подачи сигналов, которые через замкнутые контакты датчиков поступают с выходов сканирования (в режиме ввода данных по стробу они являются входной шиной данных);

$V/\overline{STB}$ — сигнал стробирования данных для входов $RET7$ — $RET0$ в режиме ввода по стробу (в режиме сканирования клавиатуры состояние этого сигнала записывается в разряд $D7$ буферного ОЗУ вместе с кодом нажатой клавиши);

SH — входной сигнал, служащий для индикации факта нажатия любой из клавиш или замыкания контактов датчика (записывается в разряд $D6$ буферного ОЗУ контроллера);

$\overline{BD}$ — выходной сигнал гашения отображения на индикаторе во время смены символов или при поступлении команды гашения отображения;

$DSPA3$ — $DSPA0$, $DSPB3$ — $DSPB0$ — выходы регистров отображения (данные на эти выходы выдаются синхронно с сигналами на выходах $S3$ — $S0$);

$S3$ — $S0$ — выходы сканирования клавиатуры или матрицы датчиков и индикатора.

Программирование контроллера осуществляется аналогично рассмотренным ранее устройствам ввода—вывода подачей управляющих слов по команде OUT . Перед программированием режима работы микросхемы она должна быть установлена в исходное состояние подачей сигнала $RESET$ на вход CLR .

Формат команды установки режимов работы контроллера показан на рис. 3.28. Дальнейший переход микросхемы с одного режима работы на другой производится подачей соответствующего кода команды и не требует подачи сигнала $RESET$ или команды сброса. Контроллер выполняет следующие команды.

1. Команда программирования синхронизации (разряды $D7 = 0$, $D6 = 0$, $D5 = 1$ определяют код команды, а разряды $D4$ — $D0$ — код программируемого коэффициента деления входной синхрочастоты K , лежащего в пределах от 2 до 31). Предназначена для задания скорости сканирования клавиатуры и индикатора.

2. Команда чтения буферного ОЗУ датчиков (код команды определяют разряды $D7 = 0$, $D6 = 1$, $D5 = 0$). В клавиатурном режиме и режиме ввода по стробу для чтения ОЗУ датчиков доста-

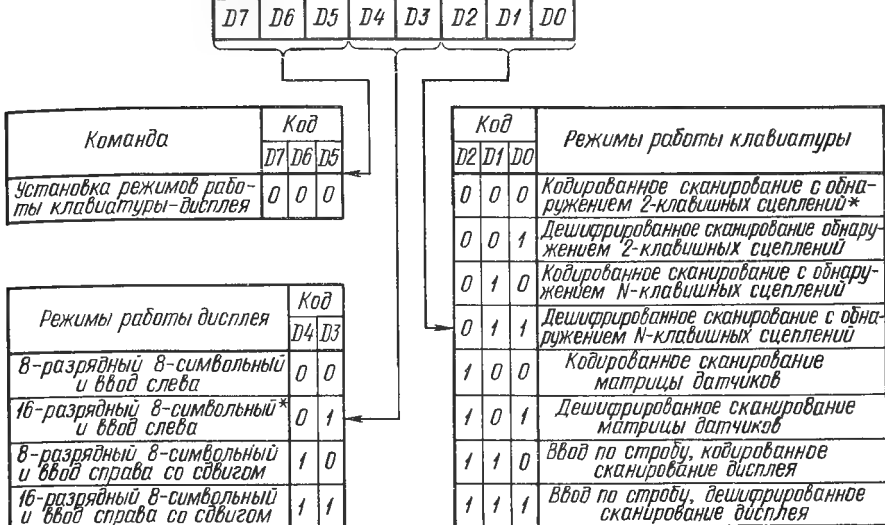


Рис. 3.28. Формат команды установки режимов (режим * выбирается автоматически после установки микросхемы в исходное состояние сигналом CLR)

точно подать только код команды. В режиме сканирования матрицы датчиков разряд $D4 = 1$ устанавливает режим автоинкрементирования, а разряды $D2-D0$ определяют адрес читаемой микропроцессором строки матрицы датчиков. Установка режима автоинкрементирования позволяет при подаче последующих команд чтения ОЗУ датчиков автоматически читать последующие строки матрицы датчиков.

3. Команда чтения ОЗУ отображения (разряды $D7 = 0$, $D6 = 1$, $D5 = 1$ задают код команды; разряд $D4$ определяет использование автоинкрементного режима чтения ОЗУ; разряды $D3-D0$ содержат адрес строки ОЗУ, читаемой микропроцессором).

4. Команда записи в ОЗУ отображения (разряды $D7 = 1$, $D6 = 0$, $D5 = 0$ задают код команды; остальные разряды выполняют функции, аналогичные предыдущей команде).

5. Команда гашения—запрета записи отображения (используется для гашения отображения на выходах $DSPA3-DSPA0$ и $DSPB3-DSPB0$, а также для запрещения записи в одну из половин ОЗУ отображения или в обе половин ОЗУ одновременно). Код команды содержит разряды $D7 = 1$, $D6 = 0$, $D5 = 1$; разряд $D3 = 1$ запрещает запись в ОЗУ отображения по входам $D7-D4$ для канала А, разряд $D2 = 1$ —по входам $D3-D0$ для канала В; разряд $D1 = 1$ производит гашение выходов $DSPA3-DSPA0$ для канала А, а разряд $D0 = 1$ — выходов $DSPB3-DSPB0$ канала В.

6. Команда сброса предназначена для программной установки контроллера в исходное состояние, а также для сброса ОЗУ

ображения и выходов $DSPA3$ — $DSPA0$ и $DSPB3$ — $DSPB0$ в код, определяемый разрядами $D3$ и $D2$ команды. Формат команды сброса приведен в [116] (разряды $D7=1$, $D6=1$, $D5=0$ задают код команды; разряд $D1=1$ обеспечивает сброс регистра слова состояния и прерывания, а разряд $D0=1$ — программный сброс).

7. Команда сброса прерывания и установки режима обнаружения ошибок предназначена для сброса сигнала запроса прерывания INT в режиме матрицы датчиков и установки специального режима обнаружения ошибок в клавиатурном режиме с N -клавишным сцеплением (разряды $D7=1$, $D6=1$, $D5=1$ задают код команды; разряд $D4=1$ устанавливает режим обнаружения ошибок; состояние остальных разрядов безразлично).

Клавиатурная часть контроллера может работать в одном из трех режимов. В режиме сканирования клавиатуры информация, вводимая в буферное ОЗУ, соответствует позиции ключа в клавиатуре и состоянию входных сигналов SH и $V/\overline{STB}$ (разряды $D5$ — $D3$ определяют номер строки клавиатуры, а разряды $D2$ — $D0$ — номер столбца, в котором нажата клавиша).

В режиме матрицы датчиков данные, поступающие со входов $RET7$ — $RET0$, непосредственно вводятся в ту строку ОЗУ датчиков, которая соответствует сканируемой в данный момент строке матрицы. Таким образом, каждая позиция ключа в матрице соответствует определенной позиции в ОЗУ датчиков.

В режиме ввода по стробу данные вводятся в буферное ОЗУ датчиков со входов $RET7$ — $RET0$ при наличии сигнала низкого логического уровня на входе $V/\overline{STB}$. Длительность стробирующего импульса в этом случае должна быть не меньше длительности импульса синхронизации.

Применение устройств АЦП и ЦАП. В задачах управления при использовании цифровых вычислителей необходимость преобразования аналоговых напряжений в цифровую форму и обратно возникает очень часто. В настоящее время разработано большое число интегральных микросхем АЦП и ЦАП, осуществляющих данную операцию и предназначенных специально для использования в микропроцессорных системах.

Преобразователь последовательного приближения $K1113PB1$ является 10-разрядным функционально законченным устройством, содержащим внутренний источник опорного напряжения, тактовый генератор и компаратор напряжений. Выводы микросхемы имеют следующее назначение. Разряды $D9$ — $D0$ образуют выходную цифровую шину преобразователя. Наличие сигнала низкого логического уровня на выходе готовности данных $\overline{GD}$ свидетельствует о готовности данных на выходе АЦП. Вход U_{ac} является аналоговым входом преобразователя. Для уменьшения вероятности возникновения ошибок преобразования из-за перекрестных помех преобразователь имеет два нулевых вывода:

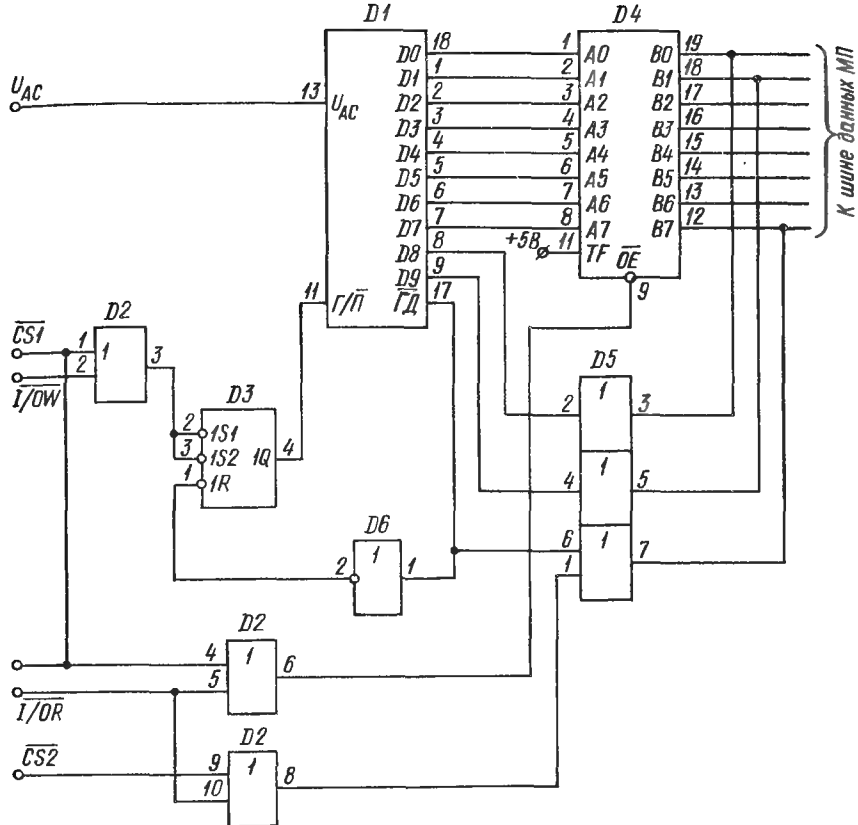


Рис. 3.29. Схема подключения АЦП К1113ПВ1 к микропроцессорной системе

аналоговая земля АЗ и цифровая земля ЦЗ. На вход $\overline{Г/П}$ подается отрицательный импульс запуска преобразователя длительностью не менее 2 мкс. Время преобразования АЦП составляет 25 мкс. В это время на выходе $\overline{ГД}$ присутствует сигнал высокого логического уровня, свидетельствующий о неготовности данных. Вывод УДС служит для управления двуполярным сдвигом. Если на вход УДС подан нулевой потенциал, на вход преобразователя можно подавать однополярные аналоговые сигналы в диапазоне от 0 до 10 В. При отключении вывода УДС от нулевого провода на вход можно подавать двуполярный сигнал в диапазоне от -5 В до $+5$ В. При этом старший разряд $D9$ на выходе АЦП является знаковым ($D9=0$ при положительном входном напряжении, $D9=1$ — при отрицательном).

На рис. 3.29 приведена схема подключения АЦП К1113ПВ1 к микропроцессорной системе, выполненной на базе микропро-

цессора КР580ИК80 [113]. В исходном состоянии, когда преобразователь готов к работе, на выходе $\overline{ГД}$ установлен сигнал низкого логического уровня. Для увеличения длительности сигнала начала преобразования, подаваемого на вход $Г/\overline{П}$, служит RS -триггер $D2$ К555ТР2. По команде $OUT\ ADC1$ на выходе дешифратора адреса устройств ввода—вывода микропроцессорной системы должен установиться низкий логический уровень ($\overline{CS1}=0$), а при приходе сигнала записи в устройство ввода—вывода $\overline{I/O\overline{W}}$ RS -триггер перебросится. На его выходе $1Q$ установится сигнал логической единицы, что обеспечит запуск преобразователя. Примерно через 1,5 мкс на выходе $\overline{ГД}$ установится сигнал высокого логического уровня, свидетельствующий о начале преобразования. При этом RS -триггер $D3$ возвращается в исходное состояние, автоматически формируя импульс начала преобразования необходимой длительности. Для считывания информации в микропроцессоре анализируется сигнал $\overline{ГД}$, поступающий на шину данных в разряде $D7$ через буферный элемент $D5$ К155ЛП11 при команде чтения из $УВВ\ IN\ ADC2$. При установлении разряда $D7$ в нулевое состояние микропроцессор может считать два старших разряда АЦП по тому же адресу $ADC2$ и по команде $IN\ ADC1$ — остальные восемь разрядов через буферный элемент $D4$ КР580ВА86. Для формирования вспомогательных сигналов управления используются элемент $D2$ «ИЛИ» типа К155ЛЛ1 и инвертор $D6$ типа К155ЛН1. Программа обслуживания АЦП приведена в примере 4.

П Р И М Е Р 4

```

*****
; ADCONV - ПРОЦЕДУРА ВВОДА АНАЛОГОВОГО СИГНАЛА ЧЕРЕЗ
; АЦП В МИКРОПРОЦЕССОРНУЮ СИСТЕМУ.
;
; ВВЕДЕННАЯ ИНФОРМАЦИЯ ПОМЕЩАЕТСЯ В РЕГИСТРЫ "D",
; МЛАДШИЙ БАЙТ - В РЕГИСТРЕ "E", СТАРШИЙ В "D".
;
; ADC1 - АДРЕС, ОБРАЩЕНИЕ ПО КОТОРОМУ ПРИ ВЫВОДЕ
; ОБЕСПЕЧИВАЕТ ЗАПУСК АЦП, ПРИ ЧТЕНИИ - ВВОД
; МЛАДШЕГО БАЙТА РЕЗУЛЬТАТА С АЦП.
; ADC2 - АДРЕС, ПО КОТОРОМУ СЧИТЫВАЕТСЯ СТАРШИЕ
; БАЙТЫ РЕЗУЛЬТАТА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ И БИТ
; ГОТОВНОСТИ ПО РАЗРЯДУ D7.
;
ADCONV: OUT ADC1      ; ЗАПУСК АЦП
        IN ADC2       ; ЧТЕНИЕ СТАРШЕГО БАЙТА РЕЗУЛЬТАТА.
        RLC          ; СДВИГ РАЗРЯДОВ "A" ВЛЕВО
        JC ADCONV+1   ; ОЖИДАНИЕ ПОКА БИТ ГОТОВНОСТИ
                    ; РЕЗУЛЬТАТА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ НЕ
                    ; СТАНЕТ РАВНЫМ НУЛЮ.
        MOV D,A       ; ЕСЛИ ДАННЫЕ ГОТОВЫ, ТО КОПИРУЕМ
                    ; СОДЕРЖИМОЕ "A" В РЕГИСТРЕ "D"
        IN ADC1       ; СЧИТЫВАЕМ МЛАДШИЙ БАЙТ РЕЗУЛЬТАТА
                    ; В "A"
        MOV E,A       ; И ПЕРЕСЫЛАЕМ ЕГО В РЕГИСТР "E"
        RET          ; ВОЗВРАТ

```


Процедуры многоразрядного сложения и вычитания. Центральный процессор КР580ИК80А является 8-разрядным микропроцессором, в системе команд которого предусмотрены арифметические команды сложения и вычитания содержимого регистров и ячеек памяти. Кроме этого, предусмотрены команды сложения содержимого пар регистров, что позволяет легко реализовать сложение 16-разрядных чисел. На основе указанных команд могут быть разработаны программы умножения, деления, извлечения квадратного корня и другие процедуры обработки целых чисел с разрядностью, кратной восьми.

Необходимость в программах многоразрядных сложения и вычитания возникает при накоплении большого числа входных данных в памяти вычислителя [118]. Два числа, над которыми будут выполняться операции сложения или вычитания, расположены в двух неперекрывающихся областях ОЗУ вычислителя. В паре регистров *HL* указывается начальный адрес младшего байта первого числа, в паре регистров *DE* — начальный адрес младшего байта второго числа. Старшие байты чисел располагаются в последующих ячейках ОЗУ в порядке возрастания адресов. В регистре *C* указывается разрядность обрабатываемых чисел. В случае, когда складываются или вычитаются числа с различной разрядностью, в регистре *C* указывается разрядность меньшего числа. При успешном выполнении операции сложения на выходе программы значение флага переноса равно нулю, в случае возникновения переполнения флаг переноса устанавливается в единичное значение. Программа *MADD* осуществляет сложение двух многоразрядных чисел. Результат сложения записывается в ячейки ОЗУ начиная с адреса, указанного на входе программы в регистрах *HL*, т. е. на месте первого числа.

Модифицированная программа *MADDM* позволяет записать результат сложения в произвольную область ОЗУ. Начальный адрес младшего байта результата сложения в этом случае указывается в паре регистров *BC*, а в аккумуляторе *A* задается разрядность обрабатываемых чисел. Две программы многоразрядного вычитания имеют аналогичное назначение входных и выходных регистров. Необходимо отметить, что в программах вычитания число с начальным адресом младшего байта, указанным в паре регистров *HL*, является вычитаемым, второе число — уменьшаемым. Время выполнения программ непосредственно зависит от длины операндов и составляет $(46N + 14)$ машинных циклов для программ *MADD* и *MSUB* и $(87N + 35)$ машинных циклов для программ *MADDM* и *MSUBM*, где N — число байтов в операндах.

Программы умножения и деления. В литературе неоднократно приводились различные программы умножения и деления целых

чисел, разработанных для микропроцессора КР5801ИК80А. Однако приводимые процедуры обладают существенно большим быстродействием, чем, например, приведенные в [30]. Увеличение эффективности программ умножения и деления достигнуто за счет использования трехбайтного представления обрабатываемых чисел [115]. Для реализации данного метода при выполнении умножения двух 16-разрядных чисел используется вспомогательная программа умножения *BMULT* 8-разрядного операнда на 16-разрядный. При этом первый операнд располагается в аккумуляторе *A*, второй — в регистрах *BC*. Результат формируется в регистрах *A—HL* со старшими разрядами в регистре *A*. В программах деления и умножения время их выполнения зависит от числа нулей и единиц в операндах. Максимальное время работы программы *BMULT* составляет 424 машинных цикла.

В программе 16-разрядного умножения множимое располагается в регистрах *BC*, множитель — в регистрах *DE*. Произведение в виде 32-разрядного числа формируется в регистрах *DE—HL* со старшими разрядами в регистре *DE*. Время выполнения программы не превышает 1023 машинных циклов.

Алгоритм работы программы деления 32-разрядного числа на 16-разрядное является обычным алгоритмом деления четырехзначного десятичного числа на двузначное десятичное число. Делимое помещается в регистры *HL—DE*, причем старшие разряды находятся в регистрах *HL*. Делитель располагается в регистрах *BC*. Частное операции деления формируется в регистрах *DE*, а остаток помещается в регистры *HL*. Если частное от деления превышает 16 двоичных разрядов, то флаг переноса устанавливается в нулевое значение, индицируя переполнение. В случае нормального завершения операции деления флаг переноса равен единице.

Извлечение квадратного корня. Обычно при операции извлечения квадратного корня из целого числа последовательно вычитают нечетные числа, например, 1, 3, 5, 7, При этом число, показывающее сколько раз было выполнено вычитание, оказывается ответом операции извлечения квадратного корня. Непосредственное применение данного алгоритма приводит к чрезмерному увеличению времени его выполнения. Метод, предложенный в работе [100], позволяет увеличить быстродействие операции извлечения квадратного корня почти в три раза (извлечение квадратного корня из 16-разрядного числа не более 2540 машинных циклов).

Исходное 16-разрядное число размещается в регистрах *DE*. Результат извлечения квадратного корня помещается в регистры *BC*, а остаток — в регистры *HL*. Обработка осуществляется следующим образом. Вначале обнуляются регистры *HL* и *BC*; регистры *HL* и *DE* рассматриваются как один 32-разрядный регистр (его содержимое сдвигается влево на два бита). Затем производится вычитание содержимого *HL* и *BC*. Если операция вы-

LOC	OBJ	LINE	SOURCE STATEMENT
		1	ASEG
4000		2	ORG 4000H
		3	;
		4	;
		5	*****
		6	; MADD - ПРОЦЕДУРА МНОГОРАЗЯДНОГО СЛОЖЕНИЯ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ
		7	;
		8	; ВХОД: "HL" - АДРЕС МЛАДШЕГО БАЙТА 1 СЛАГАЕМОГО В ОЗУ
		9	; "DE" - АДРЕС МЛАДШЕГО БАЙТА 2 СЛАГАЕМОГО В ОЗУ
		10	; "C" - ЧИСЛО БАЙТ МЕНЬШЕГО ИЗ СЛАГАЕМЫХ
		11	;
		12	; ВЫХОД: СУММА ДВУХ ЧИСЕЛ НА МЕСТЕ 1 СЛАГАЕМОГО В ОЗУ
		13	; ФЛАГ ПЕРЕНОСА: CY=0 - ПРИ НОРМАЛЬНОМ ЗАВЕРШЕНИИ
		14	ОПЕРАЦИИ СЛОЖЕНИЯ,
		15	CY=1 - ПРИ ПЕРЕПОЛНЕНИИ.
		16	;
4000 AF		17	MADD: XRA A ; ОЧИСТКА "A" И ФЛАГА ПЕРЕНОСА
4001 1A		18	LDAX D ; "A" - СОДЕРЖИМОЕ ЯЧЕЙКИ ПАМЯТИ
		19	; АДРЕСУЕМОЙ РЕГИСТРАМИ "DE"
4002 8E		20	ADC M ; СЛОЖИТЬ "A" С УЧЕТОМ БАЙТА
		21	; ПЕРЕНОСА С СОДЕРЖИМЫМ
		22	; ЯЧЕЙКИ ПАМЯТИ, АДРЕС КОТОРОЙ
		23	; УКАЗАН В "HL"
4003 77		24	MOV M,A ; ПЕРЕСЛАТЬ РЕЗУЛЬТАТ В ОЗУ
4004 23		25	INX H ; ИНКРЕМЕНТ УКАЗАТЕЛЯ 1 ЧИСЛА
4005 13		26	INX D ; ИНКРЕМЕНТ УКАЗАТЕЛЯ 2 ЧИСЛА
4006 0D		27	DCR C ; ДЕКРЕМЕНТ СЧЕТЧИКА
		28	; БАЙТ ЧИСЕЛ
4007 C20140		29	JNZ MADD+1 ; ОРГАНИЗАЦИЯ ЦИКЛА, ПОКА
		30	; СОДЕРЖИМОЕ "C" НЕ РАВНО НУЛЮ
400A C9		31	RET ; ВОЗВРАТ
		32	;
		33	*****
		34	; MADDM - МОДИФИЦИРОВАННАЯ ПРОЦЕДУРА МНОГОРАЗЯДНОГО
		35	СЛОЖЕНИЯ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ.
		36	;
		37	; ВХОД: "HL" - АДРЕС МЛАДШЕГО БАЙТА 1 СЛАГАЕМОГО В ОЗУ
		38	; "DE" - АДРЕС МЛАДШЕГО БАЙТА 2 СЛАГАЕМОГО В ОЗУ
		39	; "BC" - АДРЕС МЛАДШЕГО БАЙТА РЕЗУЛЬТАТА В ОЗУ
		40	; "A" - ЧИСЛО БАЙТ МЕНЬШЕГО СЛАГАЕМОГО
		41	;
		42	; ВЫХОД: СУММА В ЯЧЕЙКАХ ОЗУ.
		43	; ФЛАГ ПЕРЕНОСА: CY=0 - ПРИ НОРМАЛЬНОМ ЗАВЕРШЕНИИ
		44	CY=1 - ПРИ ПЕРЕПОЛНЕНИИ
		45	;
400B F5		46	MADDM: PUSH PSW ; ЗАПОМИНАНИЕ "A" В СТЕКЕ
400C AF		47	XRA A ; ОЧИСТКА "A" И ФЛАГА ПЕРЕНОСА
400D 1A		48	LDAX D ; "A" - СОДЕРЖИМОЕ ЯЧЕЙКИ ПАМЯТИ
		49	; АДРЕС КОТОРОЙ ЗАДАН В "DE"
400E 8E		50	ADC M ; СЛОЖИТЬ "A" С УЧЕТОМ ПЕРЕНОСА
		51	; С СОДЕРЖИМЫМ ЯЧЕЙКИ, АДРЕСУЕМОЙ
		52	; В РЕГИСТРАХ "HL"
400F 02		53	STAX B ; РЕЗУЛЬТАТ ЗАПОМНИТЬ В ЯЧЕЙКЕ
		54	; АДРЕСУЕМОЙ РЕГИСТРАМИ "BC"

LOC	OBJ	LINE	SOURCE STATEMENT
4010	23	55	INX H ; ИНКРЕМЕНТ "HL"
4011	13	56	INX D ; ИНКРЕМЕНТ "DE"
4012	03	57	INX B ; ИНКРЕМЕНТ "BC"
4013	E3	58	XTHL ; ОБМЕН СОДЕРЖИМЫМ "HL" И "A"
4014	25	59	DCR H ; ДЕКРЕМЕНТ СЧЕТЧИКА ЧИСЛА БАЙТ
4015	E3	60	XTHL ; ОБМЕН СОДЕРЖИМЫМ "HL" И "A"
4016	C20D40	61	JNZ MADDH+2 ; ОРГАНИЗАЦИЯ ЦИКЛА, ПОКА
		62	; СОДЕРЖИМОЕ "B" НЕ СТАНЕЕТ
		63	; РАВНЫМ НУЛЮ
4019	F1	64	POP PSW ; ВОЗВРАТ "A" ИЗ СТЕКА
401A	C9	65	RET
		66	
		67	*****
		68	; MSUB - ПРОЦЕДУРА МНОГОРАЗЯДНОГО ВЫЧИТАНИЯ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ.
		69	;
		70	; ВХОД: "HL" - АДРЕС МЛАДШЕГО БАЙТА ВЫЧИТАЕМОГО В ОЗУ
		71	; "DE" - АДРЕС МЛАДШЕГО БАЙТА УМЕНЬШАЕМОГО В ОЗУ
		72	; "C" - ЧИСЛО БАЙТ ВЫЧИТАЕМОГО
		73	; ВЫХОД: РАЗНОСТЬ В ОЗУ НА МЕСТЕ ВЫЧИТАЕМОГО
		74	; ФЛАГ ПЕРЕНОСА: CY=0 - ПРИ НОРМАЛЬНОМ ЗАВЕРШЕНИИ,
		75	; CY=1 - ПРИ ПЕРЕПОЛНЕНИИ, КОГДА ВЫЧИТАЕМОЕ
		76	; БОЛЬШЕ УМЕНЬШАЕМОГО.
		77	;
401B	AF	78	MSUB: XRA A ; ОЧИСТКА "A" И ФЛАГА ПЕРЕНОСА
401C	1A	79	LDAX D ; В "A" - СОДЕРЖИМОЕ ЯЧЕЙКИ ПАМЯТИ,
		80	; АДРЕСУЕМОЙ РЕГИСТРАМИ "DE"
401D	9E	81	SBB M ; ВЫЧИТАНИЕ С ЗАЕМОМ ИЗ "A"
		82	; СОДЕРЖИМОГО ЯЧЕЙКИ ПАМЯТИ,
		83	; АДРЕСУЕМОЙ "HL"
401E	77	84	MOV M,A ; РЕЗУЛЬТАТ ПЕРЕСЛАТЬ В ОЗУ
401F	23	85	INX H ; ИНКРЕМЕНТ "HL"
4020	13	86	INX D ; ИНКРЕМЕНТ "DE"
4021	3D	87	DCR A ; ДЕКРЕМЕНТ СЧЕТЧИКА ЧИСЛА БАЙТ
4022	C21C40	88	JNZ MSUB+1 ; ОРГАНИЗАЦИЯ ЦИКЛА, ПОКА
		89	; СЧЕТЧИК БАЙТ НЕ ОБНУЛИТСЯ
4025	C9	90	RET ; ВОЗВРАТ
		91	;
		92	;
		93	*****
		94	; MSUBM - МОДИФИЦИРОВАННАЯ ПРОЦЕДУРА ВЫЧИТАНИЯ МНОГОРАЗЯДНЫХ
		95	; ЧИСЕЛ.
		96	;
		97	; ВХОД: "HL" - АДРЕС МЛАДШЕГО БАЙТА ВЫЧИТАЕМОГО
		98	; "DE" - АДРЕС МЛАДШЕГО БАЙТА УМЕНЬШАЕМОГО
		99	; "BC" - АДРЕС МЛАДШЕГО БАЙТА РАЗНОСТИ
		100	; "A" - (ЧИСЛО БАЙТ ВЫЧИТАЕМОГО)+1
		101	;
		102	; ВЫХОД: РАЗНОСТЬ В ЯЧЕЙКАХ ПАМЯТИ
		103	; ФЛАГ ПЕРЕНОСА: CY=0 - ПРИ НОРМАЛЬНОМ ЗАВЕРШЕНИИ
		104	; CY=1 - ПРИ ПЕРЕПОЛНЕНИИ
		105	;
4026	F5	106	MSUBM: PUSH PSW ; ЗАПОМИНАНИЕ "A" В СТЕКЕ
4027	AF	107	XRA A ; ОЧИСТКА "A" И ФЛАГА ПЕРЕНОСА
4028	1A	108	LDAX D ; В "A" - СОДЕРЖИМОЕ ЯЧЕЙКИ
		109	; ПАМЯТИ, АДРЕСУЕМОЙ "DE"

LOC	OBJ	LINE	SOURCE STATEMENT
4029	9E	110	SBB M ; ВЫЧИТАНИЕ ИЗ "А" СОДЕРЖИМОГО
		111	; ЯЧЕЙКИ ПАМЯТИ,
		112	; АДРЕСУЕМОЙ В "HL"
402A	02	113	STAX B ; ЗАПОМНИТЬ РЕЗУЛЬТАТ В
		114	; ЯЧЕЙКЕ, АДРЕСУЕМОЙ В "BC"
402B	23	115	INX H ; ИНКРЕМЕНТ "HL"
402C	13	116	INX D ; ИНКРЕМЕНТ "DE"
402D	03	117	INX B ; ИНКРЕМЕНТ "BC"
402E	E3	118	XTHL ; ОБМЕН СОДЕРЖИМЫМ "HL" И "A"
402F	25	119	DCR H ; ДЕКРЕМЕНТ СЧЕТЧИКА БАЙТ
4030	E3	120	XTHL ; ОБМЕН СОДЕРЖИМОГО "HL" И "A"
4031	C22B40	121	JNZ MSUBM+2 ; ОРГАНИЗАЦИЯ ЦИКЛА, ПОКА
		122	; СЧЕТЧИК БАЙТ НЕ ОБНУЛЕН
4034	F1	123	POP PSW ; ВОЗВРАТ СОДЕРЖИМОГО "A"
		124	; ИЗ СТЕКА
4035	C9	125	RET ; ВОЗВРАТ
		126	
		127	*****
		128	; VMULT - ПРОЦЕДУРА УМНОЖЕНИЯ В РАЗРЯДНОГО ЧИСЛА
		129	; НА 16 РАЗРЯДНОЕ.
		130	; ВХОД: "A" - ПЕРВЫЙ 8 РАЗРЯДНЫЙ ОПЕРАНД
		131	; "BC" - ВТОРОЙ 16 РАЗРЯДНЫЙ ОПЕРАНД
		132	; ВЫХОД: "A"-"HL" - РЕЗУЛЬТАТ. В "A" - СТАРШИЕ РАЗРЯДЫ
		133	;
4036	210000	134	VMULT: LXI H,0 ; ГАШЕНИЕ ЧАСТИЧНОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ
4039	110700	135	LXI D,7 ; D=0, E - СЧЕТЧИК ДВОИЧНЫХ РАЗРЯДОВ
403C	87	136	ADD A ; ПОЛУЧЕНИЕ ПЕРВОГО ДВОИЧНОГО
		137	; РАЗРЯДА МНОЖИТЕЛЯ
403D	D24240	138	LF1: JNC ZERO; ПЕРЕХОД, ЕСЛИ НУЛЬ
4040	09	139	DAD B ; ПРИБАВЛЕНИЕ МНОЖИМОГО, ЕСЛИ
		140	; ЕДИНИЦА
4041	8A	141	ADC D ; ДОБАВЛЕНИЕ ПЕРЕНОСА К ТРЕТЬЕМУ
		142	; БАЙТУ ПРОИЗВЕДЕНИЯ
4042	29	143	ZERO: DAD H ; СДВИГ ПРОИЗВЕДЕНИЯ ВЛЕВО
4043	8F	144	ADC A ;
4044	1D	145	DCR E ; УМЕНЬШЕНИЕ НА 1 СЧЕТЧИКА
		146	; ДВОИЧНЫХ РАЗРЯДОВ
4045	C23D40	147	JNZ LF1 ; ОРГАНИЗАЦИЯ ЦИКЛА
4048	D0	148	RNC ; КОНЕЦ ЕСЛИ НЕТ ПЕРЕНОСА
4049	09	149	DAD B ; ИНАЧЕ ВЫПОЛНЕНИЕ ПОСЛЕДНЕГО
		150	; СЛОЖЕНИЯ
404A	8A	151	ADC D ;
404B	C9	152	RET ; И ВОЗВРАТ
		153	
		154	
		155	*****
		156	; MULT - ПРОЦЕДУРА УМНОЖЕНИЯ ДВУХ 16 РАЗРЯДНЫХ
		157	; ЧИСЕЛ.
		158	; ВХОД: "BC" - МНОЖИМОЕ
		159	; "DE" - МНОЖИТЕЛЬ
		160	; ВЫХОД: "DE"-"HL" - РЕЗУЛЬТАТ. СТАРШИЕ РАЗРЯДЫ В "DE"
		161	;
		162	;
404C	7B	163	MULT: MOV A,E ; ЗАГРУЗКА МЛАДШЕГО БАЙТА
		164	; МНОЖИТЕЛЯ

LOC	OBJ	LINE	SOURCE STATEMENT
404D	D5	165	PUSH D ; ЗАПОМИНАНИЕ СТАРШЕГО БАЙТА
		166	; МНОЖИТЕЛЯ
404E	CD3640	167	CALL BMULT; ВЫПОЛНЕНИЕ ПЕРВОГО 1-БАЙТ
		168	; УМНОЖЕНИЯ
4051	E3	169	XTHL ; ЗАПОМИНАНИЕ МЛАДШИХ БАЙТОВ
		170	; ПРОИЗВЕДЕНИЯ, ПОЛУЧЕНИЕ
		171	; МНОЖИТЕЛЯ
4052	F5	172	PUSH PSW; ЗАПИСЬ СТАРШЕГО БАЙТА
		173	; ПЕРВОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ
4053	7C	174	MOV A,H ; ЗАГРУЗКА СТАРШЕГО БАЙТА
		175	; МНОЖИТЕЛЯ
4054	CD3640	176	CALL BMULT ;ВЫПОЛНЕНИЕ ВТОРОГО 1-БАЙТ
		177	; УМНОЖЕНИЯ
4057	57	178	MOV D,A ; ПЕРЕСЫЛКА СТАРШЕГО БАЙТА
		179	; ПРОИЗВЕДЕНИЯ
4058	F1	180	POP PSW ; ПОЛУЧЕНИЕ СТАРШЕГО БАЙТА
		181	; ПЕРВОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ
4059	84	182	ADD H ; ИЗМЕНЕНИЕ ТРЕТЬЕГО БАЙТА
		183	; ПРОИЗВЕДЕНИЯ
405A	5F	184	MOV E,A ; И ПЕРЕСЫЛКА ЕГО В E
405B	D25F40	185	JNC NC1 ; D НЕ УВЕЛИЧИВАЕТСЯ НА 1
		186	; ЕСЛИ НЕТ ПЕРЕНОСА
405E	14	187	INR D ; УВЕЛИЧЕНИЕ D НА 1, ЕСЛИ
		188	; ПЕРЕНОС ЕСТЬ
405F	65	189 NC1:	MOV H,L ; ПЕРЕСЫЛКА МЛАДШИХ БАЙТОВ
		190	; ВТОРОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ
4060	2E00	191	MVI L,0 ;
4062	C1	192	POP B ; ПОЛУЧЕНИЕ ДВУХ МЛАДШИХ
		193	; БАЙТОВ ПЕРВОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ
4063	09	194	DAD B ; ПОЛУЧЕНИЕ ДВУХ МЛАДШИХ
		195	; БАЙТОВ КОНЕЧНОГО РЕЗУЛЬТАТА
4064	D0	196	RNC ; КОНЕЦ, ЕСЛИ НЕТ ПЕРЕНОСА
4065	13	197	INX D ; ИНАЧЕ ИЗМЕНЕНИЕ ДВУХ
		198	; МЛАДШИХ БАЙТОВ
4066	C9	199	RET
		200	
		201	
		202	*****
		203	; DIV - ПРОЦЕДУРА ДЕЛЕНИЯ 32 РАЗРЯДНОГО ЧИСЛА
		204	; НА 16 РАЗРЯДНОЕ.
		205	; ВХОД: "HL"-"DE" - ДЕЛИМОЕ, СТАРШИЕ БАЙТЫ В "HL"
		206	; "BC" - ДЕЛИТЕЛЬ.
		207	; ВЫХОД: "DE" - ЧАСТНОЕ ОТ ДЕЛЕНИЯ.
		208	; "HL" - ОСТАТОК ОТ ДЕЛЕНИЯ.
		209	; ФЛАГ CARRY - ИНДИКАЦИЯ ПЕРЕПОЛНЕНИЯ.
		210	;
		211	;
4067	7D	212	DIV: MOV A,L ; ПРОВЕРКА НА ПЕРЕПОЛНЕНИЕ
4068	91	213	SUB C
4069	7C	214	MOV A,H
406A	9B	215	SBX B
406B	D0	216	RNC ; ВОЗВРАТ ПРИ ПЕРЕПОЛНЕНИИ
406C	7B	217	MOV A,B ; ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ ДВОИЧНЫЙ
		218	; КОД BC
406D	2F	219	CMA

LOC	OBJ	LINE	SOURCE STATEMENT
406E	47	220	MOV B,A
406F	79	221	MOV A,C
4070	2F	222	CMA
4071	4F	223	MOV C,A
4072	03	224	INX B
4073	CD7640	225	CALL LP ; ДЕЛЕНИЕ ТРЕХ СТАРШИХ
		226	; БАЙТОВ ДЕЛИМОГО
4076	7A	227 LP:	MOV A,D ; ПЕРЕСЫЛКА ТРЕТЬЕГО БАЙТА
		228	; В А ДЛЯ ДЕЛЕНИЯ
4077	53	229	MOV D,E ; ЗАПОМИНАНИЕ МЛАДШЕГО БАЙТА
		230	; ДЕЛИМОГО ИЛИ СТАРШЕГО БАЙТА
		231	; ЧАСТНОГО
4078	1E08	232	MVI E,B ; ЗАГРУЗКА СЧЕТЧИКА ЦИКЛА
407A	29	233 LP2:	DAD H ; СДВИГ ДЕЛИМОГО ВЛЕВО
407B	DA9A40	234	JC OVER ; ПЕРЕХОД, ЕСЛИ ДЕЛИМОЕ
		235	; ПЕРЕПОЛНЯЕТ HL
407E	87	236	ADD A
407F	D28340	237	JNC SSB
4082	23	238	INX H ; ДОБАВЛЕНИЕ ПЕРЕНОСА
4083	E5	239 SSB:	PUSH H ; ЗАПОМИНАНИЕ ДВУХ СТАРШИХ
		240	; БАЙТОВ ДЕЛИМОГО
4084	09	241	DAD B ; ВЫЧИТАНИЕ ДЕЛИТЕЛЯ
4085	DA9040	242	JC OK ; ПЕРЕХОД, ЕСЛИ НЕТ ЗАЕМА
		243	; СТАРШЕЙ ЕДИНИЦЫ
4088	E1	244	POP H ; ВОССТАНОВЛЕНИЕ ДЕЛИМОГО,
		245	; ЕСЛИ ЕСТЬ ЗАЕМ СТАРШЕЙ
		246	; ЕДИНИЦЫ
4089	1D	247	DCR E ; ИЗМЕНЕНИЕ СЧЕТЧИКА ЦИКЛА
408A	C27A40	248	JNZ LP2 ; ОРГАНИЗАЦИЯ ЦИКЛА
408D	5F	249	MOV E,A ; ПЕРЕСЫЛКА БАЙТА ЧАСТНОГО В А
408E	37	250	STC ;
408F	C9	251	RET
4090	33	252 OK:	INX SP ; ОЧИСТКА СТЕКА
4091	33	253	INX SP
4092	3C	254	INR A ; ЗАПИСЬ ЕДИНИЦЫ В ЧАСТНОЕ
4093	1D	255	DCR E ; ИЗМЕНЕНИЕ СЧЕТЧИКА ЦИКЛА
4094	C27A40	256	JNZ LP2 ; ОРГАНИЗАЦИЯ ЦИКЛА
4097	5F	257	MOV E,A ; ПЕРЕСЫЛКА БАЙТА ЧАСТНОГО
		258	; В Е
4098	37	259	STC
4099	C9	260	RET
409A	8F	261 OVER:	ADC A ; ЗАВЕРШЕНИЕ СДВИГА ДЕЛИМОГО,
		262	; ЗАПИСЬ 1 В ЧАСТНОЕ
409B	D29F40	263	JNC OVS
409E	23	264	INX H ; ДОБАВЛЕНИЕ ПЕРЕНОСА
409F	09	265 OVS:	DAD B ; ВЫЧИТАНИЕ ДЕЛИТЕЛЯ
40A0	1D	266	DCR E ; ИЗМЕНЕНИЕ СЧЕТЧИКА ЦИКЛОВ
40A1	C27A40	267	JNZ LP2 ; ОРГАНИЗАЦИЯ ЦИКЛА
40A4	5F	268	MOV E,A ; ПЕРЕСЫЛКА БАЙТА ЧАСТНОГО
		269	; В Е
40A5	37	270	STC
40A6	C9	271	RET
		272	
		273	
		274	

LOC	OBJ	LINE	SOURCE STATEMENT
		275	*****
		276	; SQRT - ПРОЦЕДУРА ИЗВЛЕЧЕНИЯ КВАДРАТНОГО КОРНЯ
		277	; ИЗ 16 РАЗРЯДНОГО ЧИСЛА.
		278	; ВХОД: "DE" - ИСХОДНОЕ ЧИСЛО.
		279	; ВЫХОД: "BC" - РЕЗУЛЬТАТ.
		280	; "HL" - ОСТАТОК.
		281	;
		282	;
40A7	210000	283	SQRT: LXI H,0 ; ОБНУЛЕНИЕ РЕГИСТРОВ HL
40AA	010000	284	LXI B,0 ; ОБНУЛЕНИЕ РЕГИСТРОВ BC
40AD	3E08	285	MVI A,8 ; ЗАДАНИЕ ЧИСЛА ЦИКЛОВ
40AF	F5	286	R1: PUSH PSW ; ЗАПОМИНАНИЕ ЧИСЛА ЦИКЛОВ
40B0	CDD740	287	CALL LS ; СДВИГ ВЛЕВО НА ДВА БИТА
		288	; СОДЕРЖИМОГО РЕГИСТРОВ HL,DE
		289	; КАК ЕДИНОВОГО 32 РАЗРЯДНОГО
		290	; РЕГИСТРА
40B3	CDD740	291	CALL LS
40B6	37	292	STC ; СДВИГ НА БИТ ВЛЕВО РЕГИСТРОВ
40B7	79	293	MOV A,C ; BC
40BB	17	294	RAL
40B9	4F	295	MOV C,A
40BA	78	296	MOV A,B
40BB	17	297	RAL
40BC	47	298	MOV B,A
40BD	E5	299	PUSH H ; ВОССТАНОВЛЕНИЕ СЧЕТЧИКА ЦИКЛОВ
40BE	7D	300	MOV A,L ; ПЕРЕСЫЛКА В HL РАЗНОСТИ
40BF	91	301	SUB C ; HL-BC
40C0	6F	302	MOV L,A
40C1	7C	303	MOV A,H
40C2	98	304	SBB B
40C3	67	305	MOV H,A
40C4	0B	306	DCX B
40C5	DACB40	307	JC R2 ; ЕСЛИ ВЫЧИТАНИЕ СДЕЛАНО, 10
		308	; BC=BC+1
40C8	03	309	INX B ; В ПРОТИВНОМ СЛУЧАЕ BC=BC+1
40C9	03	310	INX B
40CA	E3	311	XTHL ; ВОССТАНОВЛЕНИЕ HL
40CB	E1	312	R2: POP H ; ЗАПОМИНАНИЕ HL
40CC	F1	313	POP PSW ; ВОССТАНОВЛЕНИЕ A
40CD	3D	314	DCR A ; УМЕНЬШЕНИЕ A НА ЕДИНИЦУ
40CE	C2AF40	315	JNZ R1 ; ОРГАНИЗАЦИЯ ЦИКЛА
40D1	78	316	MOV A,B ; СДВИГАЯ НА БИТ ВПРАВО BC
		317	; ДЕЛАЮТ КОРРЕКТИРОВКУ
40D2	1F	318	RAR
40D3	47	319	MOV B,A
40D4	79	320	MOV A,C
40D5	1F	321	RAR
40D6	4F	322	MOV C,A
40D7	7B	323	LS: MOV A,E ; ПОДПРОГРАММА СДВИГА НА БИТ
40D8	17	324	RAL ; ВЛЕВО СОДЕРЖИМОГО РЕГИСТРОВ
40D9	5F	325	MOV E,A ; HL,DE КАК ЕДИНОВОГО 32 РАЗРЯДНОГО
40DA	7A	326	MOV A,D ; РЕГИСТРА
40DB	17	327	RAL
40DC	57	328	MOV D,A
40DD	7D	329	MOV A,L

LOC	OBJ	LINE	SOURCE STATEMENT
40DE	17	330	RAL
40DF	6F	331	MOV L, A
40E0	7C	332	MOV A, H
40E1	17	333	RAL
40E2	67	334	MOV H, A
40E3	C9	335	RET
		336	END

PUBLIC SYMBOLS

EXTERNAL SYMBOLS

USER SYMBOLS

BMULT	A 4036	DIV	A 4067	LP	A 4076	LP1	A 403D	LP2	A 407A
LS	A 40D7	MADD	A 4000	MADDM	A 400B	MSUB	A 401B	MSUBM	A 4026
MULT	A 404C	NC1	A 405F	OK	A 4090	OVER	A 409A	OVS	A 409F
R1	A 40AF	R2	A 40CB	SQRT	A 40A7	SSB	A 4083	ZERO	A 4042

ASSEMBLY COMPLETE, NO ERRORS

полнима, т. е. содержимое *HL* превышает содержимое *BC*, то после вычитания в регистры *BC* добавляется единица; в противном случае из регистров *BC* вычитается единица, а содержимое регистров *HL* восстанавливается. Указанные операции над 32-разрядным регистром производятся восемь раз. После этого содержимое регистров *BC* сдвигается на один бит вправо, что приводит к получению в них искомого результата.

Перечисленные процедуры оттранслированы на микроЭВМ *МС0401* с начального адреса 4000H, что позволяет их непосредственно использовать в качестве библиотеки прикладных программ в одноплатном вычислителе *МС2702* или аналогичных вычислителях, созданных на базе микропроцессора *КР580ИК80А*, и представлены в примере 5.

Представленные математические программы являются одними из наиболее быстродействующих, за исключением программ, использующих табличные методы получения результата. Их анализ показывает, что выполнение математических операций программным путем приводит к значительному снижению скорости обработки входной информации в микропроцессорных вычислителях. Использование представления чисел с плавающей запятой увеличивает это время еще в 100—500 раз. Поэтому при необходимости существенного повышения скорости выполнения математических операций необходимо использовать специализированные микросхемы, аппаратно реализующие указанные функции.

СЕКЦИОНИРОВАННЫЕ МИКРОПРОЦЕССОРНЫЕ КОМПЛЕКТЫ

4.1. ПРИНЦИПЫ И ЦЕЛИ СЕКЦИОНИРОВАНИЯ МИКРОПРОЦЕССОРОВ

Применение секционированных микропроцессоров. Дальнейшим развитием однокристалльных процессоров можно считать появление однокристалльных микроЭВМ. В этих микроЭВМ большая часть вспомогательных схем, таких как тактовый генератор, системный контроллер, АЦП, постоянное запоминающее устройство (ПЗУ), оперативная память, интерфейсы, выполнены на том же кристалле, что и центральный процессор. Это привело к сокращению числа внешних связей и к возможности увеличения разрядности шины данных.

Система команд таких микропроцессоров часто включает в себя команды микропроцессоров—предшественников, что делает возможным использование уже имеющегося программного обеспечения.

Небольшие расходы на разработку программного обеспечения, наличие средств отладки и относительная простота программирования сделали однокристалльные микропроцессоры и микроЭВМ более предпочтительными для разработчиков.

Борьба с основными недостатками однокристалльных микропроцессоров (малым быстродействием и постоянной структурой) привела к появлению секционированных микропроцессоров, которые позволяют на этапе разработки оптимизировать структуру вычислителя по быстродействию как за счет замены последовательных операций параллельными, так и за счет создания более приспособленной для данного конкретного случая системы команд. Упростились для разработчиков микросхем также проблемы внешних выводов и рассеиваемой на кристалле мощности, которая, как известно, увеличивается с повышением быстродействия.

Возможность изменять структуру вычислителя или контроллера в целях получения необходимого числа обрабатываемых двоичных разрядов, рациональной организации и использования сверхоперативного запоминающего устройства, программного ПЗУ, использовать рационально разработанную систему команд в виде микропрограмм — все это предоставляет разработчику широкие возможности для творчества.

Однако широкие возможности порождают и основную трудность — сложность разработки программного обеспечения, которую приходится преодолевать. Для оригинальной, нестандартной структуры вычислителя или контроллера отсутствуют трансляторы, средства отладки, и, как следствие этого, требуется более высокая квалификация разработчика и возрастает трудоемкость программирования.

СОСТАВ И ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ СЕКЦИОННЫХ КОМПЛЕКТОВ БИС

Обозначение БИС	Функциональное назначение схемы	Технология изготовления	Разрядность, бит	Нарращиваемость	Совместимость с ТТЛ	Число выводов корпуса, шт.	Рассеиваемая мощность, ВА
Комплект К583							
К583ВС1	ЦПЭ	И ² Л	8	+	+	48	0,36
К583ИК1	Генератор адресов	И ² Л	16	—	+	48	0,34
К583ВМ1	Логический процессор	И ² Л	8	—	+	48	0,26
К583КП1	Коммутатор	И ² Л	8	+	+	48	0,24
К583КП2	МПП	ТТЛШ	4	+	+	24	0,50
К583КП3	МПП	ТТЛШ	4	+	+	28	0,40
К583ВГ1	УКС	ТТЛШ	10	+	+	28	0,60
Комплект К584							
К584ВМ1	ЦПЭ	И ² Л	4	+	+	48	0,22
К584ВУ1	БМУ	И ² Л	16	—	+	48	0,18
К584ВГ1	КС	И ² Л	16	—	+	48	0,18
К584ВВ1	МПП	ТТЛШ	8	+	+	48	0,75
К133ИП4	БУП	ТТЛ	4	+	+	16	0,40
К584ВГ2 ***	Контроллер ЗУ	ТТЛШ	—	+	+	28	0,50
К584ВГ3 ***	Селектор адреса	ТТЛШ	—	+	+	48	0,50
Комплект К587							
К587ИК1	МПП	КМОП	8	+	—	42	0,10 **
К587ИК2	ЦПЭ	КМОП	4	+	—	42	0,10 **
К587ИК3	Арифметический расширитель	КМОП	8	—	—	42	0,10 **
К587РП11	Управляющая память (УП)	КМОП	13	+	—	42	0,10 **
Комплект К588							
К588ВУ2	УП	КМОП	13	+	*	42	0,01 **
К588ВС1	ЦПЭ	КМОП	16	+	*	42	0,01 **
К588ВР2	Умножитель	КМОП	16	—	*	42	0,01 **
К588ВГ1 ***	Системный контроллер	КМОП	—	—	*	42	0,01 **
К588ИР1	МБР	КМОП	8	+	+	28	0,20
К588ВА1	МПП	КМОП	8	+	+	28	0,20
К588ВГ2 ***	Контроллер ЗУ	КМОП	—	+	*	18	0,01 **
К588ВГ3 ***	Селектор адреса	КМОП	—	+	*	42	0,01 **
Комплект К589							
К589ИК01	БМУ	ТТЛШ	9	—	+	40	0,85
К589ИК02	ЦПЭ	ТТЛШ	2	+	+	28	0,96
К589ХЛ4	УКС	ТТЛШ	4	+	+	46	0,65
К589ИК03	СУП	ТТЛШ	8	+	+	28	0,65
К589ИР12	МБР	ТТЛШ	8	+	+	24	0,65

Обозначение БИС	Функциональное назначение схемы	Технология изготовления	Разрядность, бит	Нарастимость	Совместимость с ТТЛ	Число выводов корпуса, шт.	Рассеиваемая мощность, ВА
К589ИК14	Блок прерывания	ТТЛШ	8	+	+	24	0,65
К589АП16	ШФ	ТТЛШ	4	+	+	16	0,65
К589АП26	ШФ	ТТЛШ	4	+	+	16	0,65
Комплект КР1802							
КР1802ВС1	АУ	ТТЛШ	8	+	+	42	1,40
КР1802ИР1	Блок из 16 РОН	ТТЛШ	4	+	+	24	0,80
КР1802ВВ1	Коммутатор	ТТЛШ	4	+	+	42	1,40
КР1802ВВ2	Системный контроллер	ТТЛШ	—	—	+	42	1,25
КР1802ВР1	Арифметический расширитель	ТТЛШ	8	—	+	42	1,40
КР1802ВР2	Умножитель	ТТЛШ	8	+	+	42	1,50
Комплект КР1804							
КР1804ВС1	ЦПЭ	ТТЛШ	4	+	+	40	1,50
КР1804ВС2	ЦПЭ	ТТЛШ	4	+	+	48	1,75
КР1804ВР1	БУП	ТТЛШ	4	+	+	16	0,60
КР1804ВР2	КС	ТТЛШ	4	—	+	40	1,60
КР1804ВУ1	Секция БМУ	ТТЛШ	4	+	+	28	0,68
КР1804ВУ2	Секция БМУ	ТТЛШ	4	+	+	20	0,68
КР1804ВУ3	Контроллер БМУ	ТТЛШ	—	—	+	16	0,42
КР1804ВУ4	БМУ	ТТЛШ	12	—	+	40	1,70
КР1804ВУ5	Генератор адресов памяти	ТТЛШ	4	+	+	28	0,68
КР1804ИР1	МБР	ТТЛШ	4	+	+	16	0,68

* По уровням напряжения питания.

** В статическом режиме.

*** Микросхемы ориентированы на подключение к общей шине по ОСТ 11.305.903.80.

Из этого положения есть один часто используемый выход — это эмуляция, т. е. разработка такой структуры специализированного вычислителя на базе секционированного микропроцессорного комплекта, которая, с одной стороны, наилучшим образом соответствовала бы решаемой задаче, а с другой, — использовала бы хорошо отработанную систему команд, программное обеспечение и отладочные средства, имеющиеся в распоряжении разработчика.

Эмуляция позволяет получить значительную экономию времени и средств при создании программ и обеспечивает преемственность разработок.

Основные типы секционированных комплектов. Среди большого числа выпускаемых БИС секционных комплектов можно выделить наиболее часто применяемые. Их перечень, состав и основные параметры приведены в табл. 4.1 [68].

Многообразие типов комплектов и их параметров позволяет разработчику в каждом конкретном случае выбрать наиболее полно удовлетворяющий предъявляемым требованиям комплект.

Один из первых комплектов этого типа — К589 — завоевал широкую популярность у разработчиков. Новое поколение секционированных микропроцессоров представляет комплект К1804, отличающийся повышенным быстродействием и большими возможностями разрабатываемых на его основе систем.

4.2. СОСТАВ И ПАРАМЕТРЫ МИКРОПРОЦЕССОРНОГО КОМПЛЕКТА К589

Состав комплекта. Этот комплект отличается от аналогичных комплектов, разработанных до и после него, наиболее полным набором вспомогательных БИС, которые часто используются также и с центральными процессорными элементами других комплектов, и доступностью широкому кругу разработчиков.

В состав комплекта входят десять БИС [68], назначение и основные параметры которых приведены в табл. 4.1.

Блок микропрограммного управления К589ИК01. Это одна из основных БИС комплекта, которая предназначена для управления последовательностью выполнения микрокоманд и тремя триггерами — хранителями признаков, вырабатываемых центральным процессорным элементом (ЦПЭ) и используемых для организации условных переходов.

Графическое обозначение блока микропрограммного управления (БМУ) приведено на рис. 4.1, а в табл. 4.2 — назначение

Т а б л и ц а 4.2
НАЗНАЧЕНИЕ ВЫВОДОВ МИКРОСХЕМЫ К589ИК01

Номер контакта	Обозначение	Наименование вывода
1, 2, 3, 4 5, 6, 8, 10 7, 9, 11 12, 13	К4—К7 К0—К3 РК2—РК0 УФ3, УФ2	Входы старшей части команды » младшей » » Выходы регистра » управления записью в триггеры Ф, С, Z
14 15, 16	ФВ УФ0, УФ1	Выход признаков Выходы управления выдачей содержимого триггеров С и Z на выход признаков
17 18 19 20	Ф СРП С —	Вход признаков Выход строба разрешения прерывания Вход синхронизации Общий вывод
21, 22, 23, 24, 37, 38, 39 25 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32 33, 34 35 36 40	УА0—УА6 ОС МА0—МА3 МА4—МА8 РС ЗМ —	Входы управления регистром адреса микрокоманд Вход общего строба Выходы адреса колонки » » строки Вход разрешения выдачи адреса строки » загрузки адреса микрокоманды Питание

Рис. 4.1. Расположение выводов блока микропрограммного управления К589ИК01

выводов. Функциональная схема приведена на рис. 4.2. БМУ состоит из комбинационной логической схемы определения следующего адреса микрокоманды, четырехразрядного регистра команд, девятиразрядного регистра адреса микропрограммной памяти, двух буферов адреса, обеспечивающих отключение адресных шин, и трех триггеров хранителей признаков [31].

Логическая схема определения следующего адреса обеспечивает выполнение четырех микроопераций безусловного и семи условных переходов и восьми микроопераций приема, хранения и выдачи признаков. Большое число микроопераций перехода позволяет строить микропрограммы, более полно отвечающие

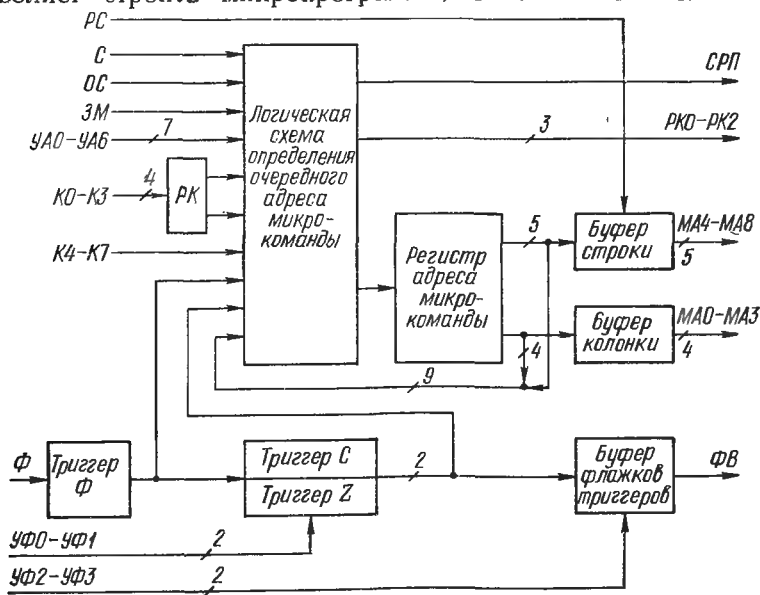
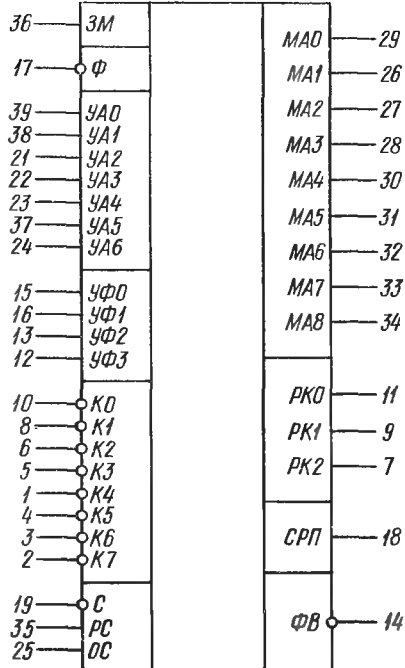


Рис. 4.2. Функциональная схема блока микропрограммного управления К589ИК01

особенностям конкретным устройства обработки информации. Для реализации функций БМУ каждая микрокоманда содержит разряды, выходы которых подключаются к входам управления адреса УА. Массив адресов микропрограммной памяти имеет страничную структуру, состоящую из 16 колонок и 32 строк. Адрес микрокоманды состоит из адреса колонки (четыре младших разряда) и адреса строки (пять старших разрядов), т. е. всего 512 адресов микрокоманд.

Кроме логической схемы определения очередного адреса микрокоманды, управляемой кодами операций, поступающими по магистрали управления адресом УА, в состав БМУ входят регистр адреса микрокоманды и схемы, управляемые по магистрали управления флажками УФ и обеспечивающие запись, хранение и выдачу информации о признаках. Код команды, по которому из памяти микрокоманд вызывается соответствующая микропрограмма, поступает по магистрали команд К, причем первые четыре разряда команды записываются в регистре команд РК. Информация о признаках поступает по входу триггера Ф, а извлекается по выходу ФВ. Схема записи, хранения и выдачи информации о признаках состоит из триггера Ф и двух флажковых триггеров С и Z.

После прихода фронта импульса синхронизации на магистрали управления адресом устанавливается код микрооперации перехода, поступающий из памяти микрокоманд. Логическая схема определения следующего адреса микрокоманды вырабатывает новый код адреса. Этот код с приходом спада импульса синхронизации загружается в регистр адреса микрокоманды, если на входе загрузки адреса микрокоманды ЗМ установлен логический ноль. Если этого нуля нет, а есть единица, то в регистр адреса микрокоманд загружается код, установленный на магистрали команды К. Информация со входов К0—К3 загружается в регистр адреса микрокоманды с 4-го по 7-й разряд, а со входов К4—К7 — в разряды 1, 2, 3. В 8-й разряд записывается ноль. Если в результате работы схемы определения очередного адреса будет установлен адрес, являющийся элементом матрицы и находящийся на пересечении нулевой строки и пятнадцатой колонки, то на выход строба разрешения прерывания СРП выдается импульс, разрешающий прерывание.

Аналогично происходит запись информации о признаках во флажковые триггеры. При установке на входе синхронизации логического нуля информация записывается в триггер Ф. По приходе спада импульса синхронизации в соответствии с кодом микроопераций, поступающим на входы УФ0—УФ1, происходит перезапись содержимого триггера Ф в триггеры С и Z. Управление выдачей содержимого этих триггеров определяется кодом операции, подаваемым на входы УФ2—УФ3.

Выводы МА0—МА8 и ФВ, определяющие выходную информацию, могут быть установлены (разомкнуты) в состояние высокого выходного сопротивления сигналами, подаваемыми на выводы ОС

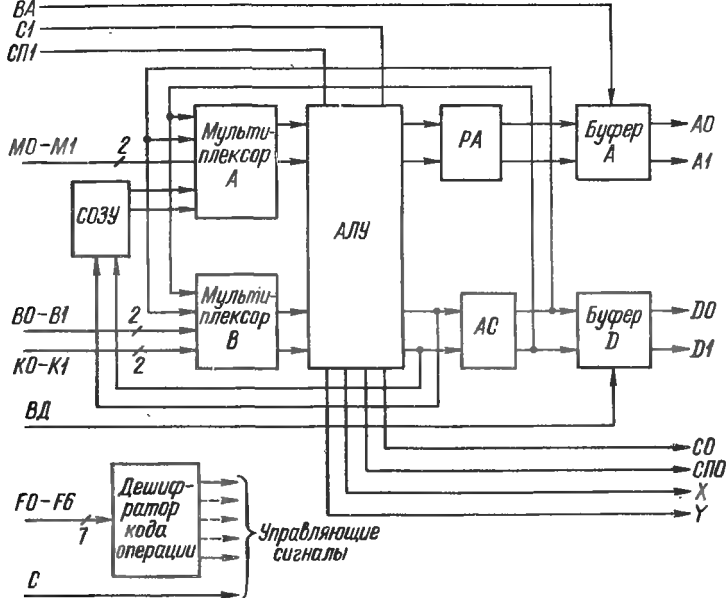


Рис. 4.3. Функциональная схема центрального процессорного элемента К589ИК02

и РС. Это позволяет задавать адрес очередной микрокоманды от внешних устройств.

Обычно в технических описаниях все микрооперации микросхемы К589ИК01 представлены в виде трех таблиц: в первой приводят микрооперации переходов (название, код на шине УА и код на шине МА); во второй и третьей — микрооперации записи признаков и их выдачи в виде кодов на шинах УФ1, УФ0 и УФ2, УФ3 соответственно [31].

Центральный процессорный элемент К589ИК02. Он обеспечивает выполнение логических арифметических и сдвиговых операций. На рис. 4.3 приведена его структурная схема, а в табл. 4.3 — назначение выводов.

В состав ЦПЭ входят одиннадцать регистров общего назначения R0—R9, T; накапливающий регистр-аккумулятор АС; регистр адреса РА; арифметико-логическое устройство АЛУ со схемой ускоренного переноса, дешифратором команд и двумя мультиплексорами. Двухразрядные операнды могут поступать по двум входным шинам М и В и выдаваться по шинам А и D.

Основой ЦПЭ является АЛУ, выполняющее арифметические и логические операции, а также операции сдвига и пересылки. В АЛУ вырабатываются сигналы, сообщающие о переносе при сложении и о «выпадении» разрядов при сдвиге. Кроме операндов

НАЗНАЧЕНИЕ ВЫВОДОВ МИКРОСХЕМЫ К589ИК02

Номер вывода	Обозначение	Наименование вывода
1, 2	<i>В0—В1</i>	Входы внешней шины
3, 4	<i>К0—К1</i>	» маскирующей »
5, 6	<i>Х, У</i>	Выходы ускоренного переноса
7	<i>С0</i>	Выход переноса
8	<i>СП0</i>	» сдвига вправо
9	<i>СП1</i>	Вход для сдвига вправо
10	<i>С1</i>	» переноса
11	<i>ВА</i>	» разрешения адреса
12, 13	<i>А1, А0</i>	Выход адреса памяти
14	—	Общий вывод
15—17	<i>F6—F4</i>	Входы кода микрокоманды
24—27	<i>F3—F0</i>	» » »
18	<i>С</i>	Вход синхронизации
19, 20	<i>Д0, Д1</i>	Выходы информации
21, 22	<i>М1—М0</i>	Входы
23	<i>ВД</i>	Вход разрешения данных
28	—	Напряжение питания

в АЛУ подаются сигналы переноса и «выпадающие» разряды из процессорных элементов, работающих параллельно при структурном наращивании разрядности, или эти же сигналы из блока микропрограммного управления.

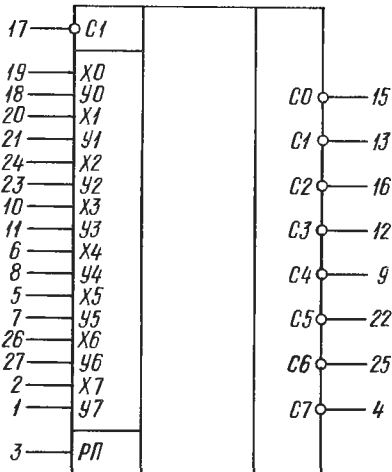
Регистры (*R0—R9, T*) сверхоперативного запоминающего устройства (*СОЗУ*) двухразрядные, их содержимое может передаваться через первый мультиплексор в АЛУ. Запись в регистры *СОЗУ* осуществляется в соответствии с кодом выполняемых микроопераций.

Операции, выполняемые ЦПЭ, определяются кодом микроопераций, подаваемым на шины *F0—F6*. Код каждой микрооперации состоит из двух частей — регистровой группы (четыре младших разряда) и функциональной группы (три старших разряда). Функциональная группа определяет один из восьми возможных наборов операций, а регистровая группа указывает конкретную микрооперацию в наборе и регистр *СОЗУ*, где находится операнд.

Код регистровой группы разделен на три части: к первой регистровой группе относятся регистры *R0—R9, T* и *АС*, ко второй и третьей — регистры *T* и *АС* вместе. Это означает, что во всех восьми наборах микроопераций только микрооперации первой регистровой группы выполняют действия с операндами из любых регистров *СОЗУ*, ЦПЭ и регистра *АС*. А в микрооперациях второй и третьей регистровых групп могут использоваться операнды только из регистров *T* и *АС*. Число микроопераций, выполняемых ЦПЭ, значительно увеличено за счет маскируемых шин *К0—К1*.

Рис. 4.4. Расположение выводов схемы ускоренного переноса К589ИК03

Работа ЦПЭ во времени протекает следующим образом. После прихода положительного фронта импульса синхронизации на входах $F0—F6$ устанавливается код микрооперации. Далее через первый и второй мультиплексоры в АЛУ подаются операнды или с информационных входных шин M и B , или из регистров СОЗУ, или аккумулятора АС. После преобразования в АЛУ, с учетом сигналов переноса или сдвига по приходу спада импульса синхронизации, результат отсылается



в заданный кодом операции регистр. После этого содержимое регистра адреса PA и аккумулятора AC может быть выдано на выходные шины A и D .

Следует заметить, что выходы шины данных, переноса и сдвига могут быть установлены в состояние большого выходного сопротивления, т. е. отключены. Этот позволяет осуществить организацию вычислителя с общей шиной.

Схема ускоренного переноса К589ИК03. При увеличении числа разрядов вычислителя возникает необходимость в организации переносов. Для организации переносов (при объединении нескольких секций ЦПЭ) предназначена схема ускоренного переноса. Ее mnemonic обозначение СУП. Она состоит из набора логических элементов, реализующих функцию «И—ИЛИ—НЕ», и допускает объединение не более восьми ЦПЭ. Ее графическое обозначение приведено на рис. 4.4, а назначение выводов — в табл. 4.4 [31].

Т а б л и ц а 4.4

НАЗНАЧЕНИЕ ВЫВОДОВ МИКРОСХЕМЫ К589ИК03

Номер вывода	Обозначение	Наименование вывода
1, 2, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 18, 19, 20, 21, 23, 24, 26, 27	$X0—X7$ $Y0—Y7$	Входы групповых переносов » » »
3	PP	Вход разрешения переноса $C(n+8)$
9, 12, 13, 15, 16, 22, 25, 4	$C0—C7$	Выходы переносов
28	—	Напряжение питания
17	$C1$	Вход переноса
14	—	Общий вывод

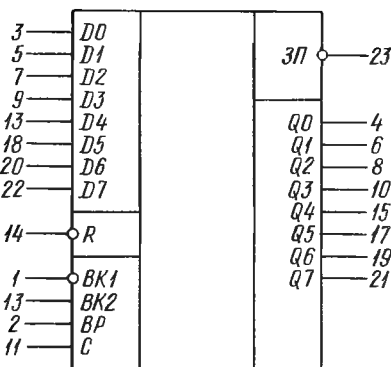


Рис. 4.5. Расположение выводов много-режимного буферного регистра К589ИР12

Вход разрешения переноса *РП* позволяет реализовать кроме переносов сдвиги вправо.

Многорежимный буферный регистр К589ИР12. Объединение различных устройств с помощью общей шины данных, организация прямого доступа в память могут быть осуществлены много-режимным буферным регистром

(МБР). Он состоит из 8-разрядного регистра, триггера индикации запроса на прерывание и логической схемы, управляющей его работой.

Расположение выводов микросхемы К589ИР12 показано на рис. 4.5, а назначение — в табл. 4.5.

Буферный регистр может использоваться как входное и выходное устройство с временным хранением 8-разрядного слова, а также для организации двунаправленных шин. Выбор для работы необходимой микросхемы осуществляется подачей на выводы *БК1* и *БК2* логического нуля и логической единицы соответственно. После этого микросхема может управляться внешними сигналами.

В зависимости от логического состояния на входе выбора режима (*ВР*) может осуществляться либо запись информации, либо ее хранение и выдача на шину *Q*. Если на вход *ВР* подана логическая единица, то выходы *Q0—Q7* находятся в состоянии большого выходного сопротивления (разомкнуты) и осуществляется запись информации. При подаче на вход *ВР* логического нуля информация из регистра выдается на шину *Q* и происходит «проклячение» регистра, т. е. шины *D* и *Q* связываются напрямую.

Т а б л и ц а 4.5

НАЗНАЧЕНИЕ ВЫВОДОВ МИКРОСХЕМЫ К589ИР12

Номер вывода	Обозначение	Наименование вывода
1, 13	<i>БК1, БК2</i>	Входы выбора кристалла
2	<i>ВР</i>	Вход » режима
3, 5, 7, 9, 16, 18, 20, 22	<i>D0—D7</i>	Входы шины данных
4, 6, 8, 10, 15, 17, 19, 21	<i>Q0—Q7</i>	Выходы » »
11	<i>C</i>	Вход строба
12	—	Общий вывод
14	$\overline{R}$	Установка нуля
23	$\overline{3П}$	Выход запроса прерывания
24	—	Напряжение питания

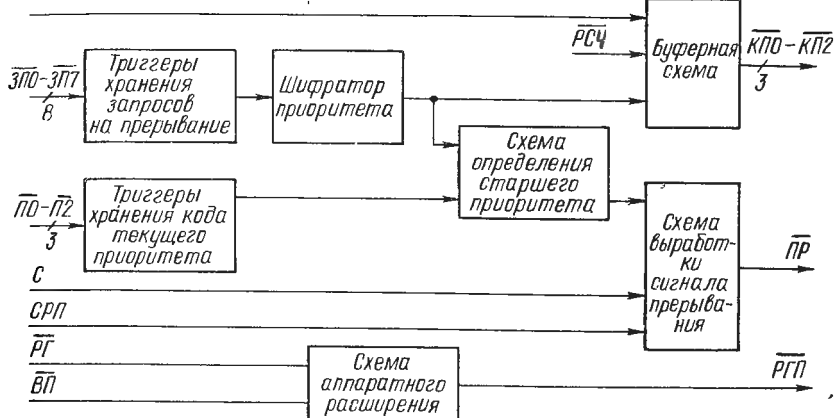


Рис. 4.6. Функциональная схема блока приоритетного прерывания К589ИК14

Блок приоритетного прерывания К589ИК14. В управляющих микропроцессорных системах (МПС) обычно во время работы часто возникает необходимость в прерывании основной программы. Для обработки запросов на прерывание в серии микросхем К589 есть специальная микросхема — блок приоритетного прерывания (БПП). Она предназначена для приема запросов на прерывание от устройств, входящих в МПС, и выработки сигналов о необходимости перехода к подпрограммам обработки прерываний. Одна микросхема обеспечивает обслуживание до восьми источников запроса на прерывание. При большем числе источников возможно их аппаратное наращивание.

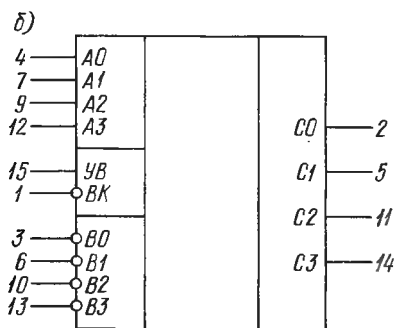
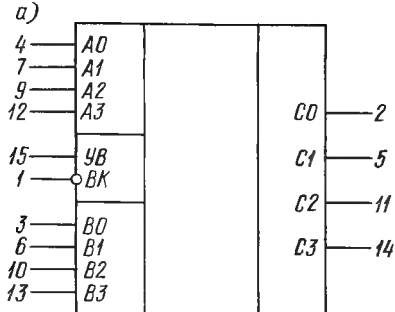
Функциональная схема микросхемы К589ИК14 представлена на рис. 4.6, а в табл. 4.6 — назначение выводов.

Таблица 4.6

НАЗНАЧЕНИЕ ВЫВОДОВ МИКРОСХЕМЫ К589ИК14

Номер вывода	Обозначение	Наименование вывода
1, 2, 3	$\overline{P0}-\overline{P2}$	Входы уровня приоритета
4	$\overline{BP}$	Выбор приоритета
5	$\overline{PR}$	Выход прерывания
6	$\overline{C}$	Вход синхронизации
7	$\overline{SRP}$	Строб разрешения прерывания
8, 9, 10	$\overline{KP0}-\overline{KP2}$	Выход кода прерывания
11	$\overline{RSCH}$	Разрешение считывания
12	—	Общий вывод
13	$\overline{PG}$	Вход разрешений группы прерываний
14	$\overline{RGP}$	Выход » » »
15—22	$\overline{3P0}-\overline{3P7}$	Входы запрета прерывания
23	$\overline{P3}$	Вход разрешения записи
24	—	Напряжение питания

Рис. 4.7. Расположение выводов шинных формирователей: а — К589АП16; б — К589АП26



Блок приоритетного прерывания выполняет следующие функции: несинхронный прием и хранение запросов на прерывание с восьми направлений; выдачу кода уровня принятого запроса на прерывание; прием и хранение кода уровня прерывания, обрабатываемого процессором в данный момент; выдачу процессору сигнала о запросе на прерывание с более высоким приоритетом по сравнению с обрабатываемым. При поступлении сигнала запроса на прерывание по шине ЗП они запоминаются в соответствующих триггерах. Одновременно по шине П может поступить код уровня приоритета, который тоже запоминается в регистре. Кроме этого, в состав БПП входят: схема, выда-

ющая сигнал о наличии запроса на прерывание, и буферная схема, которая выдает на шину КП код приоритета поступившего запроса.

В зависимости от того, с какого из восьми направлений получен сигнал запроса, ему присваивается шифратором код приоритета, который сравнивается с кодом приоритета обрабатываемого запроса. Если уровень приоритета пришедшего запроса выше выполняемого и есть строб разрешения прерывания (СПР), то с приходом фронта импульса синхронизации на выходе прерывания ПР устанавливается состояние логического нуля, которое сообщает процессору о необходимости прерывания его работы.

Код уровня пришедшего запроса может быть выдан из БПП по шинам КПО—КП2, что разрешается сигналом чтения (РСЧ). В момент выдачи сигнала ПР (выход прерывания) прием запросов на прерывание блокируется до установки в регистре текущего состояния нового кода прерывания.

Входы РГ, ВП и выход РГП необходимы для подключения и совместной работы других БПП, если число источников запросов больше восьми.

Шинные формирователи К589АП16 и К589АП26. Это четырехразрядные шинные формирователи—усилители, которые особенно удобны при подключении устройств ввода и вывода к общей двунаправленной шине, при работе на длинные линии. Расположение выводов микросхем приведено на рис. 4.7, а и б, а их назначение— в табл. 4.7 [31].

Номер вывода	Обозначение	Наименование вывода
1	ВК	Выбор кристалла
2, 5, 11, 14	С0—С3	Выходы данных
3, 6, 10, 13	В0—В3	Входы—выходы данных
4, 7, 9, 12	А0—А3	Входы данных
8	—	Общий вывод
15	УВ	Управление выдачей
16	—	Напряжение питания

Структура формирователей позволяет осуществлять параллельное включение нескольких микросхем. Для выбора требуемой микросхемы необходимо подать логический нуль на вход выбора кристалла ВК. После этого схема становится управляемой по входу управления выдачей УВ.

Данные могут поступать по шине А или В, а выдаваться по шине В или С. Если на вход УВ подана логическая единица, то информация с входов В подается на выходы С; в случае подачи логического нуля — с входов А на выходы В. Микросхема K589АП26 отличается от микросхемы K589АП16 инверсией выходных данных. При использовании шинных формирователей следует учитывать, что нагрузочная способность на выходе С не более 15 мА, а на выходе В — 50 мА. Шина С согласовывается со входами МОП-микросхем, а шина В — только с ТТЛ-микросхемами. Не работающие в данный момент выводы находятся в состоянии высокого выходного сопротивления.

Многофункциональное синхронизирующее устройство K589ХЛ4. Оно предназначено для деления частоты, формирования и задержки импульсов. Схема содержит программируемый делитель частоты на четырех триггерах. Коэффициент пересчета частоты программируется предварительно. В схеме возможна организация блока из нескольких микросхем в целях увеличения разрядности счетчиков-делителей и формирования «пачек» импульсов.

Микропроцессорный комплект K589 выгодно отличается от других кроме своей относительной простоты и доступности еще и тем, что в последнее время для него появились и появляются [31] программы и аппаратура, существенно облегчающие программирование, отладку программ и подготовку данных для записи в ПЗУ.

4.3. ОБЛАСТИ ПРИМЕНЕНИЯ

И СОСТАВ МИКРОПРОЦЕССОРНОГО КОМПЛЕКТА K1804

Назначение и состав комплекта. В вычислительных и управляющих системах с сильно развитой периферией всегда существует противоречие между тем, что необходимо было бы возложить на

периферийного устройства, и его возможностям. Вопрос заключается в том, что построение «интеллектуальных» периферийных устройств долго сдерживалось их высокой стоимостью, с одной стороны, и невысоким быстродействием существующих БИС, позволяющих их построить, — с другой. Обычно это противоречие разрешалось возложением на центральный процессор функций обслуживания периферийных устройств, что существенно замедляло работу системы в целом.

Повышение «интеллектуальных» способностей периферийных контроллеров, терминалов, графических дисплеев, промышленных контроллеров, реализация части их функций аппаратно с целью ускорить их работу, упростить программирование и разгрузить центральный процессор системы — вот одно из назначений МПК K1804.

Отличие этого комплекта заключается еще и в том, что, как ожидается, его массовый выпуск будет сопровождаться и выпуском в обращение программных средств проектирования и отладки.

Возможное применение этого комплекта — эмуляция популярных микро- и мини-ЭВМ на новом технологическом и конструкторском уровне с полной преемственностью системы команд и программного обеспечения в сочетании с новыми командами и возможностями и существенным улучшением массогабаритных и мощностных характеристик.

В состав комплекта на настоящий момент входят десять БИС, каждая из которых является законченным микропрограммируемым блоком ЭВМ: центральные процессорные элементы K1804BC1 и K1804BC2, схема ускоренного переноса K1804BP1, схема управления состояниями и сдвигами K1804BP2, четырехразрядный параллельный регистр K1804IP1 и секции управления адресом микрокоманды K1804BU1 и K1804BU2, схема управления следующим адресом K1804BU3, схема управления последовательностью микрокоманд K1804BU4, генератор адресов памяти K1804BU5 [45].

Все эти схемы подробно описаны в [88], там же приведены примеры их использования, приемы проектирования и оптимизации проектных решений.

Микропроцессорная секция K1804BC1. Она предназначена для построения операционных блоков с любой разрядностью, кратной четырем. Функциональная схема микросхемы, приведенная на рис. 4.8 [88], может быть разбита на четыре блока: внутренней памяти, арифметико-логический, регистра Q и управления. Блок внутренней памяти состоит из регистрового запоминающего устройства ($PЗУ$) с двумя независимыми каналами выбора информации по адресам A и B . Перед регистром установлен сдвигатель данных $СДА$, позволяющий записывать коды в запоминающее устройство $PЗУ$ со сдвигом вправо или влево на один разряд или без сдвига. Записать число можно только по адресу B .

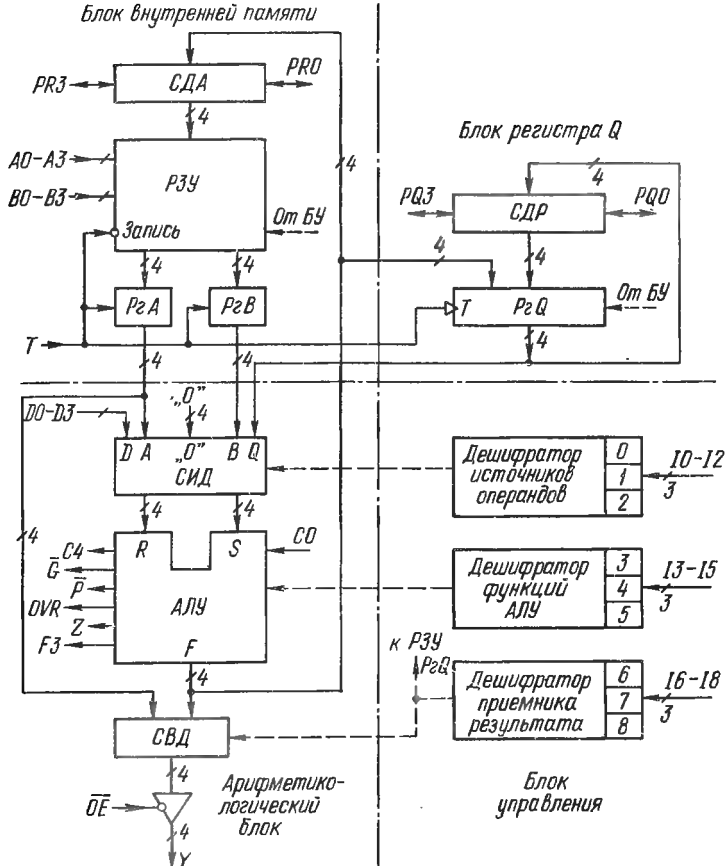


Рис. 4.8. Функциональная схема микропроцессорной секции К1804BC1

Регистры P_2A и P_2B на выходе P_2Y являются четырехразрядными параллельными регистрами с одноктактным управлением и однофазной записью. При подаче логической единицы на тактовый вход T информация со входа подается на выход регистра, а при логическом нуле на выходе сохраняется то состояние, которое было в момент перехода сигнала на тактовом входе из «1» в «0».

Выбор регистра общего назначения (P_2H) из блока внутренней памяти осуществляется установкой адреса на входах A_0-A_3 или B_0-B_3 . Для считывания информации из P_2H не требуется никаких тактирующих и управляющих сигналов. Одновременно из P_2Y могут читаться два слова, и, если установить на адресных входах одинаковые коды, т. е. чтение из одной ячейки, то на обоих выходах будут, естественно, одни и те же данные.

A3	1	40	$\overline{OE}$
A2	2	39	$\overline{Y3}$
A1	3	38	$\overline{Y2}$
A0	4	37	$\overline{Y1}$
I6	5	36	$\overline{Y0}$
I8	6	35	$\overline{P}$
I7	7	34	$\overline{OVR}$
PR3	8	33	$\overline{C4}$
PRO	9	32	$\overline{G}$
VCC	10	31	$\overline{F3}$
Z	11	30	$\overline{GND}$
I0	12	29	$\overline{C0}$
I1	13	28	$\overline{I4}$
I2	14	27	$\overline{I5}$
T	15	26	$\overline{I3}$
PQ3	16	25	$\overline{D0}$
B0	17	24	$\overline{D1}$
B1	18	23	$\overline{D2}$
B2	19	22	$\overline{D3}$
B3	20	21	$\overline{PQ0}$

Запись может производиться в *РОН* только по адресам, устанавливаемым на шине *B*. Запись начинается в момент перехода тактового сигнала из «1» в «0». В этот же момент, как было сказано выше, информация на выходах *P2A* и *P2B* фиксируется. Это позволяет передавать информацию с выхода блока внутренней памяти на его же вход.

Все другие управляющие сигналы должны быть поданы одновременно, чтобы процессы установления завершились к пе-

реходу тактового сигнала из «1» в «0». По шине *A* возможно только чтение информации.

Арифметико-логический блок имеет в своем составе арифметико-логическое устройство (*АЛУ*), реализующее восемь логических операций и выдающее четыре признака результата (перенос из старшего разряда *C4*, переполнение *OVP*, знак числа или содержимое старшего разряда на выходе *F3* и признак нулевого результата на всех выходах *АЛУ—Z*). Для работы соседних секций процессора, при числе обрабатываемых разрядов больше четырех, формируются сигналы генерации $\overline{G}$ и распространения переноса $\overline{P}$ из *АЛУ*.

Два операнда могут поступить в *АЛУ* из пяти источников: каналов *A* и *B*, *РЗУ*, дополнительного регистра *Q*, внешней шины данных *D* и условного источника — константы нуля. Для выбора источников операндов перед *АЛУ* есть селектор источника данных (*СИД*). Выходные данные процессорной секции подаются через селектор выходных данных (*СВД*) либо из *АЛУ*, либо напрямую, минуя *АЛУ*, с выхода канала *A* *РЗУ* на управляемое буферное трехстабильное устройство на выходную шину *Y*.

Управление арифметико-логическим блоком осуществляется микрокодами, поступающими извне на блок управления, расположение выводов которого приведено на рис. 4.9. На выводы *12*, *11*, *10* подается трехразрядный микрокод (на *12* — старший разряд, на *10* — младший), который через дешифратор управляет *СИД*. В табл. 4.8 приведен выбор источников операндов в зависимости от микрокода. На выводы *15*, *14*, *13* подается микрокод управления операциями *АЛУ*. В табл. 4.9 приведено соответствие микрокода и выполняемой *АЛУ* операции.

Арифметические операции выполняются с учетом сигнала переноса *C0* по правилам дополнительного кода при представлении

ВЫБОР ИСТОЧНИКОВ
ОПЕРАНДОВ

Микрокод			Источник операндов	
12	11	10	R	S
0	0	0	A	C
0	0	1	A	B
0	1	1	O	B
1	0	0	O	A
1	0	0	O	A
1	0	1	D	A
1	1	0	D	Q
1	1	1	D	O

ВЫБОР ОПЕРАЦИИ

Микрокод			Операция АЛУ
15	14	13	
0	0	0	$R + S + C0$
0	0	1	$S - R - I + C0$
0	1	0	$R - S - I + C0$
0	1	1	$R \cup S$
1	0	0	$R \cap S$
1	0	1	$\bar{R} \cap S$
1	1	0	$R \oplus S$
1	1	1	$\bar{R} \oplus S$

отрицательных чисел. Для определения знака результата предусмотрен вывод из АЛУ старшего разряда результата на вывод F3, минуя селектор выходных данных (СВД) и выходной трехстабильный буфер. При параллельном соединении нескольких секций, естественно, будет, использован только старший разряд старшей секции.

На выходы 18, 17, 16 подается микрокод управления приемником результата, т. е. управления селектором СВД. После дешифратора сигналы управления кроме селектора СВД подаются также в запоминающее устройство РЗУ и блок регистра Q. Алгоритм управления приведен в табл. 4.10. В этой таблице буквой F обозначена выходная шина АЛУ до СВД.

Блок регистра Q состоит из регистра R₂Q и сдвигателя регистра СДР. Сдвигатель позволяет записывать информацию в регистр с выхода АЛУ и сдвигать его содержимое вправо или влево на один разряд. Запись в регистр осуществляется при смене тактового сигнала T из «0» в «1».

Кроме уже упомянутых сигналов управления на микросхему подаются и другие. Сигнал $\overline{OE}$ при логическом «0» разрешает

Таблица 4.10

УПРАВЛЕНИЕ ПРИЕМНИКОМ РЕЗУЛЬТАТА

Микрокод			РЗУ		R ₂ Q		Выход Y
18	17	16	сдвиг	загрузка	сдвиг	загрузка	
0	0	0	—	—	—	$F \rightarrow Q$	F
0	0	1	—	—	—	—	F
0	1	0	—	$F \rightarrow B$	—	—	A
0	1	1	—	$F \rightarrow B$	—	—	F
1	0	0	Вправо	$F/2 \rightarrow B$	Вправо	$Q/2 \rightarrow Q$	F
1	0	1	»	$F/2 \rightarrow B$	—	—	F
1	1	0	Влево	$2F \rightarrow B$	Влево	$2Q \rightarrow Q$	F
1	1	1	»	$2F \rightarrow B$	—	—	F

мация на вход данных $P3Y$ может поступать либо с выхода арифметико-логического блока, либо с двуправленных выводов $Y0—Y3$. Информация с выходов данных $P3Y$ поступает на регистры $P2A$ и $P2B$, управляемые тактовыми сигналами T . Если $T = 1$, то информация со входа регистра передается на выход; при $T = 0$ в регистре сохраняется ранее записанная информация.

На выходе регистра $P2B$ установлен трехстабильный буфер, управляемый сигналом $\overline{OEB}$. При $\overline{OEB} = 0$ информация с выхода передается на вход $БАЛ$, а если $\overline{OEB} = 1$, то выходы переходят в состояние высокого выходного сопротивления. Информация из блока внутренней памяти передается через регистр $P2B$ в арифметико-логический блок или на выходную шину данных $D3—D0$.

На рис. 4.11 приведены цоколевка микросхемы $K1804BC2$ и обозначение ее выводов.

Запись информации может производиться только по адресу B . Для этого необходимы два управляющих сигнала: $\overline{WE} = 0$ и $T = 0$. При тактирующем сигнале $T = 1$ в регистре B сохраняется информация, которая была в нем в момент перехода сигнала T из «0» в «1». Сигнал $\overline{WE} = 1$ запрещает запись в $P3Y$.

Считывание информации из $P3Y$ может осуществляться одновременно по двум адресам: A и B . При установке одинаковых адресов на выходах A и B через регистры $P2A$ и $P2B$ будет считываться одинаковая информация из одного из регистров $P3Y$. Для вывода информации по выходу B необходим еще один управляющий буфером регистра $P2B$ сигнал $\overline{OEB}$. При $\overline{OEB} = 0$ информация выдается на шину $DB0—DB3$, а если $\overline{OEB} = 1$, то буфер отключает выход регистра $P2B$ от шины и она становится входной. Схема может работать в режиме двухадресной ($A + B \rightarrow B$) и трехадресной ($A + B \rightarrow C$) обработки.

В двухадресном режиме на входы $A0—A3$ поступает адрес первого операнда, а на входы $B0—B3$ — адрес второго операнда (последние входы являются адресом результата). За первую половину такта ($\overline{WE} = 0$, $T = 1$) операнды считываются из $P3Y$ и поступают на входы $P2A$ и $P2B$ соответственно. В течение второй половины такта ($\overline{WE} = 0$, $T = 0$) производится запись результата в $P3Y$ по адресу B .

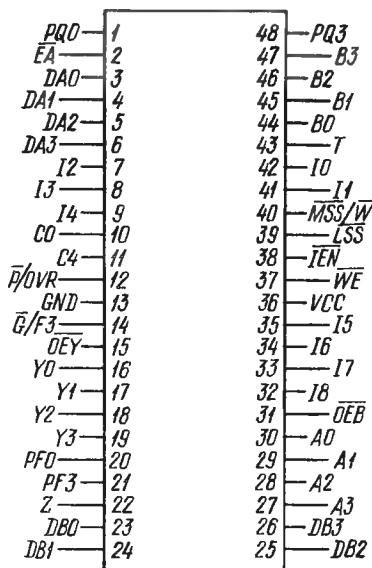
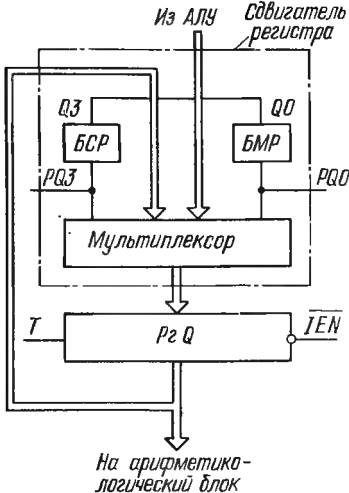


Рис. 4.11. Расположение выводов микропроцессорной секции $K1804BC2$



Трехадресность выполнения операции за один такт достигается путем изменения информации на адресном входе B после считывания второго операнда и перед записью результата операции в $PЗУ$. Для этого используется сигнал $\overline{IEN}$.

Блок рабочего регистра состоит из регистра Q (P_2Q) и сдвигателя регистра. Структурная схема этого блока приведена на рис. 4.12. Для управления блоком рабочего регистра используются сигналы с выхода блока управления. Запись информации в регистр производится по положи-

тельному фронту такта при $\overline{IEN} = 0$. Если же $\overline{IEN} = 1$, то P_2Q находится в режиме хранения. Регистр Q может служить источником операнда для $АЛУ$ и приемником информации через сдвигатель регистра Q с выходов $АЛУ$ без сдвига или с собственных выходов со сдвигом.

Сдвигатель регистра Q состоит из мультиплексора и двух буферов с трехстабильными выходами: младшего разряда ($БМР$) и старшего разряда ($БСР$). Сдвигатель выполняет логические сдвиги на один разряд содержимого регистра P_2Q в любую сторону или передает информацию с выхода $АЛУ$ или с выхода P_2Q несдвинутой. При выполнении сдвига в сторону младших разрядов шина PQ_3 становится входом, буфер старшего разряда находится в состоянии высокого сопротивления, вывод PQ_0 становится выходом, на который поступает младший разряд с выхода P_2Q (Q_0), а через мультиплексор информация поступает с выходов Q_1-Q_3 регистра и с выхода PQ_3 на входы регистра P_2Q . При сдвиге в сторону старшего разряда вывод PQ_0 становится входом, буфер младшего разряда находится в состоянии высокого сопротивления, вывод PQ_3 становится выходом, на который выталкивается старший разряд P_2Q (Q_3), а через мультиплексор на входы D_0-D_3 P_2Q передается информация с вывода PQ_0 и с выходов Q_0-Q_2 регистра Q .

Арифметико-логический блок состоит из двух входных мультиплексоров MR и MS , сдвигателя данных $СДА$, формирователя признака нуля $ФПН$. Его структурная схема изображена на рис. 4.13. Входные мультиплексоры осуществляют выбор источников операндов R и S с помощью управляющих сигналов $\overline{EA}$, I_0 , $\overline{OEB}$ в соответствии с табл. 4.11.

Рис. 4.13. Структурная схема арифметико-логического блока микросхемы K1804BC2

Арифметико-логическое устройство обеспечивает выполнение семи арифметических, девяти логических операций и девяти специальных функций над одним или двумя четырехразрядными операндами R и S , поступающими с выходов мультиплексоров.

Выбор операций реализуемой АЛУ осуществляется сигналами, которые формирует блок управления при поступлении на него сигналов микрокоманды $I8-I0$. Если на входы $I4-I0$ поданы нули, то АЛУ выполняет специальные функции, которые определяются сигналами $I5-I8$. При подаче хотя бы на один из входов $I4-I0$ единицы выполняется одна из шестнадцати арифметических и логических операций, полный перечень которых можно найти в [88].

Кроме выполнения операций и специальных функций АЛУ вырабатывает ряд сигналов состояния $\bar{G}$, $F3$, $\bar{P}$, OVR , $C4$. Сигналы генерации G и распространения $\bar{P}$ переноса используются для организации ускорения (например, с микросхемой ускоренного переноса K1804BP1). При этом выводы $\bar{P}$ и $\bar{G}$ старшей микропроцессорной секции не используются. В то же время выход старшего разряда $F3$ АЛУ и выход переполнения OVR используются только у старшей секции. Микропроцессорная секция имеет выводы для приема в АЛУ входного переноса CO и для выдачи сигнала выходного переноса $C4$, которые предназначены для организации последовательного переноса.

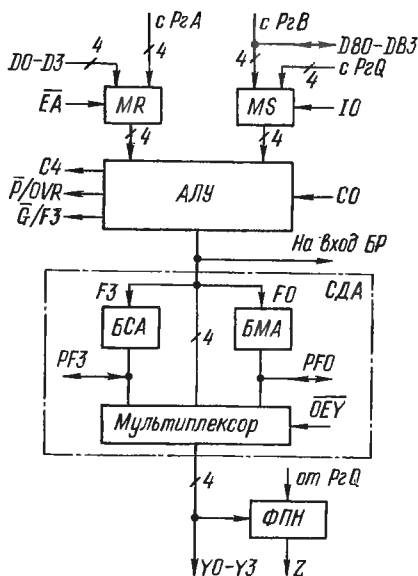


Таблица 4.11

ВЫБОР ИСТОЧНИКОВ ОПЕРАНДОВ

$\bar{E}A$	$I0$	$\overline{OEB}$	Источник R	Источник S	$\bar{E}A$	$I0$	$\overline{OEB}$	Источник R	Источник S
0	0	0	$P2A$	$P2B$	1	0	0	$DA0-DA3$	$P2B$
0	0	1	$P2A$	$DB0-DB3$	1	0	1	$DA0-DA3$	$DB0-DB3$
0	1	0	$P2A$	$P2Q$	1	1	0	$DA0-DA3$	$P2Q$
0	1	1	$P2A$	$P2Q$	1	1	1	$DA0-DA3$	$P2Q$

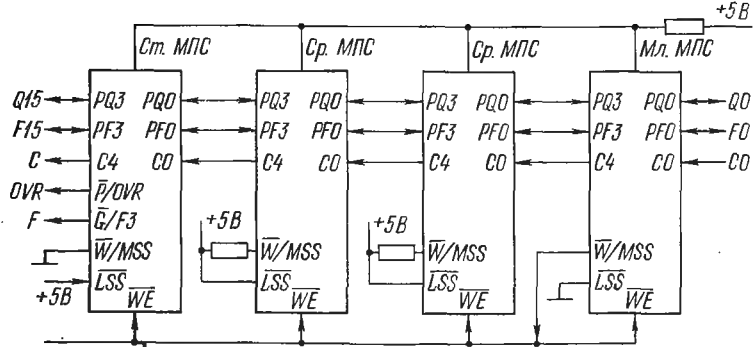


Рис. 4.14. Пример наращивания разрядности процессора

С выхода АЛУ информация передается на входы блока рабочего регистра и сдвигателя данных СДА, который состоит из буфера младшего разряда БМА, буфера старшего разряда АЛУ БСА и мультиплексора с трехстабильными выходами. Буферы БМА и БСА используются только при сдвигах, если же сдвиги не выполняются, то они находятся в состоянии высокого выходного сопротивления. Сдвигатель АЛУ в отличие от сдвигателя регистра PgQ может выполнять и арифметические сдвиги.

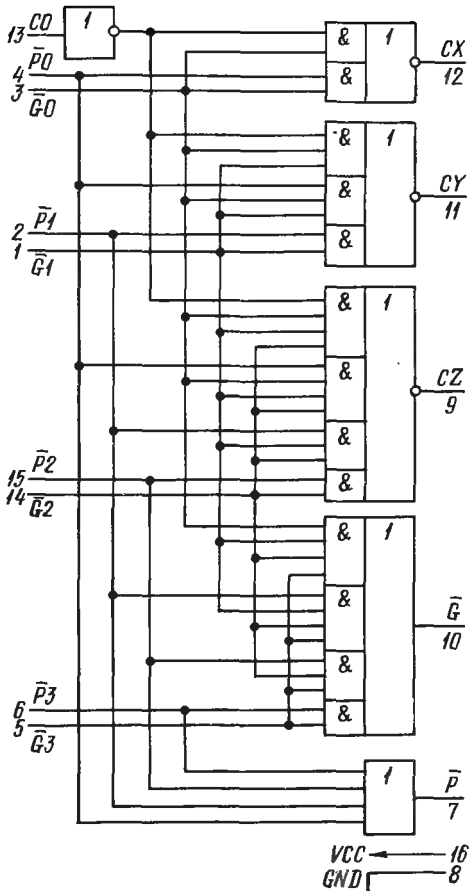
Формирователь признака нуля вырабатывает сигнал состояния Z . Если этот сигнал равен единице, то это означает, что все сигналы на выходах АЛУ или на выходах регистра PzQ , или и на тех и на других нулевые. При выполнении некоторых специальных функций шина Z становится входом. Секционная наращиваемость разрядности — одна из особенностей микросхемы K1804BC2.

Работа микропроцессорной секции при выполнении некоторых операций зависит от ее места в системе. Поэтому для организации их совместной работы в зависимости от места секции (младшая, средняя, старшая) на нее необходимо подать некоторые сигналы и вывести другие. Это выполняется с помощью шин $\overline{LSS}$ и $\overline{MSS}/\overline{W}$. Младшей МПС на вход $\overline{LSS}$ подают логический ноль, при этом шина $\overline{MSS}/\overline{W}$ становится выходом $\overline{W}$, причем на нем устанавливается ноль во всех тактах, когда производится запись данных в РЗУ. В средней и старшей МПС на вход $\overline{LSS}$ подается единица, и шина $\overline{MSS}/\overline{W}$ становится входом $\overline{MSS}$. В средних МПС на входе $\overline{W}$ устанавливается единица, а в старшей МПС на этом же входе — ноль. Остальные соединения указаны на рис. 4.14.

Схема ускоренного переноса К1804ВР1. Для реализации потенциального быстродействия необходимо использовать схемы ускоренного переноса (СУП). Микросхема К1804ВР1 выполнена в корпусе с 16 выводами и позволяет организовать параллельные цепи переноса 16-разрядного блока обработки данных. Возможно и каскадное включение схем для получения большей разрядности.

Рис. 4.15. Схема ускоренного переноса K1804BP1

Расположение и обозначение структурной схемы СУП приведены на рис. 4.15. Назначение выводов: $C0$ — для сигнала переноса из предыдущей процессорной секции; $\overline{G0}$, $\overline{P0}$ — для сигналов генерации и распространения переноса из АЛУ младшей процессорной секции, подключенной к данной СУП; $\overline{G1}$, $\overline{G2}$, $\overline{G3}$, $\overline{P1}$, $\overline{P2}$, $\overline{P3}$ — для аналогичных сигналов из следующих процессорных секций; $\overline{G}$, $\overline{P}$ — для аналогичных сигналов СУП; CX — для сигналов переноса с первой процессорной секции на вторую; CY — то же со второй на третью; CZ — то же с третьей на четвертую; GND (8) — общий; VCC (16) — питание. На рис. 4.16 приведен пример использования СУП при 32-разрядном формате данных.



Четырехразрядный параллельный регистр K1804IP1. Он применяется обычно в виде буфера и при организации двунаправленных шин. Структурная схема регистра, оцифровка и обозначения выводов приведены на рис. 4.17. Назначение выводов K1804IP1: $D0$ — $D3$ — вход данных; T — вход тактовых импульсов, по положительному фронту которых производится запись информации в регистр; $Q0$ — $Q3$ — прямые выходы триггеров регистра; $Y0$ — $Y3$ — выходная трехстабильная шина, которая управляется по входу $\overline{OE}$ (вывод 7). При уровне логической единицы на входе $\overline{OE}$ выходы Y находятся в состоянии высокого выходного сопротивления — регистр отключен от шины Y .

Схема управления состояниями и сдвигами K1804BP2 [88]. Она предназначена для выполнения функции обслуживания АЛУ: формирование сигнала входного переноса; организация разнообразных сдвигов (всего 32 варианта); выполнение операций как

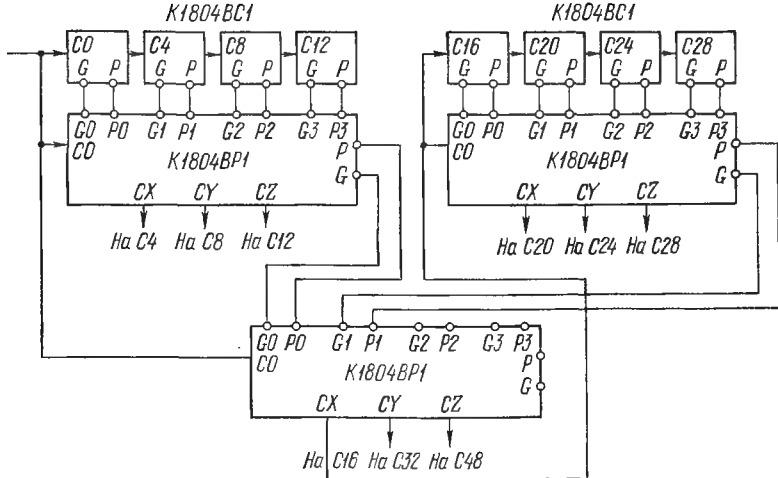


Рис. 4.16. Пример включения схемы ускоренного переноса

со всем словом, так и с отдельными битами любого из двух регистров состояния; проверки за один такт одного из шестнадцати различных условий, которые поступают с одного из двух регистров состояния или из микропроцессорной секции.

Функциональную схему управления состояниями и сдвигами, приведенную на рис. 4.18, можно разбить на пять блоков: проверки условия, обработки признаков, управления сдвигом, управления переносом, управления.

Оцифровка и обозначение выводов приведены на рис. 4.19.

Блок обработки признаков состоит из двух четырехразрядных регистров состояния P_2N и P_2M , двух входных мультиплексоров ($MUXN$, $MUXM$) и выходного мультиплексора ($MUXB$) и предназначен для хранения и модификации признаков состояния МПС, таких как перенос (C), знак (N), переполнение (OVP) и нуль (Z). Запись в регистры производится по положительному фронту тактовых импульсов T при разрешающем записи сигнале.

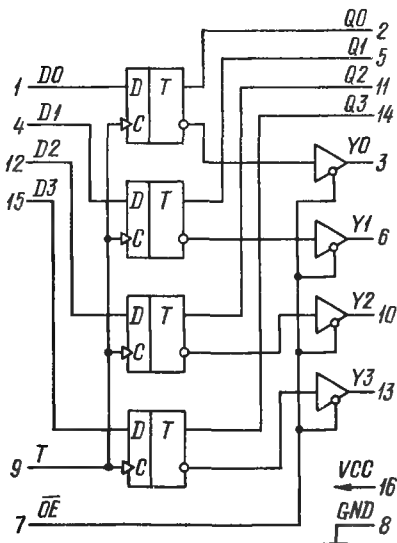


Рис. 4.17. Структурная схема параллельного регистра К1804ИР1

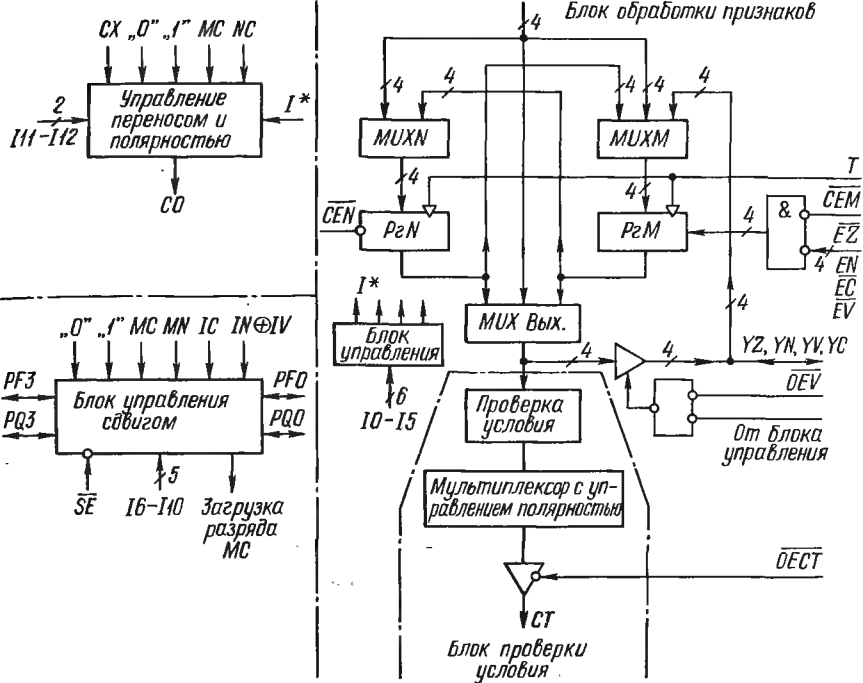


Рис. 4.18. Функциональная схема микросхемы управления состояниями и сдвигами К1804BP2

В регистр P_2N информация поступает с выхода двухвходового мультиплексора $MUXN$. В зависимости от микрокоманды, поступающей на выходы 10—15, в регистр может быть записана информация со входов признаков состояния (IC , IN , IV , IZ) или с выходов P_2M (MC , MN , MY , MZ). Может быть произведена и поразрядная запись нулей и единиц. Для записи необходимо, чтобы на входе ($\overline{CEN}$) разрешения записи в P_2N был установлен логический нуль. При логической единице запись в регистр запрещена.

Операции, выполняемые регистром P_2N , можно разбить на три группы: с битами, регистровые и загрузки. Операции с отдельными

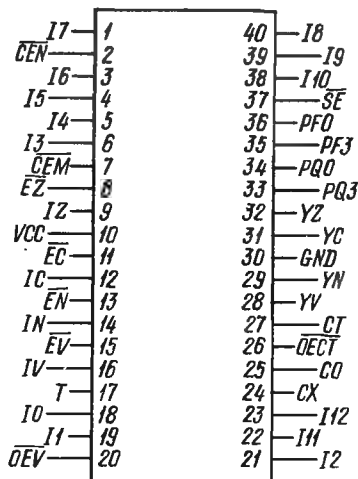


Рис. 4.19. Графическое изображение микросхемы К1804BP2

битами представляются собой установкой одного из разрядов P_2N в «0» или «1» в зависимости от микрокоманды, поданной на выходы 18, 19, 21, 6, 5, 4 (10—15). Регистровые операции — операции со всем словом, записанным в регистре.

В зависимости от микрокоманды, поданной на выходы 10—15, будет выполнена одна из четырех операций: запись содержимого P_2M в P_2N ; регистровый обмен или установка всех разрядов либо в «0», либо в «1»; загрузка, заключающаяся в записи информации в P_2N со входов признаков состояния IC, IN, IV, IZ .

В регистр P_2M информация подается с выхода трехвходового мультиплексора $MUXM$. В зависимости от микрокоманды, поданной на выходы 10—15, в него может быть записана информация со входов признаков состояния, с выходов регистра P_2N или с шины Y . Кроме того, возможна и поразрядная запись «0» и «1». Запись в регистр P_2M разрешается сигналом $\overline{CEM}$, т. е. при «0» запись производится, при «1» — запрещена.

Аналогично регистру P_2N регистр P_2M может выполнять операции со всем словом, с отдельными битами и операцию загрузки. Операции с битами регистр P_2M выполняет по сигналам разрешения записи признаков ($\overline{EC}, \overline{EN}, \overline{EY}, \overline{EZ}$). При наличии «0» на входах $\overline{CEM}$ и разрешении производится запись информации в соответствующий разряд регистра. Регистровые операции, реализуемые регистром P_2M при наличии разрешающих сигналов $\overline{CEM} = 0$, общих для регистра, и $\overline{EZ} = \overline{EC} = \overline{EN} = \overline{EY} = 0$ для каждого разряда, приведены в табл. 4.12 Перечень операций загрузки приведен в [88].

Таблица 4.12

РЕГИСТРОВЫЕ ОПЕРАЦИИ P_2M

Микрокоманда						Операция	Пояснение
15	14	13	12	11	10		
0	0	0	0	0	0	$Y \rightarrow M$	Запись с шины Y в P_2M
0	0	0	0	0	1	$1 \rightarrow M$	Установка «1» во всех разрядах P_2M
0	0	0	0	1	0	$N \rightarrow M$	Из регистра P_2N в P_2M
0	0	0	0	1	1	$0 \rightarrow M$	Установка «0» во всех разрядах P_2M
0	0	0	1	0	1	$\overline{M} \rightarrow M$	Инверсия содержимого P_2M

Информация с выходов регистров P_2N и P_2M или со входов признаков IZ, IN, IV, IC через выходной мультиплексор $MUXB$ и выходной буфер может быть выдана на трехстабильную двунаправленную шину Y . Если микрокоманда, поданная на выходы 10—15, будет состоять из одних нулей, то шина Y будет входной независимо от сигнала, разрешающего вывод информации ($\overline{OEY}$). Во всех остальных случаях шина Y будет выходной.

Управление выводом информации на шину Y сигналами 15, 14 через блок управления и сигналом $\overline{OEY}$ непосредственно представлено в табл. 4.13.

УПРАВЛЕНИЕ ВЫВОДОМ ИНФОРМАЦИИ НА ШИНУ Y

АЛУ	15	14	Y	Пояснение	АЛУ	15	14	Y	Пояснение
1	X	X	$R_{\text{вых}} \rightarrow \infty$	Микросхема отключена от шины Y	0	0	X	$N \rightarrow M$	X — любое значение
					0	1	0	$M \rightarrow Y$	—
					0	1	1	$1 \rightarrow Y$	—

Блок проверки условия состоит из схемы проверки, мультиплексора со схемой управления полярностью, выходного буфера и предназначен для формирования выходного кода условия. Под действием микрокоманды, подаваемой на выводы 13—10, блок выполняет одну из 16-ти операций и результат подается на выход кода условия СТ. Выбор операндов для блока осуществляется микрокомандой, подаваемой на выводы 14, 15.

Четыре из шестнадцати операций представляют собой передачу одного из признаков состояния на выход СТ. Другие четыре операции используются после окончания операции вычитания $A - B$ в АЛУ для выполнения условий, таких как $A = B$, $A \neq B$, $A \geq B$ и других. Числа A и B могут быть при этом представлены в дополнительном коде или как числа без знака.

Результат одной из этих восьми операций выдается мультиплексором на схему управления полярностью, которая при необходимости может инвертировать этот результат. Другие восемь операций из 16-ти представляют собой инверсию первых восьми. Результат проверки условия с выхода схемы управления полярностью поступает через буфер на трехстабильную шину СТ, управляемую сигналом разрешения кода условия $\overline{OECT}$. Логический «0» этого сигнала разрешает выдачу кода условия на шину СТ, а логическая «1» переводит выходной буфер в состояние высокого выходного сопротивления.

Блок управления переносом создает сигнал входного переноса CO по сигналу микрокоманды подаваемой на выводы 112, 111, 15, 13, 12, 11 для подачи его в АЛУ. При этом в качестве входного переноса выбирается один из источников, указанных на рис. 4.18, что позволяет реализовывать операции сложения и вычитания чисел обычной и двойной длины. Вход CX служит для организации выполнения процессорной секцией K1804BC2 некоторых специальных функций, для этого его соединяют с выходом указанной секции.

Блок управления сдвигами организует варианты арифметических, логических и циклических сдвигов в зависимости от микрокоманды, подаваемой на шины 16—110. Всего тридцать два варианта сдвигов [88]. Вход 110 определяет направление сдвига и поэтому соединяется с выходом 18 процессорной секции

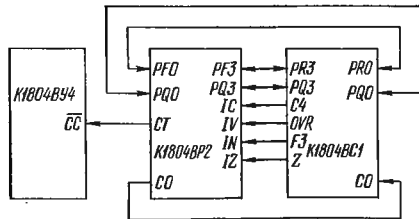


Рис. 4.20. Схема соединения микросхем К1804BP2 и К1804BC1

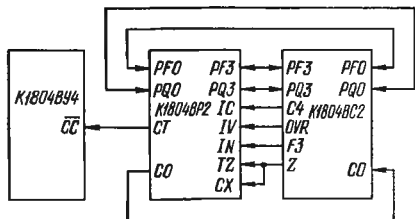


Рис. 4.21. Схема соединений микросхем К1804BP2, К1804BC2 и К1804BY4

К1804BC2 или с выходом секции 17 секции К1804BC1. Выходы сдвига PFO , $PF3$, $PQ0$, $PQ3$ трехстабильные и управляются разрешающим сигналом $\overline{SE}$. При $\overline{SE} = 1$ сдвиги запрещены, а выходы находятся в состоянии высокого выходного сопротивления.

Блок управления по сигналу микрокоманды 10—112 формирует внутренние управляющие сигналы. Микросхема К1804BP2 предназначена для обслуживания микропроцессорных секций К1804BC1 и К1804BC2 и схемы управления последовательностью микрокоманд К1804BY4. Схемы их соединения показаны на рис. 4.20 и 4.21.

4.4. МИКРОСХЕМЫ КОМПЛЕКТА К1804 ДЛЯ БЛОКА МИКРОПРОГРАММНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Назначение микросхем. В микропроцессорных системах, разрабатываемых на базе секционированных комплектов, одной из сложнейших частей системы обычно является блок микропрограммного управления (БМУ). В микропроцессорном комплекте К1804 для организации этого блока разработаны четыре БИС. Две из них (К1804BY1 и К1804BY2) мало отличаются друг от друга внутренней структурой и предназначены для формирования адреса микрокоманд под действием внешних управляющих сигналов. Они представляют собой секцию управления адресом микрокоманды (СУАМ). Третья микросхема К1804BY3 предназначена для управления следующим адресом УСА и служит для преобразования части микрокоманды в конкретные управляющие сигналы. Четвертая микросхема этой части комплекта К1804BY4 — 12-разрядная схема управления последовательностью микрокоманд (УПМ). Основная функция схемы УПМ — формирование последовательности микрокоманд, хранящихся в микропрограммной памяти, под действием внешних управляющих сигналов.

Схемы управления адресом микрокоманды К1804BY1 и К1804BY2. Функциональная схема этих микросхем приведена на рис. 4.22. Архитектура микросхем предусматривает возможность наращивания разрядности с кратностью, равной четырем, и содержит внутренний регистр адреса. Внутренний стек с глу-

биной четыре слова обеспечивает при выполнении микропрограмм переход с возвратом. Кроме того, предусмотрены наращиваемый 4-разрядный счетчик команд, вход установки нулевого адреса для возврата к нулевой микрокоманде, входы маски для модификации адреса и трехстабильный выходной буфер. Все эти устройства можно разбить на четыре блока: выборки адреса, регистра адреса, стека и счетчика микрокоманд.

Блок выборки адреса содержит мультиплексор, с помощью которого выбирается источник адреса следующей микрокоманды. В зависимости от сигналов, управляющих мультиплексором, S_0, S_1 это могут быть регистр адреса, счетчик микрокоманд, стек или прямые входы адреса $D_0—D_3$. После мультиплексора включена схема «ИЛИ», позволяющая модифицировать адрес с помощью маски, подаваемой на входы $OR_0—OR_3$. После схем «ИЛИ» включены схемы «И», позволяющие при сигнале $\bar{Z}A = 0$ устанавливать на выходе $CYAM$ нулевой код независимо от выбранного адреса. С выходов схемы «И» сигналы через трехстабильный буфер подаются на выходную шину Y . Совместные действия управляющих сигналов $\bar{Z}A, \bar{D}E$ и сигналов маски $OR_0—OR_3$ позволяют получить четыре состояния шины Y : 1) высокого выходного сопротивления; 2) нулевого кода; 3) единичного кода; 4) согласно управляющим сигналам S_0, S_1 , т. е. действительного кода адреса.

Регистр адреса может использоваться для хранения адреса, принятого от внешнего источника по шине $R_0—R_3$. Запись инфор-

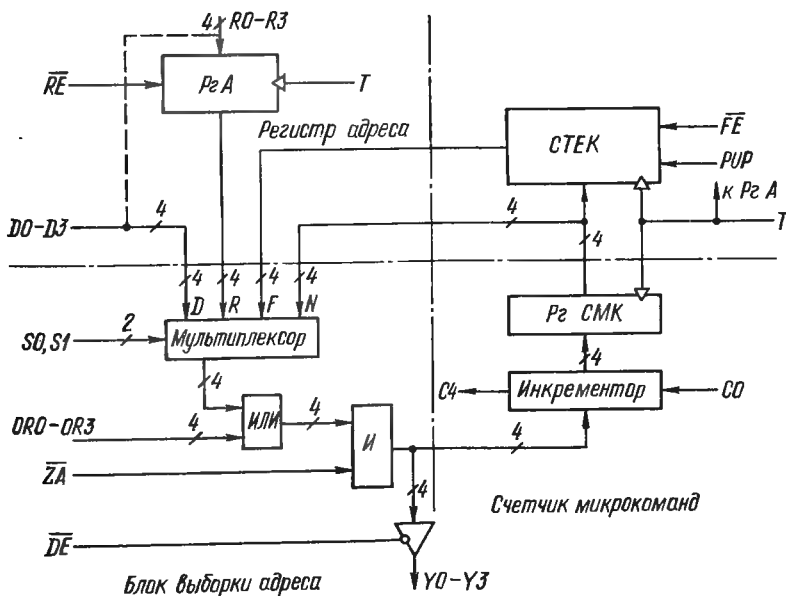


Рис. 4.22. Функциональная схема микросхем К1804ВУ1 и К1804ВУ2

мации в этот регистр осуществляется по положительному фронту тактового импульса T при разрешающем сигнале $\overline{RE} = 0$.

Счетчик микрокоманд состоит из регистра счетчика микрокоманд ($Pr\ CMK$) и схемы инкремента. Эта схема позволяет изменять (увеличивать) адрес с выхода блока выборки адреса (BBA) на единицу и подать его обратно на вход BBA или на вход стека для запоминания.

Увеличение содержимого счетчика микрокоманд выполняется по положительному фронту тактирующих импульсов T при наличии логической «1» на входе CO . Если пришедший адрес будет состоять из одних единиц и на входе CO тоже будет «1», то схемой формируется сигнал переноса (логическая «1») на выходе переноса 4.

Стек состоит из накопителя на четыре 4-разрядных слова, указателя стека и схемы записи — считывания. Он управляется сигналами $\overline{FE}$ и PUP . При $\overline{FE} = 1$ стек отключен; если $\overline{FE} = 0$, а $PUP = 1$, то содержимое счетчика микрокоманд записывается в стек. Эта операция имеет обозначение $PUSH$. При равенстве нулю обоих сигналов $\overline{FE}$ и PUP происходит циклический сдвиг содержимого стека — операция POP . Направление изменения указывается управляющим сигналом PUP («0» — уменьшение, «1» — увеличение). Изменение значения стека происходит по положительному фронту тактирующих импульсов.

Указатель стека — 2-разрядный реверсивный счетчик, изменение информации в котором происходит тоже по положительному фронту импульса T . Сигналы с выхода указателя стека преобразуются дешифратором стека в разрешающие сигналы для одного из четырех регистров накопителя.

Схема записи и считывания под управлением сигналов T , $\overline{FE}$, PUP обеспечивает временную и логическую коммутацию при передаче информации из счетчика микрокоманд в накопитель стека или из накопителя стека на входы блока выборки адреса. При этом возможны три режима работы стека: увеличение содержимого указателя стека на единицу и запись ($\overline{FE} = 0$, $PUP = 1$); считывание и уменьшение содержимого указателя стека на единицу ($\overline{FE} = 0$, $PUP = 0$); считывание без изменения содержимого указателя стека ($\overline{FE} = 1$, PUP — любое значение).

Микросхема $K1804BY1$ выполнена в корпусе с 28 выводами, а микросхема $K1804BY2$ — в корпусе с 20 выводами. У микросхемы $K1804BY2$ прямые входы адреса микрокоманды $D0-D3$ используются и как входы в регистр адреса, входы маски $OR0-OR3$ отсутствуют, нет схемы «ИЛИ» — все это и позволило разместить практически ту же структуру в 20-выводном корпусе. На рис. 4.23, а и б приведены цоколевка обеих микросхем и обозначение выводов.

Назначение выводов $CYAM$: $D0-D3$ — для подачи от внешних источников адреса следующей микрокоманды; $R0-R3$ —

входы регистра адреса (P_2A), используются для загрузки адреса в регистр от внешнего источника. В микросхеме K1804BY2 выходы $RO-R3$ отсутствуют; $\overline{RE}$ — сигнал разрешения записи в регистр адреса; $\overline{ZA}$ — сигнал установки нулевого адреса на выходе $CUAM$; $OR0-OR3$ — сигналы маски, которые позволяют установить единицы на выходе адреса; $S0, S1$ — сигналы управления мультиплексором; сигнал $\overline{OE}$ разрешает вывод информации из $CUAM$. Назначение остальных сигналов и выводов следует из описания работы микросхемы.

Наращивание разрядности схем управления адресом микрокоманд K1804BY1 и K1804BY2. При формировании адресов, разрядность которых больше четырех, необходимо объединить несколько схем. Так, блок из трех микросхем позволяет обращаться к памяти микрокоманд объемом в 4096 слов. В простых контроллерах при такой памяти микрокоманд может не понадобиться использование внешней программы. При наращивании необходимо соединить не только шины управления ($S0, S1, \overline{FE}, PUP, T, \overline{RE}, \overline{OE}$) каскадно включаемых схем, но и выходы переноса $C4$ предыдущей, младшей микросхемы со входом переноса CO следующей, более старшей. Сигнал CO обладает управляющими свойствами, поэтому необходимо обеспечивать установление сигнала переноса на старшей микросхеме до прихода положительного фронта тактового сигнала.

Схема управления следующим адресом K1804BY3. Функциональная схема, оцифровка и обозначение выводов приведены на рис. 4.24. Основной частью БИС является комбинационный преобразователь, имеющий пять входов и восемь выходов и представляющий собой ПЗУ емкостью в 32 8-разрядных слова. На выходных шинах установлены буферы с тремя состояниями. Схема позволяет реализовать 16 инструкций управления последовательностью микрокоманд. Более подробно с работой этой микросхемы можно ознакомиться в [88].

Схема управления последовательностью микрокоманд K1804BY4. Назначение этой микросхемы в целом такое же, как

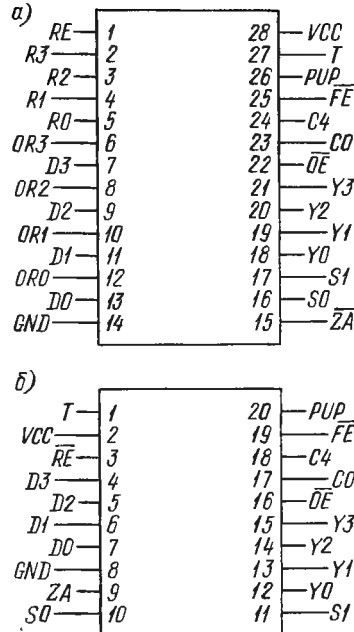


Рис. 4.23. Расположение выводов микросхем: а — K1804BY1; б — K1804BY2

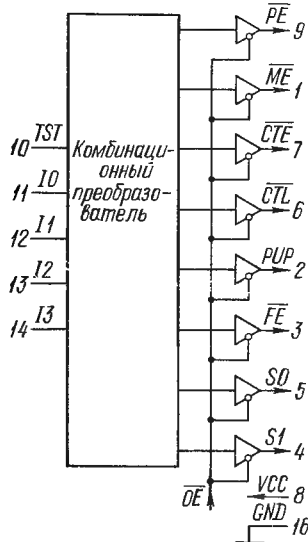


Рис. 4.24. Функциональная схема микросхемы K1804BY3

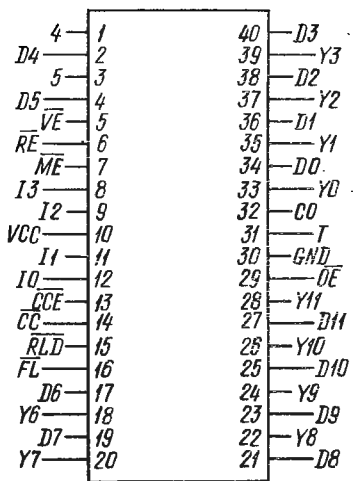


Рис. 4.25. Графическое изображение микросхемы K1804BY4

и микросхемы K1804BY1. Она предназначена для построения блоков микропрограммного управления (БМУ) микропроцессорных систем. Основная ее функция заключается в формировании последовательности адресов микрокоманд, хранящихся в микропрограммной памяти, под действием внешних сигналов управления. От микросхемы K1804BY1 отличается гораздо большей разрядностью. Внутренние и выходные 12-разрядные шины позволяют обращаться к 4096 ячейкам микрокомандной памяти без наращивания разрядности. Выходные сигналы управления трехстабильными буферными устройствами внешних устройств и 18 инструкций управления — все это расширяет возможности проектируемых БМУ.

Микросхема K1804BY4 изготовлена в 40-выводном корпусе. Оцифровка выводов и их обозначение приведены на рис. 4.25, а структурная схема — на рис. 4.26.

Структурную схему можно разбить на шесть функциональных блоков: регистр адреса/счетчик (P_2A/C_4); регистр счетчика микрокоманд ($P_2 CMK$), инкрементор, стек с указателем, формирователь признака нуля ($\Phi ПН$), схему управления следующим адресом ($УСА$), мультиплексор с выходным трехстабильным буфером. Практически K1804BY4 — это гибрид нескольких K1804BY1 и K1804BY3.

Мультиплексор 4-входовый предназначен для выбора одного из четырех источников адреса следующей микрокоманды. Это может быть содержимое регистра P_2A/C_4 , счетчика микрокоманд $P_2 CMK$, содержимое одной из ячеек стека или прямой вход

адреса $D0-D11$. Выбор источника зависит от сигналов инструкции, поступающей извне на выводы $10-13$, и двух управляющих сигналов $\overline{CS}$ и $\overline{CCE}$ — кода условия и разрешения кода условия соответственно. Выбранный мультиплексором адрес при сигнале разрешения выбора адреса $\overline{OE} = 0$ выводится на 12-разрядную шину Y . Если же $\overline{OE} = 1$, то микросхема отключается от этой шины.

В регистр адреса/счетчика P_2A/C_4 запись информации извне по входной шине $D0-D11$ производится либо по положительному фронту тактового сигнала при подаче соответствующей инструкции, либо по сигналу $\overline{RLD} = 0$ независимо от нее. В зависимости от выполняемой инструкции этот регистр используется как буфер адреса или числа циклов, или в качестве счетчика числа циклов, содержимое которого на каждом такте уменьшается на единицу, т. е. если в регистр будет загружено некоторое число N , то цикл будет выполнен $N + 1$ раз. Равенство нулю содержимого регистра — тестовое условие при выполнении некоторых инструкций.

Настройка регистра P_2A/C_4 на тот или другой режим работы осуществляется с помощью управляющих сигналов, вырабатываемых внутренней схемой управления следующим адресом.

Счетчик микрокоманд состоит из регистра счетчика микрокоманд P_2CMK и инкремента. Любой текущий адрес с выхода мультиплексора подается через инкрементор в P_2CMK для запоминания. Регистр 12-разрядный. Запись информации в него происходит как и в другие регистры этой микросхемы по положительному фронту тактового импульса T . Выходная шина регистра подключена к стеку и к мультиплексору.

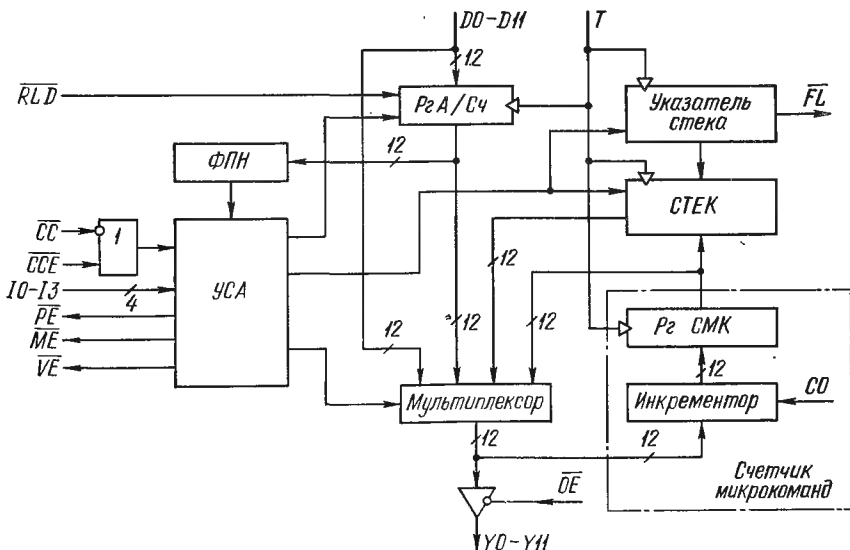


Рис. 4.26. Структурная схема микросхемы К1804В4

Управление регистром осуществляется сигналом, подаваемым на вход переноса CO . При $CO = 0$ адрес с выхода мультиплексора передается без изменений (немодифицированным), т. е. приращение не осуществляется. Если же $CO = 1$, то происходит увеличение адреса передаваемого с выхода мультиплексора в регистр P_2 СМК на единицу. Так могут выполняться последовательно расположенные в памяти микрокоманды.

Схема приращения микросхемы К1804ВУ4 не вырабатывает сигнала выходного переноса, а это является препятствием для наращивания разрядности. Однако следует отметить, что микропрограммы редко содержат больше 4096 микрокоманд. Если же их будет больше, то можно использовать постраничную структуру памяти, разбив микропрограмму на блоки. Одна из инструкций схемы управления следующим адресом ($УСА$) предусматривает установку счетчика микрокоманд в нулевое положение.

Стек состоит из указателя, дешифратора, накопителя и схемы записи — считывания и предназначен для хранения адреса возврата при выполнении подпрограмм и циклов.

Указатель стека представляет собой реверсивный счетчик, изменение информации в котором происходит по положительному фронту тактирующих импульсов. Сигналы указателя преобразуются дешифратором и определяют один из регистров стека, к которому производится обращение. Указатель стека всегда определяет последнее записанное в накопителе слово.

Схема записи — считывания обеспечивает необходимые переключения для передачи информации из счетчика микрокоманд в накопитель стека при записи и из накопителя на вход мультиплексора при чтении из стека.

Управление стеком осуществляется внешними сигналами на входах I_0 — I_3 , $\overline{CS}$ и $\overline{CCE}$. Возможны следующие режимы работы стека: очистка стека путем обнуления указателя стека; хранение (может осуществляться чтение из накопителя без изменения его содержимого); загрузка стека. При заполнении всех пяти накопительных регистров стека на выходе $\overline{FL}$ указателя стека появляется предупреждающий сигнал логического нуля. Загрузка в заполненный стек стирает информацию, записанную последней, и указатель стека при этом своего содержимого не изменяет.

Возможна еще одна операция со стеком — чтение из стека. При этом происходит считывание информации в порядке, обратном записи. Если чтение производится из пустого стека, то читается неопределенная информация, а указатель стека своего содержимого не изменяет.

Формирователь признака нуля формирует внутренний управляющий сигнал, когда в регистре P_2A/C_4 содержимое равно нулю.

Схема управления следующим адресом, как и в микросхеме К1804ВУ3, представляет собой комбинационный преобразователь, имеющий семь входов, а не пять. Предназначена она для

преобразования внешних управляющих сигналов 10—13, $\overline{CS}$, $\overline{CSE}$ и одного внутреннего сигнала в набор управляющих сигналов для блока мультиплексора. Кроме внутренних сигналов схема вырабатывает три сигнала ($\overline{PE}$, $\overline{ME}$, $\overline{YE}$) для управления внешними источниками адреса микрокоманд, подключенных к шине D . Эти сигналы используются для отключения от шины D буферов регистра микрокоманд, преобразователя начального адреса и регистра прерывания, которые обычно есть в структуре блока микропрограммного управления. Каждой микрокомандой вырабатывается только один из трех сигналов разрешения, чаще всего для регистра микрокоманд БМУ. Буферы двух оставшихся устройств переходят в состояние высокого сопротивления.

В заключение можно сказать, что секционные микропроцессорные комплекты нового поколения, в частности, рассмотренный в этой главе комплект К1804, отличаются большой архитектурной гибкостью, совместимостью с ТТЛ и ТТЛШ сериями микросхем.

Структура К1804 позволяет организовать конвейерную обработку данных, что вместе с достаточно высоким быстродействием микросхем комплекта, среднее время задержки сигнала которых составляет около 100 нс, обеспечивает высокую производительность разработанных на его основе вычислителей и контроллеров.

Обычно при появлении на рынке сбыта новых изделий остро встает вопрос о соответствующем их программном и техническом обеспечении. И в этом направлении комплект К1804 представляется достаточно перспективным. Уже появился в продаже микротренажер МТ1804, позволяющий знакомиться на практике с возможностями этого комплекта.

Некоторые принципы и приемы проектирования устройств на базе комплекта К1804 можно позаимствовать в [62, 63].

Глава 5

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ ИССЛЕДОВАНИЯ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ

5.1. ДИСКРЕТНЫЕ ПРОЦЕССЫ И ИХ ОПИСАНИЕ

Решетчатые функции. Введем понятие решетчатой функции времени $f[nT]$, или в сокращенной записи $f[n]$, значения которой определены в дискретные моменты времени $t = nT$, где n — целое число, а T — период повторения. Операция замены непрерывной функции решетчатой представлена в следующем виде (рис. 5.1):

$$f[n] = f(t)|_{t=nT}.$$

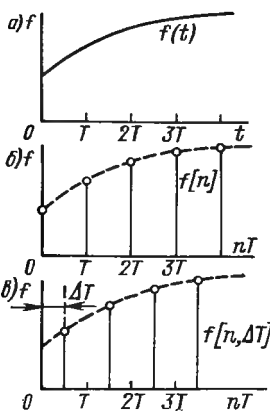


Рис. 5.1. Функции времени: а — непрерывная; б — дискретная; в — смещенная решетчатая

Непрерывная функция времени (рис. 5.1, а) служит для образования дискретной (решетчатой) (рис. 5.1, б). Изображенные на рис. 5.1, б ординаты исходной функции времени представляют собой дискреты, определенные для моментов времени $t = nT$.

Дискреты могут определяться также и для смещенных моментов времени $t = nT + \Delta T = (n + \varepsilon) T$. Смещение $\Delta T = \text{const}$ может быть положительной или отрицательной величиной при выполнении условия $|\Delta T| < T$, или $|\varepsilon| = |\Delta T/T| < 1$.

Образование смещенной решетчатой функции $f[n, \varepsilon]$ из непрерывной функции $f(t)$ для случая $\Delta T > 0$ показано на рис. 5.1, в. В последующем изложении будем считать, что аргумент решетчатой функции $n \geq 0$, а параметр $\varepsilon > 0$.

Решетчатая функция не обязательно должна формироваться из некоторой исходной непрерывной функции. Любая числовая последовательность некоторой величины, определенной в дискретные равноотстоящие моменты времени, может трактоваться как решетчатая функция.

Обратная задача — формирование непрерывной функции из решетчатой — не может быть решена однозначно, так как функции, заданной в дискретные моменты времени, может соответствовать бесконечное множество непрерывных функций. Непрерывные функции, совпадающие с заданными дискретами, называются огибающими решетчатой функции.

Прямая и обратная разности. Аналогом первой производной непрерывной функции для решетчатой функции является либо первая прямая разность

$$\Delta f[n] = f[n+1] - f[n], \quad (5.1)$$

либо первая обратная разность

$$\nabla f[n] = f[n] - f[n-1]. \quad (5.2)$$

Разности могут быть определены и для смещенных решетчатых функций $f[n, \varepsilon]$. Однако формулы для $\varepsilon \neq 0$ и $\varepsilon = 0$ здесь и далее оказываются идентичными, вследствие чего в дальнейшем изложении принято $\varepsilon = 0$.

Прямая разность определяется в момент времени $t = nT$ по будущему значению решетчатой функции при $t = (n+1)T$. Это можно сделать в тех случаях, когда будущее значение известно, либо, если это будущее значение нужно вычислить. Обратная раз-

иость определяются для момента времени $t = nT$ по прошлому значению решетчатой функции в момент времени $(n - 1) T$.

Аналогом второй производной непрерывной функции для решетчатой функции служат вторые разности:

прямая

$$\Delta^2 f [n] = \Delta f [n + 1] - \Delta f [n] = f [n + 2] - 2f [n + 1] + f [n] \quad (5.3)$$

и обратная

$$\nabla^2 f [n] = \nabla f [n] - \nabla f [n - 1] = f [n] - 2f [n - 1] + f [n - 2]. \quad (5.4)$$

Приведенные выше замечания относительно возможности вычисления прямой и обратной разностей сохраняют свою силу и здесь.

Аналогично формулам (5.1)—(5.4) могут вычисляться и высшие прямая и обратная разности. При этом получаются формулы, у которых коэффициенты при членах совпадают с коэффициентами бинома Ньютона (см., например, формулы (5.3) и (5.4)).

Обратные разности обладают важной особенностью. Если решетчатая функция определена только для положительных значений аргумента, т. е. $f [n] \equiv 0$ при $n < 0$, то в точке $n = 0$ k -я разность

$$\nabla^k f [0] = f [0] \quad (5.5)$$

для любого целого положительного k .

Аналогами интеграла непрерывной функции в пределах от 0 до t для решетчатой функции являются:

неполная сумма

$$\sigma [n] = \sum_{m=0}^{n-1} f [m] = \sum_{v=1}^n f [n - v] \quad (5.6)$$

и полная сумма

$$\sigma_0 [n] = \sigma [n] + f [n] = \sigma [n + 1] = \sum_{m=0}^n f [m]. \quad (5.7)$$

Отличие (5.7) от (5.6) заключается в том, что значение $f [n]$ в момент времени $t = nT$ также участвует в формировании результата.

Разностные уравнения. В качестве аналогов дифференциальных уравнений можно рассматривать разностные уравнения (уравнения в конечных разностях). При использовании обратных разностей линейные неоднородные разностные уравнения имеют вид

$$b_0 \nabla^m y [n] + b_1 \nabla^{m-1} y [n] + \dots + b_m y [n] = f [n], \quad (5.8)$$

где $f [n]$ — заданная, а $y [n]$ — искомая решетчатые функции.

При $f[n] \equiv 0$ уравнение (5.8) становится однородным.

Если по формулам (5.2), (5.4) и аналогичным, записанным для высших разностей, перейти к дискретам, то будет получено разностное уравнение в другом виде

$$a_0 y[n] + a_1 y[n-1] + \dots + a_m y[n-m] = f[n]. \quad (5.9)$$

Разностное уравнение (5.9) можно рассматривать как рекуррентное соотношение, позволяющее вычислять значения $y[n]$ для $n = 0, 1, 2, \dots$ по известному значению функции в правой части уравнения (5.9) и начальным условиями $y[n-1], \dots, y[n-m]$. Такие вычисления легко выполняются на счетных машинах, а также не представляют никаких принципиальных трудностей (кроме, конечно, затрат времени) и при ручном счете, даже в тех случаях, когда коэффициенты в левой части уравнения (5.9) меняются по времени. Это отличает разностные уравнения от их непрерывных аналогов — дифференциальных уравнений.

Аналогично формуле (5.8) можно записать разностное уравнение и с прямыми разностями. Тогда вместо формулы (5.9) будет получено уравнение, в которое кроме текущего значения $y[n]$ войдут будущие значения $y[n+1], \dots, y[n+m]$. Это дает возможность вычислить значение $y[n+m]$ по предыдущим значениям искомой функции $y[n], \dots, y[n+m-1]$.

Общее решение однородного разностного уравнения при некратных корнях характеристического уравнения может быть записано следующим образом:

$$y[n] = C_1 z_1^n + C_2 z_2^n + \dots + C_m z_m^n, \quad (5.10)$$

где z_i ($i = 1, 2, \dots, m$) — корни характеристического уравнения

$$a_0 z^m + a_1 z^{m-1} + \dots + a_m = 0, \quad (5.11)$$

а C_i — произвольные постоянные.

Из формулы (5.10), в частности, вытекает условие того, чтобы свободное движение динамической системы, описываемой разностным уравнением (5.9), было бы затухающим (условие устойчивости)

$$|z_i| < 1 \quad (i = 1, 2, \dots, m). \quad (5.12)$$

5.2. ДИСКРЕТНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ

Дискретное преобразование Лапласа. Для решетчатых функций, несмещенной и смещенной, вводится понятие дискретного преобразования Лапласа в соответствии с выражениями:

$$F^*(p) = \sum_{n=0}^{\infty} f[n] e^{-pnT}; \quad F^*(p, \varepsilon) = \sum_{n=0}^{\infty} f[n, \varepsilon] e^{-pnT}. \quad (5.13)$$

В приведенных формулах, как и в случае непрерывного преобразования Лапласа, используется комплексная величина $p = c + j\omega$, где c — абсцисса абсолютной сходимости, а ω — угловая частота. Если $c < \infty$, то ряды, определяемые формулами (5.13), сходятся и решетчатой функции соответствуют некоторые изображения. Как следует из формул (5.13), изображение будет функцией комплексной величины $p = c + j\omega$. В него может также входить параметр смещения ε .

Использование z -преобразования. Для исследования цифровых систем получило распространение использование z -преобразования, которое связано с дискретным преобразованием Лапласа и вытекает из него.

Под z -преобразованием понимается изображение несмещенной или смещенной решетчатых функций, определяемое формулами:

$$F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f[n]z^{-n}; \quad F(z, \varepsilon) = \sum_{n=0}^{\infty} f[n, \varepsilon]z^{-n}. \quad (5.14)$$

В этих формулах введено новое обозначение $z = e^{pT}$. Из них следует, что z -преобразование практически совпадает с дискретным преобразованием Лапласа и отличается только аргументом изображения.

Таким образом, решетчатая функция времени (оригинал) заменяется ее изображением (z -преобразованием). Формулы преобразования (5.14) могут быть записаны в символической форме:

$$F(z) = Z\{f[n]\}; \quad F(z, \varepsilon) = Z\{f[n, \varepsilon]\}. \quad (5.15)$$

Формулы преобразования (5.15) могут быть записаны и для непрерывной производящей функции в виде:

$$\left. \begin{aligned} F(z) &= Z\{f(t)\}, \quad t = nT; \\ F(z, \varepsilon) &= Z\{f[n, \varepsilon]\}, \quad t = (n + \varepsilon)T, \end{aligned} \right\} \quad (5.16)$$

где $n = 0, 1, 2, \dots$.

Ряды (5.14) сходятся и изображение решетчатой функции существует, если выполняется условие, сформулированное выше для дискретного преобразования Лапласа: $c < \infty$, где c — абсцисса абсолютной сходимости.

В табл. 5.1 приведены изображения некоторых решетчатых функций, а также производящие функции времени и их изображения Лапласа. В таблице введена единичная импульсная решетчатая функция

$$\delta_0[n] = \begin{cases} 1 & \text{при } n = 0; \\ 0 & \text{при } n \neq 0. \end{cases}$$

Эта функция играет в дискретных системах такую же важную роль, как δ -функция (функция Дирака) в непрерывных системах. Для всех непрерывных и решетчатых функций в табл. 5.1 предполагается, что они тождественно равны нулю при $t < 0$. В некото-

Производящая непрерывная функция		Несмещенная решетчатая функция
оригинал	преобразование Лапласа	
$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } t = 0; \\ 0 & \text{при } t \neq 0 \end{cases}$	—	$\delta_0 [n]$
$1(t) - 1(t - T)$	$\frac{1 - e^{-pT}}{p}$	$\nabla 1[n] = \Delta 1[n - 1]$
$1(t)$	$\frac{1}{p}$	$1[n]$
$t \cdot 1(t)$	$\frac{1}{p^2}$	nT
$\frac{t^2}{2!} \cdot 1(t)$	$\frac{1}{p^3}$	$\frac{(nT)^2}{2!}$
$\frac{t^3}{3!} \cdot 1(t)$	$\frac{1}{p^4}$	$\frac{(nT)^3}{3!}$
$\frac{t^k}{k!} \cdot 1(t)$	$\frac{1}{p^{k+1}}$	$\frac{(nT)^k}{k!}$
$e^{-\alpha t} \cdot 1(t)$	$\frac{1}{p + \alpha}$	$e^{-\alpha nT} = d^n$
$(1 - e^{-\alpha t}) \cdot 1(t)$	$\frac{\alpha}{p(p + \alpha)}$	$1 - e^{-\alpha nT}$
$te^{-\alpha t} \cdot 1(t)$	$\frac{1}{(p + \alpha)^2}$	$nTe^{-\alpha nT}$
$\frac{t^2}{2!} e^{-\alpha t} \cdot 1(t)$	$\frac{1}{(p + \alpha)^3}$	$\frac{(nT)^2}{2!} e^{-\alpha nT}$
$\frac{t^k}{k!} e^{-\alpha t} \cdot 1(t)$	$\frac{1}{(p + \alpha)^{k+1}}$	$\frac{(nT)^k}{k!} e^{-\alpha nT}$
$\sin \pi \frac{t}{T} \cdot 1(t)$	$\frac{\pi T^{-1}}{p^2 + \pi^2 T^{-2}}$	$\sin \pi n = 0$
$\cos \pi \frac{t}{T} \cdot 1(t)$	$\frac{p}{p^2 + \pi^2 T^{-2}}$	$\cos \pi n = (-1)^n$
$\sin \frac{\pi}{2} \frac{t}{T} \cdot 1(t)$	$\frac{0,5\pi T^{-1}}{p^2 + 0,25\pi^2 T^{-2}}$	$\sin \frac{\pi}{2} n$

z-преобразование	
простое	смещенное
1	0
1	1
$\frac{z}{z-1}$	$\frac{z}{z-1}$
$\frac{Tz}{(z-1)^2}$	$Tz \left[\frac{e}{z-1} + \frac{1}{(z-1)^2} \right]$
$\frac{T^2 z (z+1)}{2! (z-1)^3}$	$\frac{T^2 z}{2!} \left[\frac{e^2}{z-1} + \frac{2e}{(z-1)^2} + \frac{z+1}{(z-1)^3} \right]$
$\frac{T^3 z (z^2 + 4z + 1)}{3! (z-1)^4}$	$\frac{T^3 z}{3!} \left[\frac{e^3}{z-1} + \frac{3e^2}{(z-1)^2} + \frac{3e(z+1)}{(z-1)^3} + \frac{z^2 + 4z + 1}{(z-1)^4} \right]$
$\frac{T^k z R_k(z)}{k! (z-1)^{k+1}}$	$\frac{T^k z}{k!} \sum_{v=0}^k C_k^v \frac{R_v(z)}{(z-1)^{v+1}} e^{k-v}$
$\frac{z}{z-d}, d = e^{-\alpha T}$	$\frac{z d^e}{z-d}, d = e^{-\alpha T}$
$\frac{(1-d)z}{(z-1)(z-d)}$	$\frac{z}{z-1} - \frac{z d^e}{z-d}$
$\frac{zd}{(z-d)^2}$	$\frac{z d^e e}{z-d} + \frac{z d^{e+1}}{(z-d)^2}$
$\frac{z(z+d)d^2}{2! (z-d)^3}$	$\frac{z d^e e^2}{2! (z-d)} + \frac{z d^{e+1}}{(z-d)^2} + \frac{z(z+d)d^{e+2}}{2! (z-d)^3}$
$\frac{z R_k(z/d) d^k}{k! (z-d)^{k+1}}$	$\frac{z}{k!} \sum_{v=0}^k C_k^v \frac{R_v(z/d) d^{e+v} e^{k-v}}{(z-d)^{v+1}}$
0	$\frac{z \sin \pi e}{z+1}$
$\frac{z}{z+1}$	$\frac{z \cos \pi e}{z+1}$
$\frac{z}{z^2+1}$	$\frac{z^2 \sin \frac{\pi}{2} e + z \cos \frac{\pi}{2} e}{z^2+1}$

Производящая непрерывная функция		Несмещенная решетчатая функция
оригинал	преобразование Лапласа	
$\cos \frac{\pi}{2} \frac{t}{T} \cdot 1(t)$	$\frac{p}{p^2 + 0,25\pi^2 T^{-2}}$	$\cos \frac{\pi}{2} n$
$\sin \beta t \cdot 1(t)$	$\frac{\beta}{p^2 + \beta^2}$	$\sin \beta nT$
$\cos \beta t \cdot 1(t)$	$\frac{p}{p^2 + \beta^2}$	$\cos \beta nT$
$e^{-\alpha t} \sin \beta t \cdot 1(t)$	$\frac{\beta}{(p + \alpha)^2 + \beta^2}$	$e^{-\alpha nT} \sin \beta nT$
$e^{-\alpha t} \cos \beta t \cdot 1(t)$	$\frac{p + \alpha}{(p + \alpha)^2 + \beta^2}$	$e^{-\alpha nT} \cos \beta nT$

рых изображениях табл. 5.1 использованы полиномы $R_k(z)$, которые могут быть представлены в виде определителя:

$$R_k = k! \begin{vmatrix} 1 & 1-z & 0 & \dots & 0 \\ \frac{1}{2!} & 1 & 1-z & \dots & 0 \\ \frac{1}{3!} & \frac{1}{2!} & 1 & 1-z & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \frac{1}{k!} & \frac{1}{(k-1)!} & \dots & \dots & \dots & 0 \end{vmatrix} \quad (5.17)$$

Некоторые частные значения определителя (5.17):

$$\left. \begin{aligned} R_0 &= 1; & R_1 &= 1; & R_2 &= z + 1; & R_3 &= z^2 + 4z + 1; \\ R_4 &= z^3 + 11z^2 + 11z + 1. \end{aligned} \right\} \quad (5.18)$$

Основные правила и теоремы. Рассмотрим применительно к z -преобразованию основные правила и теоремы. Эти же правила и теоремы будут справедливыми для дискретного преобразования Лапласа. Рассмотрение проведем для несмещенных решетчатых функций, но полученные результаты можно распространить и на случай смещенных функций, кроме случаев, оговоренных особо.

1. *Свойство линейности.* Это свойство заключается в том, что изображение линейной комбинации решетчатых функций равно той же линейной комбинации их изображений

$$Z \left\{ \sum_{v=1}^N c_v f_v[n] \right\} = \sum_{v=1}^N c_v F_v(z). \quad (5.19)$$

z-преобразование	
простое	смещенное
$\frac{z^2}{z^2 + 1}$	$\frac{z^2 \cos \frac{\pi}{2} \epsilon - z \sin \frac{\pi}{2} \epsilon}{z^2 + 1}$
$\frac{z \sin \beta T}{z^2 - 2z \cos \beta T + 1}$	$\frac{z^2 \sin \epsilon \beta T + z \sin (1 - \epsilon) \beta T}{z^2 - 2z \cos \beta T + 1}$
$\frac{z^2 - z \cos \beta T}{z^2 - 2z \cos \beta T + 1}$	$\frac{z^2 \cos \epsilon \beta T - z \cos (1 - \epsilon) \beta T}{z^2 - 2z \cos \beta T + 1}$
$\frac{zd \sin \beta T}{z^3 - 2zd \cos \beta T + d^2}$	$zd^\epsilon \frac{z \sin \epsilon \beta T - d \sin (1 - \epsilon) \beta T}{z^2 - 2zd \cos \beta T + d^2}$
$\frac{z^2 - zd \cos \beta T}{z^3 - 2zd \cos \beta T + d^2}$	$zd^\epsilon \frac{z \cos \epsilon \beta T - d \cos (1 - \epsilon) \beta T}{z^2 - 2zd \cos \beta T + d^2}$

2. Теорема запаздывания и упреждения. Рассмотрим решетчатую функцию $f[n - m]$, сдвинутую вправо (запаздывающую на целое число тактов m). Тогда из (5.14) следует, если обозначить $n - m = r$, то

$$Z\{f[n - m]\} = \sum_{r=-m}^{\infty} f[r] z^{-(m+r)} = z^{-m} \left[\sum_{r=0}^{\infty} f[r] z^{-r} + \sum_{r=-m}^{-1} f[r] z^{-r} \right] = z^{-m} \left[F(z) + \sum_{r=1}^m f[r] z^r \right], \quad (5.20)$$

где $F(z)$ — изображение функции $f[n]$.

Если исходная решетчатая функция $f[n]$ равна нулю при отрицательных значениях аргумента, то формула (5.20) упрощается

$$Z\{f[n - m]\} = z^{-m} F(z). \quad (5.21)$$

Если сдвиг функции $f[n]$ происходит влево (упреждение) и рассматривается функция $f[n + m]$, где m — целое положительное число, то аналогично случаю запаздывания можно показать, что

$$Z\{f[n + m]\} = z^m \left[F(z) - \sum_{k=0}^{m-1} f[k] z^{-k} \right]. \quad (5.22)$$

Второе слагаемое в правой части (5.22) обращается в нуль, если $f[n] \equiv 0$ при $n = 0, 1, \dots, m - 1$. При запаздывании на не целое число периодов $m + \xi$ приходится вводить смещенную решетчатую функцию. Пусть рассматривается функция $f[n + \epsilon - m - \xi]$, где m — целая, а ξ — дробная часть запаздывания. Если

смещение ε удовлетворяет условию $0 \leq \xi$ и $f[n + \varepsilon - m - \xi] \equiv 0$ при $n + \varepsilon < m + \xi$, то можно показать, что

$$Z_{\varepsilon}\{f[n + \varepsilon - m - \xi]\} = z^{-(1+m)} F(z, 1 + \varepsilon - \xi). \quad (5.23)$$

Если $\xi \leq \varepsilon < 1$, то

$$Z_{\varepsilon}\{f[n + \varepsilon - m - \xi]\} = z^{-m} F(z, \varepsilon - \xi). \quad (5.24)$$

При использовании табл. 5.1 для нахождения изображений следует в этом случае вместо ε подставить $(1 + \varepsilon - \xi)$ или $(\varepsilon - \xi)$ в соответствии с формулами (5.23) и (5.24).

3. *Изображение разностей.* Для первой обратной разности на основании (5.22)

$$Z\{\nabla f[n]\} = Z\{f[n] - f[n-1]\} = \frac{z-1}{z} F(z) + z^{-1}f[-1]. \quad (5.25)$$

Если для отрицательных аргументов решетчатая функция тождественно равна нулю, то формула (5.25) упрощается

$$Z\{\nabla f[n]\} = \frac{z-1}{z} F(z). \quad (5.26)$$

Аналогично формуле (5.26) для k -й обратной разности в этом случае можно записать

$$Z\{\nabla^k f[n]\} = \left(\frac{z-1}{z}\right)^k F(z). \quad (5.27)$$

Для прямых разностей может быть записана похожая формула, которая при равенстве нулю решетчатой функции в первых k точках оси времени также имеет простой вид

$$Z\{\Delta^k f[n]\} = (z-1)^k F(z). \quad (5.28)$$

Полученные формулы изображений разностей формально напоминают формулы для нахождения изображений непрерывных функций времени. При $T \rightarrow 0$ (непрерывный случай) множитель в правой части формул (5.27) и (5.28) стремится к пределу

$$\lim_{T \rightarrow 0} \left(\frac{z-1}{z}\right)^k = \lim_{T \rightarrow 0} (z-1)^k = (pT)^k.$$

Здесь сделана замена: $z = \exp(pT)$.

4. *Изображения сумм.* Рассмотрим вначале неполную сумму (5.6). Составим первую прямую разность этой суммы

$$\Delta \sigma[n] = \sigma[n+1] - \sigma[n] = f[n] \quad (5.29)$$

и возьмем z -преобразование от правой и левой частей $Z\{\Delta \sigma[n]\} = Z\{f[n]\}$. На основании формулы (5.28) имеем

$$Z\{\sigma[n]\} = F(z)/(z-1). \quad (5.30)$$

Распространяя формулу (5.30) на случай k -го кратного суммирования, можно получить зависимость

$$Z\{\sigma^k[n]\} = F(z)/(z-1)^k. \quad (5.31)$$

Для полной суммы (5.7) аналогичным образом можно найти

$$Z\{\sigma_0^k[n]\} = \left(\frac{z}{z-1}\right)^k F(z). \quad (5.32)$$

Из приведенных уравнений вытекает справедливость равенства

$$\Delta\sigma[n] = \nabla\sigma_0[n] = f[n].$$

Таким образом, взятие прямой разности и взятие неполной суммы (или обратной разности и полной суммы) решетчатой функции являются обратными операциями. В качестве оператора, аналогичного оператору $p = c + j\omega$ в непрерывных системах, в первом случае используется оператор $(z - 1)$, а во втором — оператор $(z - 1)/z$. В случае перехода к пределу при $T \rightarrow 0$ обе пары операций над решетчатыми функциями сливаются и превращаются в операции дифференцирования и интегрирования непрерывных функций.

5. *Изображения решетчатых функций с измененным периодом следования.* Пусть рассматривается решетчатая функция с периодом следования дискрет λT , где $\lambda \neq 1$. Тогда на основании (5.14) можно записать

$$Z\{f[\lambda nT]\} = \sum_{n=0}^{\infty} f[\lambda nT] z^{-\lambda n} = F(z^\lambda, \lambda T). \quad (5.33)$$

Из (5.33) следует, что при изменении периода следования в λ раз необходимо в изображении решетчатой функции $f[n]$ заменить z на z^λ и T на λT .

6. *Сумма ординат решетчатой функции.* Если абсцисса абсолютной сходимости решетчатой функции отрицательна ($c < 0$), то, положив в (5.14) $p = 0$, имеем

$$F(1) = \lim_{z \rightarrow 1} F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f[n]. \quad (5.34)$$

7. *Начальное и конечное значения решетчатой функции.* Применим формулу (5.34) к первой обратной разности (5.26)

$$\lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \Delta f[n] = \lim_{z \rightarrow \infty} f[n].$$

Отсюда следует, что конечное значение решетчатой функции определяется по формуле

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f[n] = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} F(z). \quad (5.35)$$

Аналогичным образом для начального значения решетчатой функции можно получить

$$f[0] = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{z-1}{z} F(z). \quad (5.36)$$

8. *Свертка решетчатых функций.* Если

$$Z\{f_1[n]\} = F_1(z); \quad Z\{f_2[n]\} = F_2(z),$$

то можно показать, что

$$F_1(z) F_2(z) = Z \left\{ \sum_{v=0}^n f_1[n-v] f_2[v] \right\} = Z \left\{ \sum_{v=0}^n f_1[v] f_2[n-v] \right\}. \quad (5.37)$$

Формула (5.37) аналогична соответствующему выражению для свертки двух непрерывных функций времени.

9. *Формула обращения.* Задача нахождения решетчатой функции (оригинала) по ее изображению аналогична такой же задаче для непрерывных функций времени. Эту операцию можно записать в символическом виде как обратное z -преобразование:

$$f[n] = Z^{-1}\{F(z)\}; \quad f[n, \varepsilon] = Z^{-1}\{F(z, \varepsilon)\}. \quad (5.38)$$

Решение этой задачи приводит к формуле обращения [14, 111]

$$f[n] = \frac{T}{j2\pi} \int_{c-j\pi/T}^{c+j\pi/T} F(e^{pT}) e^{pnT} dp. \quad (5.39)$$

Так как $z = \exp(pT)$ и $dz = Tz dp$, то формула (5.39) может быть представлена в другом виде

$$f[n] = \frac{T}{j2\pi} \oint F(z) z^{n-1} dz = \sum_{v=1}^l \text{Res}_v F(z) z^{n-1}. \quad (5.40)$$

Интегрирование ведется по окружности с центром в начале координат и радиусом $R > |z_v|_{\max}$, где $v = 1, 2, \dots, l$; z_v — полюсы функции $F(z)$. В случае простых полюсов значение интегрального вычета в точке $z = z_v$ может быть определено из выражения

$$\text{Res}_v F(z) z^{n-1} = \lim_{z \rightarrow z_v} (z - z_v) F(z) z^{n-1}.$$

Аналогичные формулы обращения имеют место и для смещенной решетчатой функции.

10. *Формулы разложения.* Полученное выражение (5.40) несколько сложно для практического использования. Поэтому обычно используются формулы разложения. Если изображение представляет собой простейшую табличную форму, то переход к оригиналу может быть сделан по табл. 5.1. Сложная дробно-рациональная форма может быть представлена в виде суммы простых дробей.

Пусть изображение представляет собой отношение многочленов

$$F(z) = \frac{A(z)}{B(z)} = \frac{zA_0(z)}{B(z)},$$

причем будем предполагать, что степень числителя не выше степени знаменателя, а корни знаменателя простые; тогда

$$F(z) = \sum_{v=1}^l \frac{A_0(z_v)}{\dot{B}(z_v)} \frac{z}{z-z_v}, \quad (5.41)$$

где $\dot{B}(z)$ — производная знаменателя по z , а z_v — корни знаменателя.

Элементарному слагаемому $z/(z-z_v)$ соответствует оригинал $\exp(-\alpha_v nT) = z_v^n$, где $\alpha_v = T^{-1} \ln z_v^{-1}$ (табл. 5.1). В табл. 5.1 единственный корень дроби первой степени обозначен $z_1 = d$. Поэтому оригинал изображения (5.41) можно записать следующим образом:

$$f[n] = \sum_{v=1}^l \frac{A_0(z_v)}{\dot{B}(z_v)} z_v^n. \quad (5.42)$$

Пусть теперь числитель изображения не имеет нулевого корня, но степень числителя меньше степени знаменателя. Тогда, как следует из формулы (5.36), начальное значение $f[0] = 0$. Числитель и знаменатель изображения можно умножить на z . Тогда, если корни знаменателя простые, имеем

$$F(z) = \frac{A(z)}{B(z)} = \frac{1}{z} \sum_{v=1}^l \frac{A(z_v)}{\dot{B}(z_v)} \frac{z}{z-z_v}. \quad (5.43)$$

Множитель $1/z$ перед суммой в формуле (5.43) означает запаздывание на один такт. Следовательно, чтобы получить оригинал, необходимо в правой части (5.42) сделать сдвиг на один такт вправо, для чего нужно заменить n на $(n-1)$. В результате имеем

$$f[n] = \sum_{v=1}^l \frac{A(z_v)}{\dot{B}(z_v)} z_v^{n-1}. \quad (5.44)$$

Другие, более сложные случаи рассмотрены в работе [14].

11. *Разложение в ряд Лорана.* Из основного равенства (5.14) для нахождения z -преобразования следует

$$F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f[n] z^{-n} = f[0] + f[1] z^{-1} + f[2] z^{-2} + \dots$$

Разложив любым способом изображение в ряд Лорана (по убывающим степеням)

$$F(z) = C_0 + C_1 z^{-1} + C_2 z^{-2} + \dots$$

и сравнивая два ряда между собой, можно установить, что $C_0 = f[0]$, $C_1 = f[1]$, $C_2 = f[2]$ и т. д.

Разложение в ряд можно делать любым способом, так как такое разложение единственно. Наиболее удобным приемом для дробно-рациональных функций является деление числителя на знаменатель.

Применяя разложение в ряд Лорана, можно вычислить значение оригинала $f[n]$ или $f[n, \varepsilon]$ в дискретных точках без нахождения полюсов изображения.

12. *Площадь огибающей смещенной решетчатой функции.* Эта площадь равна интегралу от производящей функции

$$S_1 = \int_0^{\infty} f(t) dt = T \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 f[n, \varepsilon] d\varepsilon = T \int_0^1 \sum_{n=0}^{\infty} f[n, \varepsilon] d\varepsilon.$$

На основании формулы (5.34) имеем

$$S_1 = T \int_0^1 I_1(\varepsilon) d\varepsilon = T \int_0^1 F(1, \varepsilon) d\varepsilon. \quad (5.45)$$

13. *Сумма квадратов дискрет решетчатой функции.* Рассмотрим сумму квадратов и применим к ней формулу обращения (5.39)

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} f^2[n] &= \sum_{n=0}^{\infty} f[n] \frac{T}{j2\pi} \int_{c-j\pi/T}^{c+j\pi/T} F(e^{pT}) e^{pnT} dp = \\ &= \frac{T}{j2\pi} \int_{c-j\pi/T}^{c+j\pi/T} F(e^{pT}) dp \sum_{n=0}^{\infty} f[n] e^{pnT} = \\ &= \frac{T}{j2\pi} \int_{c-j\pi/T}^{c+j\pi/T} F(e^{pT}) F(e^{-pT}) dp. \end{aligned} \quad (5.46)$$

Если абсцисса абсолютной сходимости отрицательна, то можно положить $c = 0$ и $p = j\omega$. Тогда формула (5.46) приобретает вид

$$\sum_{n=0}^{\infty} f^2[n] = \frac{T}{2\pi} \int_{-\pi/T}^{\pi/T} |F(e^{j\omega T})|^2 d\omega, \quad (5.47)$$

где $F(e^{j\omega T})$ — частотное изображение (изображение Фурье) решетчатой функции, получаемое из z -преобразования подстановкой $z = \exp(j\omega T)$.

Выражение (5.47) представляет собой дискретный аналог формулы Релея [18] (теоремы Парсеваля), записанной для функции времени, отличной от нуля при $t \geq 0$.

Посредством подстановки, которая более подробно будет рассмотрена ниже,

$$(e^{j\omega T} - 1)/(e^{j\omega T} + 1) = j \operatorname{tg} \frac{\omega T}{2} = j\lambda \frac{T}{2}$$

или

$$z = e^{j\omega T} = (1 + j\lambda T/2)/(1 - j\lambda T/2),$$

формула (5.47) приводится к виду

$$\sum_{n=0}^{\infty} f^2[n] = \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|F^*(j\lambda)|^2 d\lambda}{|1 + j\lambda T/2|^2}, \quad (5.48)$$

где λ — псевдочастота; $F^*(j\lambda)$ — частотное изображение оригинала $f[n]$ в функции псевдочастоты.

Выражение (5.48) представляет собой другой вариант формулы Релея (теоремы Парсеваля).

Интегрирование выражения (5.48) в бесконечных пределах может быть сделано с использованием известных таблиц интегралов (см. Приложение).

Решение разностных уравнений. Пусть имеется разностное уравнение вида (5.9)

$$a_0 y[n] + a_1 y[n-1] + \dots + a_m y[n-m] = f[n]$$

с начальными условиями $y[-v] = y_v$ ($v = 1, 2, \dots, m$).

Изображение решетчатой функции $y[n-m]$ в соответствии с (5.20)

$$Z\{y[n-m]\} = z^{-m} \left[Y(z) + \sum_{r=1}^m y[-r] z^r \right],$$

где $Y(z)$ — изображение искомой функции $y[n]$.

Аналогичные выражения могут быть записаны и для запаздывания на $(m-1)$, $(m-2)$, ..., 1 тактов. При переходе в рассматриваемом разностном уравнении к изображениям получается выражение вида

$$(a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_m z^{-m}) Y(z) = F(z) + Y_0(z), \quad (5.49)$$

где $Y_0(z)$ — полином, определяемый начальными условиями.

Решая уравнение (5.49) относительно изображения искомой величины, можно получить

$$Y(z) = \frac{F(z)}{A(z)} + \frac{Y_0(z)}{A(z)}, \quad (5.50)$$

где $A(z)$ — полином, входящий в левую часть уравнения (5.49) (переход к оригиналу может быть сделан рассмотренными выше методами).

Особый интерес представляет случай, когда до момента времени $n = 0$ искомая решетчатая функция тождественно равна нулю. Это эквивалентно случаю нулевых начальных условий слева (при $t = -0$) при решении дифференциальных уравнений для непрерывных функций. Тогда в правой части (5.50) пропадает

член, определяемый начальными условиями, и оно приобретает вид

$$Y(z) = F(z)/A(z).$$

Рассмотрим более общий вид разностного уравнения

$$\begin{aligned} a_0 y[n] + a_1 y[n-1] + \dots + a_m y[n-m] = \\ = b_0 f[n] + b_1 f[n-1] + \dots + b_l f[n-l]. \end{aligned} \quad (5.51)$$

При нулевых начальных условиях переход к изображениям в (5.51) дает

$$(a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_m z^{-m}) Y(z) = (b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_l z^{-l}) F(z).$$

Изображения искомой решетчатой функции можно представить в виде

$$Y(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_l z^{-l}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_m z^{-m}} F(z) = W(z) F(z). \quad (5.52)$$

В формуле (5.52) введены дискретная передаточная функция $W(z)$, равная отношению двух изображений (выходной и входной величин). Дискретная передаточная функция играет такую же роль в цифровых системах, как и обычная передаточная функция в непрерывных системах.

Введенная передаточная функция $W(z)$ дает связь между выходной и входной величинами некоторого устройства (или системы), которое в дальнейшем будем называть импульсным фильтром. Оригинал, связанный с передаточной функцией обратным z -преобразованием, $w[n] = Z^{-1}\{W(z)\}$ носит название приведенной весовой функции импульсного фильтра. Он имеет такое же значение, как и весовая функция обычного фильтра в непрерывных системах. Получение передаточной и весовой функций импульсного фильтра будет рассмотрено ниже в гл. 6.

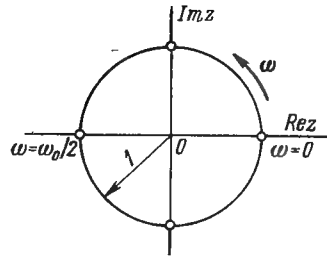
5.3. ЧАСТОТНЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Синусоидальные решетчатые функции. Рассмотрим решетчатую последовательность вида

$$x[n] = a \sin(n\omega T + \varphi); \quad n = 0, 1, \dots, \quad (5.53)$$

где a — амплитуда; φ — начальная фаза.

Период синусоидальной последовательности $T_1 = 2\pi/\omega$. В отличие от непрерывной гармонической функции синусоидальная последовательность (5.53) представляет собой в общем случае непериодическую функцию n . Она будет периодической функцией n тогда и только тогда, когда период дискретности T и период гармонической функции T_1 — соизмеримые числа. Кроме того, амплитуда a не обязательно является тем максимальным значением, которого могут достигать те или иные члены последовательности. Амплитуда всегда является лишь верхней границей, но не обязательно максимумом этих членов.



Отметим также, что последовательность (5.53) не изменится, если заменить частоту $f = \omega/2\pi$ частотой $f + kf_0$, где $f_0 = 1/T$ — частота дискретизации, а k — целое число. Невозможно различить две частоты, разность между которыми равна целому кратному частоты повторения f_0 . Так, синусоидальная последовательность с частотой $f = f_0$ состоит из одного постоянного члена, повторяющегося неограниченное число раз, и, следовательно, она неотличима от последовательности с нулевой частотой $f = 0$.

Из предыдущего следует, что, меняя частоту синусоидальной последовательности f на входе в пределах от 0 до f_0 , можно охватить весь диапазон возможных частот.

Можно также показать, что достаточно провести исследования в диапазоне частот $0 \leq f \leq f_0/2$, так как для интервала частот $f_0/2 \leq f \leq f_0$ может быть использована дополнительная частота f' , выбранная так, чтобы выполнялось условие $f + f' = f_0$. При этом начальная фаза φ должна быть заменена начальной фазой $\pi - \varphi$. Это положение аналогично тому, что при исследовании непрерывных систем в интервале частот $-\infty < f < \infty$ достаточно охватить только положительные частоты, т. е. интервал $0 \leq f < \infty$.

Синусоидальная последовательность (5.53) может быть заменена символической записью последовательности комплексных чисел

$$x_c[n] = ae^{j(n\omega T + \varphi)} = \dot{a}e^{j\omega nT}, \quad (5.54)$$

где $\dot{a} = \exp(j\varphi)$ — комплексное число.

Как и в непрерывном случае, символичность записи заключается в том, что на самом деле $x[n]$ равно мнимой составляющей правой части уравнения (5.54).

Введем обозначение $\exp(j\omega T) = z$. Тогда последовательность (5.54) приобретает вид

$$x_c[n] = \dot{a}z^n. \quad (5.55)$$

В формуле (5.55) z — произвольное комплексное число с модулем, равным единице. Следовательно, каждой частоте соответствует определенная точка на окружности единичного радиуса, расположенной на комплексной плоскости (рис. 5.2). Двум эквивалентным частотам, т. е. частотам, различающимся на целое кратное частоты повторения, соответствует одна и та же точка на этой окружности. Частоте $\omega = 0$ соответствует точка на вещественной оси $z = 1$, частоте $\omega = \omega_0/2$ — диаметрально противоположная точка $z = -1$. Частоте $\omega = \omega_0/4$ соответствует точка $z = j$ и т. д. Когда частота ω изменяется от 0 до ω_0 , представля-

яющая ее точка совершает один полный оборот против часовой стрелки. Двум симметричным относительно оси вещественным точкам, т. е. двум комплексным сопряженным числам с модулями, равными единице, соответствуют две взаимно дополняющие частоты ω и ω' . Следовательно, совокупность точек, расположенных на одной верхней (или нижней) полуокружности единичного радиуса, достаточна для отображения всего многообразия частот.

Реакция импульсного фильтра на синусоидальную последовательность. Поскольку синусоидальная последовательность на входе ограничена, то и реакция устойчивого фильтра в установленном режиме должна представлять собой ограниченную последовательность $y[n] = b \sin(n\omega T + \varphi + \psi)$. В соответствии с формулой свертки (5.37) выходная величина импульсного фильтра в символической записи будет

$$\begin{aligned} y_c[n] &= \sum_{v=0}^{\infty} x_c[v] \omega_{\Pi}[n-v] = \sum_{v=0}^{\infty} x_c[n-v] \omega_{\Pi}[v] = \\ &= \sum_{v=0}^{\infty} \omega_{\Pi}[v] \dot{a} z^{n-v} = \dot{a} z^n \sum_{v=0}^{\infty} \omega_{\Pi}[v] z^{-v}. \end{aligned} \quad (5.56)$$

Формула (5.56) может быть представлена в следующем символическом виде:

$$y_c[n] = \dot{b} z^n = \dot{a} z^n W(z) = W(z) x_c[n],$$

где $z = \exp(j\omega T)$; $\omega = 2\pi/T_1$; $\dot{b} = b \exp[j(\varphi + \psi)]$.

Здесь введена величина

$$W(e^{j\omega T}) = \sum_{v=0}^{\infty} \omega_{\Pi}[v] z^{-v}, \quad (5.57)$$

где

$$|W(e^{j\omega T})| = |\dot{b}/\dot{a}| = b/a; \quad \arg W(e^{j\omega T}) = \psi,$$

которая по своему физическому смыслу аналогична частотной передаточной функции непрерывной системы. Как видно из (5.57), она зависит только от частоты входного сигнала и является периодической функцией круговой частоты повторения $\omega_0 = 2\pi/T$.

Амплитуду и фазовый сдвиг последовательности выходного сигнала фильтра в установившемся режиме можно найти обычными приемами по комплексному выражению $W(z)$. Отношение амплитуд выходного и входного сигналов равно модулю, а разность их фаз — аргументу этого выражения.

В общем случае, когда $\varepsilon \neq 0$, формула (5.57) может быть представлена в виде

$$y_c[n, \varepsilon] = W(z, \varepsilon) x_c[n], \quad (5.58)$$

где $z = e^{j\omega T}$.

В формуле (5.58) $W(z, \varepsilon)$ — передаточная функция импульсного фильтра, записанная для общего случая, когда $\varepsilon \neq 0$. Таким

образом, частотная передаточная функция может быть найдена из дискретной передаточной функции подстановкой $z = \exp(j\omega T)$.

Частотные характеристики. На основе частотной передаточной функции $W(e^{j\omega T})$ могут строиться частотные характеристики (в функции круговой частоты ω): амплитудно-фазовые (АФХ), амплитудные частотные (АЧХ), фазовые частотные (ФЧХ), логарифмические амплитудные (ЛАХ) и логарифмические фазовые (ЛФХ). Однако построение оказывается неудобным вследствие трансцендентности выражений, содержащих частоту, и периодичности характеристик. Вследствие этого большое распространение получили частотные передаточные функции и частотные характеристики с использованием так называемой псевдочастоты, о которой было упоминание в п. 5.2. Переход к псевдочастоте делается на основе ω -преобразования.

Введем комплексную величину w , связанную с комплексной величиной z билинейным преобразованием:

$$z = (1 + w)/(1 - w); \quad w = (z - 1)/(z + 1). \quad (5.59)$$

Сделав подстановку $z = \exp(j\omega T)$, получим из формулы (5.59)

$$w = (e^{j\omega T} - 1)/(e^{j\omega T} + 1) = j \operatorname{tg} \frac{\omega T}{2} = j\lambda_0, \quad (5.60)$$

где $\lambda_0 = \operatorname{tg}(\omega T/2)$ представляет собой так называемую относительную псевдочастоту.

Удобнее рассматривать абсолютную псевдочастоту

$$\lambda = \frac{2\lambda_0}{T} = \frac{2}{T} \operatorname{tg} \frac{\omega T}{2}; \quad \omega = \frac{2}{T} \operatorname{arctg} \frac{\lambda T}{2}. \quad (5.61)$$

При малых частотах $\lambda \approx \omega$. Поэтому при выполнении условия $\omega T < 2$ можно в расчетах заманить псевдочастоту действительной круговой частотой, что может быть использовано, например, при расчетах реакции импульсного фильтра на медленно меняющиеся гармонические сигналы на его входе.

Нетрудно видеть, что при изменении частоты в пределах $-\pi/T \leq \omega \leq \pi/T$ псевдочастота пробегает все значения от $-\infty$ до ∞ , а комплексная величина w движется по оси мнимых от $-j\infty$ до $j\infty$. Внутренняя часть круга единичного радиуса (рис. 5.2) отображается при этом на левую полуплоскость (это оказывается удобным при исследовании вопросов устойчивости).

Таким образом, в результате подстановки (5.59) и последующей замены $w = j\lambda T/2$ может быть получена передаточная функция импульсного фильтра на основе псевдочастоты

$$W^*(j\lambda) = W\left(\frac{1+w}{1-w}\right) = W\left(\frac{1+j\lambda T/2}{1-j\lambda T/2}\right). \quad (5.62)$$

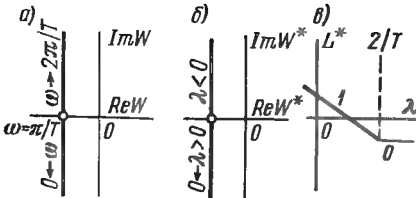


Рис. 5.3. Частотные характеристики к примеру 5.1: а — АФХ по ω ; б — АФХ по λ ; в — ЛАХ $L^*(\lambda) = 20 \lg |W^*|$

Функция (5.62) может быть использована для получения частотных характеристик: АФХ, АЧХ, ФЧХ, ЛАХ и ЛФХ.

Пример 5.1. Пусть дискретная передаточная функция импульсного фильтра имеет вид $W(z) = KT/(z - 1)$. Получим частотную передаточную функцию при использовании круговой частоты

$$\begin{aligned} W(e^{j\omega T}) &= \frac{KT}{e^{j\omega T} - 1} = \frac{KT}{\cos \omega T - 1 + j \sin \omega T} = \\ &= -\frac{KT}{2} - j \frac{KT}{2} \operatorname{ctg} \frac{\omega T}{2}. \end{aligned} \quad (*)$$

Модуль передаточной функции (*)

$$A(\omega) = |W(e^{j\omega T})| = \frac{KT}{2 \left| \sin \frac{\omega T}{2} \right|}$$

и аргумент (сдвиг фаз)

$$\psi(\omega) = \arg W(e^{j\omega T}) = -\frac{\pi}{2} - \frac{\omega T}{2}.$$

Получим теперь частотную передаточную функцию при использовании псевдо частоты (5.61)

$$W^*(j\lambda) = KT \left| \left(\frac{1 + j\lambda T/2}{1 - j\lambda T/2} - 1 \right) \right| = \frac{K(1 - j\lambda T/2)}{j\lambda}. \quad (**)$$

Модуль передаточной функции (**)

$$|W^*(j\lambda)| = K \sqrt{1 + \lambda^2 T^2/4} / \lambda$$

и аргумент

$$\psi(\lambda) = -\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{\lambda T}{2}.$$

Нетрудно видеть, что выражение (**) более удобно для практического использования, чем выражение (*). В частности, для передаточной функции (**) легко может быть построена асимптотическая ЛАХ, так как формула (**) по своему виду совпадает с обычной формой передаточных функций непрерывных систем.

На рис. 5.3 для рассмотренного примера построены АФХ по круговой частоте ω (рис. 5.3, а), АФХ по псевдо частоте λ (рис. 5.3, б) и асимптотическая ЛАХ $L^*(\lambda) = 20 \lg |W^*|$ в функции псевдо частоты (рис. 5.3, в).

МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ЛИНЕАРИЗОВАННЫХ ЦИФРОАНАЛОГОВЫХ СИСТЕМ

6.1. СТРУКТУРНЫЕ СХЕМЫ ЦИФРОАНАЛОГОВЫХ СИСТЕМ

Общие сведения. Развитие микропроцессорной техники позволило в настоящее время снабжать самые различные объекты управления — от самолетов и сложных технологических устройств до бытовых приборов — индивидуальными цифровыми устройствами. На них возлагаются задачи автоматического управления, адаптации обеспечения оптимальных режимов, контроля, обработки информации о функционировании объектов управления и т. п. Использование микропроцессорной техники обеспечивает при этом дешевизну цифровых управляющих устройств, их высокую надежность, получаемую вследствие широких возможностей по использованию резервирования, превосходные массогабаритные показатели, легкие перестройку и переналаживание. Последнее особенно важно при создании гибких автоматизированных производств.

Системы автоматического управления, содержащие цифровое управляющее устройство, в дальнейшем будем называть цифровыми автоматическими системами (ЦАС).

Общая структура ЦАС изображена на рис. 1.1. Она содержит аналого-цифровые преобразователи АЦП, управляемые коммутирующим устройством, выходные преобразователи ЦАП, воздействующие на исполнительные устройства ИУ, объект (объекты) управления ОУ и цифровое управляющее устройство ЦУУ. Задающие воздействия обозначены на схеме $g_1, \dots, g_m$, а управляемые величины $y_1, \dots, y_m$. Такая система может быть связанной многомерной, если осуществляется управление сложным многомерным объектом, и несвязанной многомерной, если осуществляется управление группой несвязанных одномерных объектов. В последнем случае ЦАС распадается на совокупность одномерных систем.

Квантование по времени и по уровню. Цифровые системы управления имеют квантование по времени, что относит их к классу импульсных систем, и квантование по уровню, что делает их нелинейными.

Математический аппарат исследования цифровых систем, учитывающий их импульсный характер, был изложен в гл. 5. Квантование по уровню осуществляется в АЦП. Типичная нелинейная характеристика АЦП изображена на рис. 6.1. По оси абсцисс отложена входная величина e , которая является непрерывной,

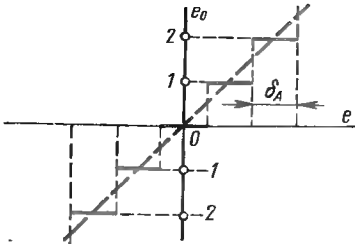


Рис. 6.1. Нелинейная характеристика АЦП

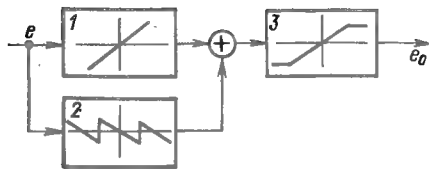


Рис. 6.2. Эквивалентное представление АЦП

а по оси ординат — цифровое представление этой величины (код) e_0 . Ширина ступеньки характеристики δ_A представляет собой цену единицы младшего разряда. Она определяется в единицах измерения преобразуемой непрерывной величины (вольты, градусы, метры и т. п.). При изменении входной величины АЦП на δ_A выходная величина скачком изменяется на единицу младшего разряда.

Нелинейность характеристики АЦП делает всю цифровую систему нелинейной, что осложняет теоретическое исследование. Для упрощения расчетов нелинейная характеристика линейризуется. Это показано на рис. 6.1 штриховой линией. Тогда АЦП может быть представлен в виде совокупности трех блоков (рис. 6.2). Первый блок соответствует линейризованной части нелинейной характеристики с коэффициентом передачи $k_A = 1/\delta_A$.

Звено 2 с пилообразной характеристикой учитывает нелинейную добавку, которую дает действительная исходная характеристика. Наклон каждого «зубца» характеристики равен также k_A . Звено 3 соответствует ограниченно-линейному звену с единичным коэффициентом передачи линейного участка и насыщением, которое будет иметь место во всех реальных АЦП.

Число отличных от нуля уровней одной ветви рассматриваемой характеристики АЦП определяется по формуле

$$\mu_A = 2^{\alpha_1} - 1 = e_{\max}/\delta_A, \quad (6.1)$$

где α_1 — число двоичных разрядов (без учета знакового разряда), а $e_{\max}$ — максимальное значение входной величины преобразователя.

Число разрядов АЦП обычно велико и составляет 8—24. Линейризация входного преобразователя означает по сути дела, что из трех звеньев, изображенных на рис. 6.2, рассматривается только звено 1. При этом максимальная ошибка, вызванная отбрасыванием звена 2, не будет превышать $\delta_A/2$. Для того чтобы как-то учесть влияние отброшенного звена 2, это звено заменяется источником шума квантования. Если исходить из предположения, что в каждом такте работы цифрового устройства ошибка округления лежит в пределах $\pm \delta_A/2$ и подчиняется равновероятному

закону равномерного распределения, то дисперсия шума округления в АЦП оказывается равной $D_A = \delta_A^2/12$.

Статическая характеристика выходного преобразователя ЦАП имеет аналогичный изображенному на рис. 6.1 вид. При этом по оси абсцисс откладывается цифровое значение выходной величины цифрового управляющего устройства x_0 (код), а по оси ординат — некоторая непрерывная величина x (обычно электрическое напряжение). Цена единицы младшего разряда $\delta_{Ц}$ представляет собой высоту одной ступеньки и определяется в единицах измерения выходной величины ЦАП.

В отличие от входных преобразователей число разрядов ЦАП может быть малым (в пределе составляя один разряд). На рис. 6.3 показаны примеры статических характеристик выходных преобразователей для числа разрядов 1, 2 и 3.

Число отличных от нуля уровней одной ветви статической характеристики

$$\mu_{Ц} = 2^{\alpha} - 1 = x_{\max}/\delta_{Ц}, \quad (6.2)$$

где α — число разрядов преобразователя.

Общий линейаризованный коэффициент передачи преобразователя равен $k_{Ц} = \delta_{Ц}/1 = \delta_{Ц}$. Выходной преобразователь может быть заменен эквивалентной схемой, аналогичной изображенной на рис. 6.3, с тремя блоками.

Однако в выходном преобразователе получается дополнительная генерация шума квантования только в том случае, когда цифровое управляющее устройство имеет дополнительные младшие разряды в его арифметическом устройстве. В этом случае полученный результат предварительно округляется, а затем поступает на выход. Эффект округления и вызывает появление шума квантования.

Максимальная ошибка округления составляет $\delta_{Ц}/2$. При равномерном законе распределения ошибок округления дисперсия шума квантования, отнесенного к выходу управляющего устройства, составит $D_{Ц} = \delta_{Ц}^2/12$. При отсутствии дополнительных разрядов никакого округления не происходит. Заметим, что в случае переполнения разрядной сетки цифрового устройства происходит выход на участок насыщения (блок 3 на рис. 6.2). При этом отбрасываются значения не младших, а старших разрядов.

Коэффициенты передачи цифрового устройства. Если в цифровом управляющем устройстве для установившегося режима получается прямая

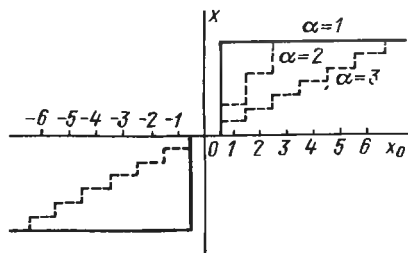


Рис. 6.3. Примеры статических характеристик ЦАП

пропорциональности чисел на входе и выходе, т. е. $x_0 = k_0 e_0$, то оно может рассматриваться как статическое звено с коэффициентом передачи k_0 (наиболее вероятное значение $k_0 = 1$; однако возможны случаи, когда $k_0 \neq 1$).

Общий линейризованный коэффициент передачи цифрового управляющего устройства совместно с АЦП и ЦАП определяется как

$$k_y = k_0 k_A k_{Ц} = k_0 \delta_{Ц} / \delta_A. \quad (6.3)$$

Цифровое управляющее устройство может сводиться не к статическому, а к интегрирующему звену. Тогда его линейризованный коэффициент передачи будет связывать между собой в установившемся режиме входную величину и среднюю скорость изменения выходной величины (по линейному закону), т. е.

$$\bar{\dot{x}}_0 = \left(\frac{dx_0}{dt} \right)_{\text{ср}} = \frac{k'_0}{T} e_0, \quad (6.4)$$

где k'_0 — безразмерный коэффициент.

В этом случае линейризованный коэффициент передачи цифрового управляющего устройства совместно с АЦП и ЦАП будет

$$k'_y = \frac{\bar{\dot{x}}_0}{e_0} = k'_0 k_A k_{Ц} / T = k'_0 \delta_{Ц} / (\delta_A T). \quad (6.5)$$

При двойном интегрировании вместо формул (6.4) и (6.5) будем иметь

$$\bar{\ddot{x}}_0 = \left(\frac{d^2 x_0}{dt^2} \right)_{\text{ср}} = \frac{k''_0}{T^2} e_0;$$

$$k''_y = \frac{\bar{\ddot{x}}_0}{e_0} = k''_0 k_A k_{Ц} / T^2 = k''_0 \delta_{Ц} / (\delta_A T^2),$$

где k''_0 — безразмерный коэффициент пропорциональности между средним ускорением выходной и входной величинами.

Структура цифровой системы автоматического управления. Структурная схема замкнутой системы изображена на рис. 6.4. Задающее воздействие обозначено $g(t)$, управляемая величина — $y(t)$, ошибка системы — $e(t) = g(t) - y(t)$. Схема содержит входной преобразователь АЦП, установленный в канале ошибки,

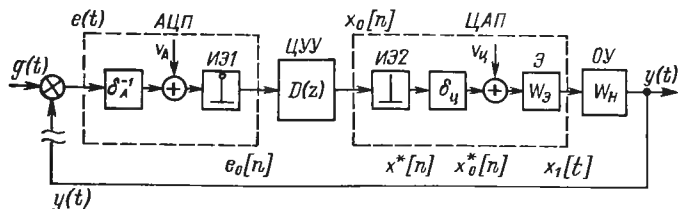


Рис. 6.4. Структурная схема одномерной системы управления

цифровое управляющее устройство ЦУУ, выходной преобразователь ЦАП и объект управления ОУ.

Входной преобразователь представлен в виде линеаризованной части с коэффициентом передачи $k_A = 1/\delta_A$, источником шума квантования u_A и идеального импульсного элемента первого рода ИЭ1, который непрерывную функцию времени превращает в решетчатую.

Цифровое управляющее устройство представлено в виде блока с передаточной функцией $D(z)$.

Выходной преобразователь ЦАП представлен в виде линеаризованной части с коэффициентом передачи $k_{\Sigma} = \delta_{\Sigma}$, источником шума квантования u_{Σ} (его может и не быть), идеального импульсного элемента второго рода ИЭ2, преобразующего дискретную последовательность $x_0[n]$ в последовательность δ -функций $x^*[n]$, т. е. последовательность бесконечных по высоте и бесконечно коротких импульсов, и экстраполятора Э, превращающего эти импульсы в постоянные в течение такта значения $x_1(t)$, которые затем воздействуют на объект управления.

Подобного типа экстраполятор носит название экстраполятора нулевого порядка. Могут использоваться экстраполяторы более сложного вида (первого, второго порядков), формирующие функцию $x_1(t)$ по более сложному закону [14].

Введение в структурную схему на рис. 6.4 идеального импульсного элемента второго рода сделано с целью формального изображения экстраполятора в виде динамического звена с передаточной функцией $W_{\Sigma}(p)$. Непрерывный управляемый объект представлен в виде звена с передаточной функцией $W_H(p)$, которая в общем случае может содержать элемент запаздывания [14].

Для описания схемы на рис. 6.4 необходимо определить передаточные функции непрерывной части совместно с экстраполятором, передаточной функции управляющего устройства, а также передаточных функций разомкнутой и замкнутой системы.

6.2. ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Передаточная функция непрерывной части. Рассмотрим так называемую приведенную весовую функцию $w_{\Pi}(t)$ непрерывной части совместно с экстраполятором (рис. 6.4). Под этим термином понимается реакция ее на единичную импульсную функцию $\delta_0[n]$ на входе экстраполятора.

В современных системах управления период дискретности обычно весьма мал по сравнению с длительностью переходных процессов. Поэтому выходную величину достаточно рассматривать только в дискретные моменты времени $t = nT$ или $t = (n + \varepsilon)T$. Тогда непрерывная часть совместно с экстраполятором будет представлять собой импульсный фильтр, характеризуемый приведенной решетчатой функцией веса $w_{\Pi}[n]$ или $w_{\Pi}[n, \varepsilon]$, полученной из производящей функции $w_{\Pi}(t)$ или $w_{\Pi}(t, \varepsilon)$.

Знание решетчатой функции $w_n[n]$ или $w_n[n, \varepsilon]$ позволяет найти передаточную функцию непрерывной части совместно с экстраполятором.

Действительно, если на входе действует сигнал $\delta_0[n]$, то его изображение $X_0^*(z) = 1$. Изображение сигнала на выходе при этом будет

$$Y_0(z) = Z\{y[n]\} = Z\{w_n[n]\}. \quad (6.6)$$

Отсюда может быть найдена искомая передаточная функция для случая, когда рассматривается функция $w_n[n]$,

$$W_0(z) = Y_0(z)/X_0^*(z) = Z\{w_n[n]\}. \quad (6.7)$$

Таким образом, передаточная функция оказывается равной z -преобразованию приведенной решетчатой весовой функции непрерывной части совместно с экстраполятором. Для нахождения последней можно исходить из следующей зависимости, вытекающей из формулы (6.7):

$$W_0(z) = Z\{W_n(p)\}, \quad (6.8)$$

где $W_n(p)$ — приведенная непрерывная передаточная функция, связанная z -преобразованием с приведенной решетчатой функцией $w_n[n]$.

Она может быть представлена следующим образом:

$$W_n(p) = F_n(p) W_{\text{н}}(p), \quad (6.9)$$

где $F_n(p)$ — изображение Лапласа выходной величины экстраполятора при поступлении на его вход единичного импульса $\delta_0[n]$.

Для экстраполятора нулевого порядка это изображение равно

$$F_n(p) = \int_0^T 1 \cdot e^{-pt} dt = \frac{1 - e^{-pT}}{p} = \frac{z - 1}{zp}. \quad (6.10)$$

Отсюда следует, что приведенная передаточная функция (6.9) в этом случае

$$W_n(p) = \frac{z - 1}{zp} W_{\text{н}}(p). \quad (6.11)$$

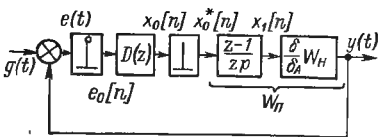
Полученная формула (6.11) позволяет окончательно записать выражение для передаточной функции непрерывной части в случае использования экстраполятора нулевого порядка

$$W_0(z) = \frac{z - 1}{zp} Z\left\{\frac{W_{\text{н}}(p)}{p}\right\}. \quad (6.12)$$

Аналогичное выражение может быть записано и для смещенной передаточной функции

$$W_0(z, \varepsilon) = \frac{z - 1}{z} Z_{\varepsilon}\left\{\frac{W_{\text{н}}(p)}{p}\right\}. \quad (6.13)$$

Рис. 6.5. Эквивалентная структурная схема ЦАС



В приведенном рассмотрении предполагалось, что на входе экстраполятора действует сигнал $x^*[n] = \delta_0[n]$. Однако, как следует из схемы на рис. 6.4, в нее входит идеальный импульсный элемент второго рода, у которого на выходе действует последовательность бесконечно больших по величине δ -функций. В этом случае вследствие того, что преобразование Лапласа δ -функции равно единице, можно ввести понятие передаточной функции экстраполятора, равной изображению импульса на его выходе $F_H(p)$, т. е. $W_\partial(p) = F_H(p)$. Тогда для случая экстраполятора нулевого порядка имеем

$$W_\partial(p) = \frac{1 - e^{-pT}}{p} = \frac{z - 1}{zp}. \quad (6.14)$$

Возможность представления экстраполятора в виде динамического звена с передаточной функцией (6.14) и определило введение в схему на рис. 6.4 идеального импульсного элемента второго рода. Получающаяся при этом структурная схема изображена на рис. 6.5.

В ряде случаев, особенно при относительно большом периоде дискретности, целесообразно использовать экстраполятор первого порядка с экстраполированием по линейному закону [14]. Тогда его передаточная функция

$$W_\partial(p) = \left(\frac{z - 1}{z} \right)^2 \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{p^2 T} \right). \quad (6.15)$$

Как следует из рассмотренных выше формул, дискретная передаточная функция непрерывной части должна определяться по ее приведенной весовой функции. В случае, когда непрерывная часть состоит из параллельно включенных звеньев и ее передаточная функция

$$W_H(p) = \sum_{i=1}^k W_{Hi}(p),$$

дискретная передаточная функция может быть определена суммированием дискретных передаточных функций, определенных для каждого звена в отдельности,

$$W_0(z) = \sum_{i=1}^k W_{0i}(z).$$

В отличие от непрерывных систем подобное правило не имеет места для случая последовательно включенных звеньев с общей передаточной функцией

$$W_H(p) = \prod_{i=1}^k W_{Hi}(p)$$

и общим импульсным элементом на входе.

В этом случае передаточная функция $W_0(z)$ должна сразу определяться по результирующей весовой функции $w_n[n]$. Однако в том случае, когда имеется ряд последовательно включенных звеньев, каждое из которых имеет на входе свой импульсный элемент (последовательно включенные импульсные фильтры), результирующая передаточная функция может находиться перемножением дискретных передаточных функций каждого импульсного фильтра.

Передаточная функция цифрового управляющего устройства. Она представляет собой отношение изображений выходной и входной величин (рис. 6.4 и 6.5)

$$D(z) = \frac{X_0(z)}{E_0(z)} = \frac{b_s + b_{s-1}z + \dots + b_0z^s}{a_k + a_{k-1}z + \dots + a_0z^k}, \quad (6.16)$$

где $E_0(z)$ и $X_0(z)$ — изображения (z -преобразования) решетчатых функций $e_0[n]$ и $x_0[n]$.

Заметим, что всегда должно быть $k \geq s$. Поделим числитель и знаменатель (6.16) на z^k . Тогда в предельном случае $s = k$ имеем

$$D(z) = \frac{b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_kz^{-k}}{a_0 + a_1z^{-1} + \dots + a_kz^{-k}}. \quad (6.17)$$

В формуле (6.17) всегда можно выполнить условие $a_0 = 1$. Тогда из (6.17) может быть получен линейный алгоритм работы цифрового управляющего устройства

$$x_0[n] = b_0e_0[n] + b_1e_0[n-1] + \dots + b_ke_0[n-k] - \\ - (a_1x_0[n-1] + a_2x_0[n-2] + \dots + a_kx_0[n-k]). \quad (6.18)$$

В соответствии с формулами (6.16)—(6.18) цифровое управляющее устройство представляет собой дискретный (цифровой) фильтр, свойства которого полностью характеризуются либо передаточной функцией (6.17), либо разностным уравнением (6.18). Если в установившемся режиме, т. е. при $z = 1$, передаточная функция (6.17) имеет конечное значение $D(1) = k_0$, то это соответствует реализации в цифровом устройстве дискретного звена статического типа. В этом случае его передаточную функцию можно представить в виде $D(z) = k_0D_0(z)$. Для $D_0(z)$ выполняется условие $D_0(1) = 1$. Коэффициент k_0 представляет собой коэффициент передачи цифрового управляющего устройства. Наиболее вероятное его значение $k_0 = 1$.

Рассмотрим некоторые возможные виды передаточной функции $D(z)$. Пусть формула (6.17) имеет вид

$$D(z) = b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_kz^{-k} = \\ = k_0(B_0 + B_1z^{-1} + \dots + B_kz^{-k}). \quad (6.19)$$

Фильтр такого вида носит название нерекурсивного фильтра, и его импульсная характеристика (весовая функция) затухает за

конечное время, равное k тактам. Эти фильтры носят также название КИХ-фильтров (фильтров с конечной импульсной характеристикой). Если коэффициенты $k_0, B_0, B_1, \dots, B_k$ — целые числа, то, как следует из алгоритма (6.18), для этого случая

$$x_0[n] = k_0(B_0 e_0[n] + B_1 e_0[n-1] + \dots + B_k e_0[n-k]).$$

Выходная величина управляющего устройства, определяемая этим алгоритмом, будет всегда целым числом, кратным k_0 как в установившемся, так и в переходном режимах. При этом предполагается, что входная величина есть целое число младших разрядов АЦП. В этом случае и выходная величина будет целым числом младших разрядов ЦАП. Никакого округления на выходе управляющего устройства при этом не будет, что означает отсутствие на выходе шумов квантования. Если передаточная функция (6.17) сводится к виду

$$D(z) = \frac{k_0(B_0 + B_1 z^{-1} + \dots + B_k z^{-k})}{1 + A_1 z^{-1} + \dots + A_k z^{-k}}, \quad (6.20)$$

то такие фильтры носят название рекурсивных фильтров. Их импульсная характеристика затухает за бесконечное время, и поэтому они иногда называются БИХ-фильтрами (фильтрами с бесконечной импульсной характеристикой).

В случае, когда коэффициент k_0 и другие коэффициенты, входящие в формулу (6.20), — целые числа, то как следует из алгоритма (6.18), выходная величина будет всегда целым числом, однако не кратным k_0 . Как и в предыдущем случае, здесь будут отсутствовать шумы квантования на выходе. Если в управляющем устройстве осуществляется интегрирование входного сигнала, аналогом которого в дискретных системах является суммирование, то знаменатель передаточной функции (6.17) должен иметь множитель $(z-1)$. Тогда передаточная функция приобретает вид

$$D(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_k z^{-k}}{(z-1)(1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_k z^{-k})} = \frac{k'_0 D'_0(z)}{z-1}, \quad (6.21)$$

где

$$k'_0 = (b_0 + b_1 + \dots + b_k)/(1 + a_1 + \dots + a_k).$$

Функция $D'_0(z)$ выбрана здесь так, что $D'_0(1) = 1$. Тогда в установившемся режиме при $e_0[n] = 1[n]$ на выходе управляющего устройства будет существовать линейно нарастающее значение $x_0[n]$, первая разность которого $\Delta x_0[\infty] = \nabla x_0[\infty] = \text{const}$ и будет в пределе иметь вид

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \Delta x_0[n] = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)^2 \frac{k'_0 D'_0(z)}{z-1} \frac{z}{z-1} = k'_0,$$

а производная производящей функции

$$\left[\frac{dx_0(t)}{dt} \right]_{\text{уст}} = \frac{\Delta x_0[\infty]}{T} = \frac{k'_0}{T}.$$

Ввиду относительной малости обычно используемых периодов повторения допустимые значения коэффициента k'_0 , как правило, малы ($k'_0 \ll 1$).

Формула (6.21) может быть часто представлена в виде

$$D(z) = \frac{k'_0}{z-1} + \frac{B_0 + B_1 z^{-1} + \dots + B_k z^{-k}}{A_0 + A_1 z^{-1} + \dots + A_k z^{-k}} = \frac{k'_0}{z-1} + k_0 D_0(z), \quad (6.22)$$

где функция $D_0(z)$ выбрана так, что $D_0(1) = 1$.

При двойном интегрировании в знаменателе передаточной функции (6.17) появится сомножитель $(z-1)^2$, при тройном — $(z-1)^3$ и т. д.

Требования по устойчивости цифровых фильтров. Заметим, что передаточные функции (6.16) и (6.17) должны соответствовать устойчивым программам работы цифровых фильтров. Это означает, что в соответствии с формулой (5.12) корни знаменателя передаточных функций (полюса передаточной функции) должны лежать внутри круга единичного радиуса, т. е. быть по модулю меньше единицы. Исключение составляет интегрирующее звено, полюс которого $z_1 = 1$ лежит на границе апериодической устойчивости (совпадает с кругом единичного радиуса) подобно тому, как полюс непрерывного интегрирующего звена $p_1 = 0$ лежит также на границе апериодической устойчивости.

Программа вычислений всегда оказывается устойчивой, если используется нерекурсивный фильтр с передаточной функцией вида (6.19). Как уже отмечалось, весовая функция такого фильтра затухает за конечное число тактов, что говорит об его устойчивости.

Требования к точности задания коэффициентов цифровых фильтров. Рассмотрим простейший случай воспроизведения в дискретной форме апериодического звена первого порядка с дискретной частотной передаточной функцией $D^*(j\lambda) = 1/(1 + j\lambda T)$. Ей соответствует дискретная передаточная функция

$$D(z) = \frac{1-a}{2} \frac{z+1}{z-a} = \frac{1-a}{2} \frac{1+z^{-1}}{1-az^{-1}}. \quad (6.23)$$

Параметры передаточных функций

$$a = \frac{2T_1 - T}{2T_1 + T} < 1, \quad (6.24)$$

где

$$T_1 = \frac{1+a}{1-a} \frac{T}{2}.$$

При реализации фильтра с передаточной функцией (6.23) неизбежно округление коэффициента (6.24) вследствие ограниченности разрядной сетки микропроцессора. Если этот коэффициент

может быть реализован с точностью Δa , то постоянная времени T_1 будет реализована с точностью

$$\Delta T_1 \approx \frac{\partial T_1}{\partial a} \Delta a = \frac{(2T_1 + T)^2}{4T} \Delta a.$$

Относительная точность реализации заданного значения постоянной времени

$$\frac{\Delta T_1}{T_1} \approx \frac{(2T_1 + T)^2}{4TT_1} \Delta a \approx \frac{T_1}{T} \Delta a. \quad (6.25)$$

Формула (6.25) может служить для формулирования требований к точности реализации коэффициента (6.24) в цифровом фильтре, и, в частности, к допустимому округлению этого коэффициента за счет ограниченности разрядной сетки. Эти требования ужесточаются при снижении периода дискретности.

В более сложном случае реализации апериодического звена второго порядка с частотной передаточной функцией

$$D^*(j\lambda) = \frac{1}{(1 + j\lambda T_1)(1 + j\lambda T_2)}, \quad (T_1 > T_2);$$

дискретная передаточная функция принимает вид

$$D(z) = \frac{(1-a)(1-b)(z+1)^2}{4(z-a)(z-b)} = \frac{c(z^2 + 2z + 1)}{z^2 - a_1z + a_2}, \quad (6.26)$$

где

$$a = \frac{2T_1 - T}{2T_1 + T} = \frac{a_1}{2} + \sqrt{\frac{a_1^2}{4} - a_2};$$

$$b = \frac{2T_2 - T}{2T_2 + T} = \frac{a_1}{2} - \sqrt{\frac{a_1^2}{4} - a_2};$$

$$T_1 = \frac{1+a}{1-a} \frac{T}{2};$$

$$T_2 = \frac{1+b}{1-b} \frac{T}{2}.$$

При реализации этого дискретного фильтра необходимо в цифровой части обеспечить значения коэффициентов $a_1 = a + b$ и $a_2 = ab$. Найдем связь между отклонениями коэффициентов. Из приведенных выше выражений следует, в частности,

$$\Delta a \approx \frac{\partial a}{\partial a_1} \Delta a_1 = \frac{\frac{a_1}{2} + \sqrt{\frac{a_1^2}{4} - a_2}}{2 \sqrt{\frac{a_1^2}{4} - a_2}} \Delta a_1 = \frac{a}{a-b} \Delta a_1. \quad (6.27)$$

При близких значениях постоянных времени T_1 и T_2 и, следовательно, близких значениях коэффициентов a и b числитель в формуле (6.27) может значительно превышать знаменатель, что ведёт к дальнейшему ужесточению требований и реализации необходимых коэффициентов. В результате может оказаться, что эти

требования не могут быть выполнены в данном микропроцессорном устройстве.

Заметим, что формулы (6.16)—(6.18) относятся к прямому программированию. Для устранения отмеченных трудностей по реализации требуемых коэффициентов фильтра может использоваться последовательное и параллельное программирование.

Использование последовательного программирования. При последовательном программировании передаточная функция (6.17) разбивается на элементарные множители первого и второго порядков

$$D(z) = \frac{b_0}{a_0} \prod_{i=1}^N \frac{1 + b_i z^{-1}}{1 + a_i z^{-1}} \prod_{j=1}^L \frac{1 + b_{1j} z^{-1} + b_{2j} z^{-2}}{1 + a_{1j} z^{-1} + a_{2j} z^{-2}}, \quad (6.28)$$

содержащие вещественные коэффициенты.

Структурная схема реализации передаточной функции (6.28) будет представлять собой последовательно соединенные цифровые фильтры с элементарными передаточными функциями. Так, передаточная функция (6.26) будет представлена в виде:

$$\left. \begin{aligned} D(z) &= D_1(z) D_2(z); \\ D_1(z) &= \frac{1 - a z + 1}{2} \frac{1 - z^{-1}}{z - a} = \frac{1 - a}{2} \frac{1 - z^{-1}}{1 - a z^{-1}}; \\ D_2(z) &= \frac{1 - b z + 1}{2} \frac{1 - z^{-1}}{z - b} = \frac{1 - b}{2} \frac{1 - z^{-1}}{1 - b z^{-1}}. \end{aligned} \right\} \quad (6.29)$$

Требования к точности реализации коэффициентов a и b оказываются здесь такими же, как и в простейшем случае.

Использование параллельного программирования. При параллельном программировании передаточная функция (6.16) представляется в виде суммы элементарных дробей. При однократных корнях знаменателя эта сумма

$$D(z) = \frac{b_0}{a_0} + \sum_{i=1}^N \frac{B_i z^{-1}}{1 + a_i z^{-1}} + \sum_{j=1}^L \frac{B_{1j} z^{-1} + B_{2j} z^{-2}}{1 + a_{1j} z^{-1} + a_{2j} z^{-2}}. \quad (6.30)$$

Структурная схема цифрового фильтра в соответствии с формулой (6.30) может быть представлена в виде параллельного соединения элементарных цифровых фильтров. Как и при последовательном программировании, требования к точности воспроизведения отдельных коэффициентов здесь оказываются менее жесткими по сравнению с прямым программированием.

Использование последовательного или параллельного программирования обуславливается удобствами реализации в цифровой части системы и определяется в каждом конкретном случае их сравнением.

Передаточные функции ЦАС. Результирующая передаточная функция разомкнутой системы (рис. 6.5) может быть определена

как произведение передаточных функций непрерывной части и цифрового управляющего устройства

$$W(z) = D(z) W_0(z). \quad (6.31)$$

Формула (6.31) дает возможность записать зависимость между изображениями выходной величины $y[n]$ и ошибки $e[n]$

$$Y(z) = W(z) E(z). \quad (6.32)$$

В этом случае входная и выходная величины рассматриваются в дискретные моменты времени $t = nT$ ($n = 0, 1, 2, \dots$), т. е. смещение $\varepsilon = 0$. При $\varepsilon = 0$ имеем $E(z) = G(z) - Y(z)$, где $G(z)$ — изображение задающего воздействия, т. е. решетчатой функции $g[n]$. Подставляя значение изображения ошибки в формулу (6.32), имеем

$$Y(z) = \frac{W(z)}{1 + W(z)} G(z) = H(z) G(z); \quad (6.33)$$

$$E(z) = \frac{G(z)}{1 + W(z)} = H_e(z) G(z). \quad (6.34)$$

В формулы (6.33) и (6.34) введены: дискретная передаточная функция замкнутой системы

$$H(z) = W(z) / [1 + W(z)] \quad (6.35)$$

и дискретная передаточная функция для ошибки

$$H_e(z) = 1 / [1 + W(z)]. \quad (6.36)$$

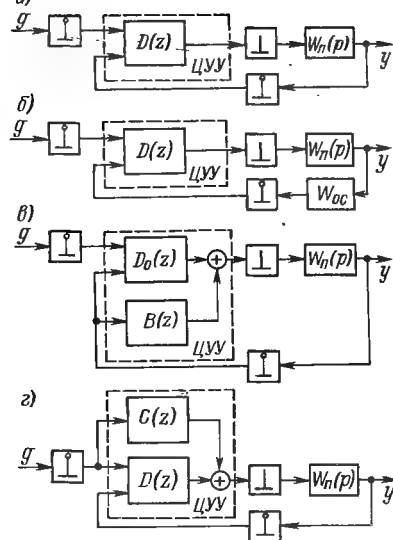
Условием применимости формул (6.33) и (6.34) является требование равенства нулю приведенной весовой функции в момент $t = 0$. В системах с цифровым управляющим устройством, где отсутствует запаздывание, требуется, чтобы степень числителя передаточной функции непрерывной части $W_n(p)$, по крайней мере, на единицу была бы меньше степени знаменателя. Если запаздывание $\tau \neq 0$, то достаточно, чтобы степень числителя $W_n(p)$ была бы не больше степени знаменателя.

Передаточные функции (6.31), (6.35) и (6.36) могут быть использованы для оценки устойчивости и качества ЦАС. Можно рассматривать выходной сигнал в дискретные моменты времени $t = (n + \varepsilon) T$. Тогда нужно использовать приведенную весовую функцию $w_n[n, \varepsilon]$, которой соответствует дискретная передаточная функция $W(z, \varepsilon)$. В этом случае изображение выходной величины

$$Y(z, \varepsilon) = W(z, \varepsilon) E(z, 0). \quad (6.37)$$

Ошибка рассматривается при $\varepsilon = 0$, так как именно в эти моменты времени действует импульсный элемент на входе цифрового управляющего устройства, т. е. $E(z, 0) = G(z, 0) - Y(z, 0)$.

Рис. 6.6. Разновидности структурных схем: *a* — простейшая; *б* — с непрерывной корректирующей обратной связью; *в* — с цифровой корректирующей обратной связью; *г* — с комбинированным управлением



В результате можно получить формулу для нахождения изображения выходной величины

$$Y(z) = \frac{W(z, \varepsilon)}{1 + W(z, 0)} G(z, 0). \quad (6.38)$$

Однако формула (6.38) обычно не используется при оценке качества ЦАС, так как для этой цели практически всегда достаточно воспользоваться выражениями (6.33) и (6.34). Только при необходимости просмотра поведения выходной величины между

дискретными моментами времени $t = nT$ следует обращаться к формуле (6.38).

Более сложные структуры ЦАС. На рис. 6.6 показаны разновидности упрощенных структурных схем ЦАС: рис. 6.6, *a* соответствует рассмотренной простейшей ЦАС (в соответствии с рис. 6.4 и 6.5); рис. 6.6, *б* — с непрерывной корректирующей обратной связью, рис. 6.6, *в* — с цифровой корректирующей обратной связью и с передаточной функцией цифровой части $B(z)$; рис. 6.6, *г* — так называемому комбинированному управлению, когда наряду с задающим воздействием на входе ЦАС используется дополнительная цифровая связь через фильтр с передаточной функцией $C(z)$. Эта дополнительная связь вводит цифровые аналоги производной задающего воздействия. Подробнее о методике получения цифровых представлений производной непрерывного сигнала будет сказано в п. 12.2.

Корректирующие обратные связи. Дискретная коррекция посредством использования цифровой обратной связи изображена на рис. 6.6, *в*. Передаточная функция $B(z)$ такой обратной связи, эквивалентная по своему действию цифровому управляющему устройству (рис. 6.6, *a*) с передаточной функцией $D(z)$, может быть определена из выражения

$$B(z) = \frac{1 - D(z)}{D(z) W_0(z)}. \quad (6.39)$$

При этом предполагается, что для схемы на рис. 6.6, *в* передаточная функция $D_0(z) = 1$. Если $D_0(z) \neq 1$, то пересчет должен

делаться по выражению

$$B(z) = \frac{D_0(z) - D(z)}{D(z) W_0(z)}. \quad (6.40)$$

К передаточной функции $B(z)$ предъявляются следующие требования: 1) этой функции должна соответствовать устойчивая программа вычислений, т. е. полюсы передаточной функции должны лежать внутри круга единичного радиуса; 2) степень числителя $B(z)$ не должна превышать степени знаменателя; 3) для выполнения условия устойчивости по цепи обратной связи необходимо, чтобы выполнялось требование нахождения внутри круга единичного радиуса корней характеристического уравнения $1 + B(z) W_0(z) = 0$ (с учетом формулы (6.39) это требование сводится к тому, чтобы нули исходной передаточной функции $D(z)$ находились внутри круга единичного радиуса).

6.3. УСТОЙЧИВОСТЬ И КАЧЕСТВО УПРАВЛЕНИЯ В ЦИФРОАНАЛОГОВЫХ СИСТЕМАХ

Устойчивость ЦАС. Устойчивость замкнутой цифровой системы, как уже отмечалось, определяется видом корней характеристического уравнения. На p -плоскости корни устойчивой системы должны лежать в левой полуплоскости. Переход к комплексной переменной $z = \exp(pT)$ отображает левую полуплоскость во внутреннюю часть круга единичного радиуса с центром в начале координат z -плоскости (рис. 6.7). Поэтому в устойчивой системе корни характеристического уравнения (знаменателя передаточной функции замкнутой системы, приравненного нулю)

$$1 + W(z) = 0 \quad (6.41)$$

должны лежать внутри круга единичного радиуса, т. е. быть по модулю меньше единицы $|z_i| < 1$. Здесь $i = 1, 2, \dots, k$, где k — порядок знаменателя передаточной функции замкнутой системы (6.35) или (6.36).

Использование известных критериев устойчивости для уравнения (6.41) невозможно. Поэтому целесообразно от комплексной величины z перейти к комплексной величине $w = (z - 1)/(z + 1)$ в соответствии с формулой (5.60). Эта операция отображает внутреннюю часть круга единичного радиуса на левую половину w -плоскости (рис. 6.7), что позволяет использовать известные алгебраические критерии устойчивости для характеристического уравнения

$$1 + W\left(\frac{1+w}{1-w}\right) = 0. \quad (6.42)$$

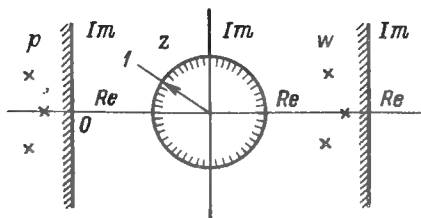


Рис. 6.7. Области устойчивости

Например, пусть мы имеем характеристическое уравнение (6.41) второго порядка

$$z^2 + Az + B = 0. \quad (6.43)$$

Путем прямого вычисления корней уравнения (6.43) получаются три условия того, чтобы корни по модулю были меньше единицы (условия устойчивости):

$$1 + A + B > 0;$$

$$1 - A + B > 0;$$

$$B < 1.$$

Используем теперь подстановку в формулу (6.43) $z = (1 + \omega)/(1 - \omega)$. В результате получаем

$$(1 - A + B) \omega^2 + 2(1 - B) \omega + 1 + A + B = 0. \quad (6.44)$$

На основании известного требования положительности всех коэффициентов преобразованного характеристического уравнения (6.44) и можно сразу записать приведенные выше три условия устойчивости. При определении устойчивости замкнутой ЦАС возможно использование критерия устойчивости Найквиста в его обычной формулировке [18]. Для этой цели возможно использование как частотных передаточных функций разомкнутой системы, полученных в результате подстановки $z = \exp(j\omega T)$, т. е. $W(e^{j\omega T})$, так и частотных передаточных функций с использованием псевдочастоты, т. е. $W^*(j\lambda) = W[(1 + j\lambda T/2)/(1 - j\lambda T/2)]$. В этом случае в передаточной функции $W(z)$ производится замена $z = (1 + j\lambda T/2)/(1 - j\lambda T/2)$. Как и для непрерывных систем, амплитудно-фазовая характеристика на комплексной плоскости, построенная по функции $W(e^{j\omega T})$ или по функции $W^*(j\lambda)$, не должна охватывать точку $(-1, j0)$, если в разомкнутом состоянии система устойчива или нейтрально-устойчива.

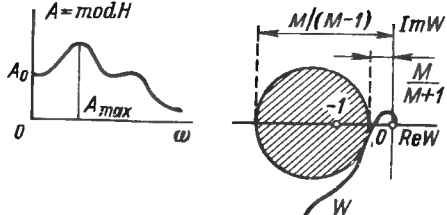
Могут также использоваться логарифмические амплитудная и фазовая характеристики (ЛАХ и ЛФХ). Построение этих характеристик по функции $W^*(j\lambda)$ оказывается более простым.

Оценка качества. Ее можно произвести построением переходного процесса, что при использовании z -преобразования осуществляется сравнительно легко (см. п. 5.2), а также посредством различных критериев качества. Для оценки запаса устойчивости, так же как и в случае непрерывных систем, наиболее простым и эффективным оказывается использование показателя колебательности. Показатель колебательности представляет собой высоту наибольшего пика амплитудной частотной характеристики замкнутой системы, отнесенную к ее начальной ординате (рис. 6.8),

$$M = A_{\max}/A_0. \quad (6.45)$$

Он показывает склонность системы к колебаниям. Как и в случае непрерывных систем [14, 18], получение заданного показателя

Рис. 6.8. К определению показателя колебательности: *а* — по АЧХ замкнутой системы; *б* — запретные области для АФХ разомкнутой системы



колебательности сводится к требованию, чтобы амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы, построенная по функции $W^*(j\lambda)$ или по функции $W(e^{j\omega T})$, не заходила бы в некоторую запретную область (круг), окружающую точку $(-1, j0)$. Радиус этой окружности $R = M/(M^2 - 1)$, а ее центр сдвинут влево от начала координат на величину $C = M^2/(M^2 - 1)$. Для оценки запаса устойчивости могут также использоваться известные понятия запаса устойчивости по амплитуде и по фазе [18], а также понятие перерегулирования, определяемое по переходной характеристике системы, построенной при действии на входе единичной ступенчатой функции $1[n]$.

Быстродействие системы может оцениваться по скорости затухания переходного процесса или при использовании частоты среза, т. е. такой частоты $\omega_{\text{ср}} \approx \lambda_{\text{ср}}$, при которой модуль частотной передаточной функции разомкнутой системы равен единице: $|W| = 1$.

Оценка точности. Точность может оцениваться при действии на входе системы случайных и детерминированных сигналов. Первому случаю посвящена гл. 7. Для второго случая возможна оценка точности в установившемся режиме. Аналогично непрерывным системам, начиная с некоторого момента времени, ошибку цифровой системы можно представить в виде ряда

$$e[n] = c_0 g[n] + c_1 \dot{g}[n] - \frac{c_2}{2} \ddot{g}[n] + \dots, \quad (6.46)$$

где коэффициенты ошибок c_0, c_1, c_2 и т. д. представляют собой коэффициенты разложения передаточной функции по ошибке в ряд Маклорена по степеням p , т. е.

$$c_n = \left[\frac{d^n H_e(e^{pT})}{dp^n} \right]_{p=0}. \quad (6.47)$$

Величины, обратные множителям при производных выражения (6.46), по аналогии с непрерывными системами могут называться соответствующими добротностями. Например, добротности по скорости и по ускорению будут: $K_1 = c_1^{-1}$, $K_2 = 2c_2^{-1}$.

Вычислим, например, два первых коэффициента ошибок для системы с передаточной функцией разомкнутой цепи

$$W(z) = \frac{KT(1-d)z}{(z-1)(z-d)},$$

где $d = \exp(-T/T_1)$.

Находим передаточную функцию для ошибки

$$H_e(z) = \frac{1}{1+W(z)} = \frac{(z-1)(z-d)}{(z-1)(z-d)+KT(1-d)z}.$$

Подстановка в это выражение $p=0$ или $z=1$ дает коэффициент $c_0=0$. Для получения коэффициента c_1 находим первую производную. В формуле (6.47)

$$\frac{dH_e(e^{pT})}{dp} = \frac{KT^2(1-d)(z^3-zd)}{[(z-1)(z-d)+KT(1-d)z]^2}.$$

Подстановка $z=1$ дает коэффициент $c_1=K^{-1}$, а также добротность по скорости $K_1=c_1^{-1}=K$.

Г л а в а 7

СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЛИНЕАРИЗОВАННЫХ ЦАС

7.1. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Основные понятия. Обычно дискретный процесс может быть получен из непрерывного его дискретизацией, т. е. в виде дискретных значений непрерывного процесса, взятых через равные промежутки времени T , представляющие собой период дискретности. Тогда вместо непрерывного процесса $x(t)$ получается решетчатая функция

$$x[n] = x(t). \quad (7.1)$$

Здесь время принимает только дискретные значения $t=nT$, где n — целое число.

Для случайных дискретных процессов $x[n]$ сохраняются все основные представления, относящиеся к непрерывным случайным процессам.

В этой и последующих главах дискретные случайные процессы рассматриваются главным образом как стационарные, поэтому будем считать их эргодичными.

Среднее по множеству (математическое ожидание) процесса с плотностью вероятности $\vartheta[x, n]$ определяется по формуле

$$M\{x[n]\} = \bar{x}[n] = \int_{-\infty}^{\infty} x \vartheta[x, n] dx. \quad (7.2)$$

При стационарном процессе

$$M\{x[n]\} = \bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} x \vartheta(x) dx. \quad (7.3)$$

Аналогично определяются начальные и центральные моменты более высоких порядков.

Среднее по времени случайной решетчатой функции

$$\bar{x} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N x[n]. \quad (7.4)$$

Для эргодического процесса всегда $\bar{x} = \bar{x}$.

Корреляционная функция. Корреляционная функция решетчатого случайного процесса может определяться из корреляционной функции непрерывного процесса $R(t, t_1)$ дискретизацией последней; для значений времени $t = nT$ и $t_1 = n_1T$

$$R[n, n_1] = R(nT, n_1T). \quad (7.5)$$

Центральный корреляционный момент величин $x[n]$ и $x[n_1]$ определяется по формуле

$$K[n, n_1] = K(nT, n_1T). \quad (7.6)$$

Корреляционная функция и центральный корреляционный момент связаны соотношением

$$R[n, n_1] = \bar{x}[n] \bar{x}[n_1] + K[n, n_1]. \quad (7.7)$$

При $n_1 = n$ получим из (7.5) средний квадрат рассматриваемой случайной величины

$$R[n, n] = M\{x^2[n]\} = \bar{x}^2[n]. \quad (7.8)$$

Применительно к (7.6) условие $n_1 = n$ дает дисперсию рассматриваемой величины

$$K[n, n] = M\{(x[n] - \bar{x}[n])^2\} = D[n]. \quad (7.9)$$

Для решетчатых процессов, как и для непрерывных, вводится понятие взаимной корреляционной функции двух случайных процессов, значения которых при вычислении этой функции берутся для различных моментов времени $t = nT$ и $t_1 = n_1T$

$$\left. \begin{aligned} R_{xy}[n, n_1] &= M\{x[n]y[n_1]\}; \\ K_{xy}[n, n_1] &= M\{(x[n] - \bar{x}[n])(y[n_1] - \bar{y}[n_1])\}. \end{aligned} \right\} \quad (7.10)$$

Как и для непрерывных процессов, тождественное равенство нулю взаимной корреляционной функции двух решетчатых случайных процессов означает, что последние некоррелированы. Если указанное равенство отсутствует, то процессы коррелированы.

Примером двух взаимосвязанных случайных процессов могут быть две координаты пространственного положения подвижного объекта.

Стационарные процессы. При стационарности процесса корреляционные функции не зависят от текущего времени $t = nT$, т. е. от n_1 , а зависят только от взаимного сдвига двух моментов времени $\tau = t_1 - t = mT$; $m = n_1 - n$. С учетом эргодичности процесса будем называть корреляционной функцией его среднее по времени от произведения $x[n]$ и $x[n+m]$ или $(x[n] - \bar{x})$ и $(x[n+m] - \bar{x})$:

$$R[m] = \overline{x[n]x[n+m]} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N x[n]x[n+m]; \quad (7.11)$$

$$K[m] = \overline{(x[n] - \bar{x})(x[n+m] - \bar{x})} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N (x[n] - \bar{x})(x[n+m] - \bar{x}). \quad (7.12)$$

В (7.12) среднее по времени значение определяется соотношением

$$\bar{x} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N x[n].$$

Свойства корреляционной функции решетчатого процесса аналогичны свойствам корреляционной функции непрерывного [14, 18]. Рассмотрим эти свойства применительно к $R[m]$.

1. Корреляционная функция является четной, т. е. $R[-m] = R[m]$. Это следует непосредственно из ее определения.

2. При $m = 0$ корреляционная функция обращается в средний квадрат случайной величины

$$R[0] = \overline{x[n]x[n]} = \bar{x}^2. \quad (7.13)$$

3. При $m \rightarrow \infty$ корреляционная функция обращается в квадрат среднего значения случайной величины. Докажем это. Согласно эргодической гипотезе,

$$R[m] = \overline{x[n]x[n+m]} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 \vartheta[x_1, x_2, n] dx_1 dx_2. \quad (7.14)$$

При $\tau = mT \rightarrow \infty$ величины x_1 и x_2 практически взаимно независимы. Учтем, что для двух независимых случайных величин двумерная плотность вероятности

$$\vartheta_2(\tilde{x}_1, t_1; x_2, t_2) = \vartheta(x_1, t_1) \vartheta(x_2, t_2),$$

тогда из (7.13) при $m \rightarrow \infty$ найдем

$$R[\infty] = \int_{-\infty}^{\infty} x_1 \vartheta(x_1) dx_1 \int_{-\infty}^{\infty} x_2 \vartheta(x_2) dx_2 = (\bar{x})^2 = (\bar{x})^2. \quad (7.15)$$

Рис. 7.1. Пример корреляционной функции решетчатого стационарного случайного процесса

4. Значение (7.13) корреляционной функции при $m = 0$ равно ее наибольшему значению (рис. 7.1). Покажем это. Возьмем за основу очевидное неравенство

$$(x[n] - x[n+m])^2 \geq 0;$$

перепишем его в виде

$$x^2[n] + x^2[n+m] \geq 2x[n]x[n+m];$$

запишем отдельно среднее по времени от левой и от правой частей этого неравенства:

$$\overline{x^2[n] + x^2[n+m]} = 2\bar{x}^2 = 2R[0],$$

$$\overline{2x[n]x[n+m]} = 2R[m].$$

Из этих уравнений следует, что $R[0] \geq R[m]$, т. е. значение корреляционной функции при $m = 0$ действительно является наибольшим.

5. Значение корреляционной функции преимущественно убывает с ростом временного сдвига $\tau = mT$. Это обусловлено тем, что чем дальше отстоят друг от друга два рассматриваемых значения x , тем слабее связь между ними. Временной сдвиг растет с увеличением числа m и периода дискретности T .

6. Чем более подвижен объект наблюдения, т. е. чем менее он инерционен и, следовательно, чем слабее связь между последующими значениями x , а также чем больше период дискретности, тем быстрее убывают $R[m]$ и $K[m]$ с ростом m . Это значит, что чем быстрее убывает корреляционная функция, тем более высокие частоты содержатся в случайном процессе.

Практически корреляционная функция может определяться по полученной экспериментально кривой случайного процесса при достаточной длительности записи (рис. 7.2). Для получения корреляционной функции из осциллограммы при длительности записи T_0 весь этот интервал делится на N равных отрезков, длительность которых равна

периоду дискретности T . Затем задаются различными значениями $\tau = mT$ и для каждого из них находят

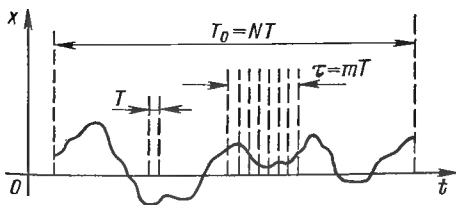
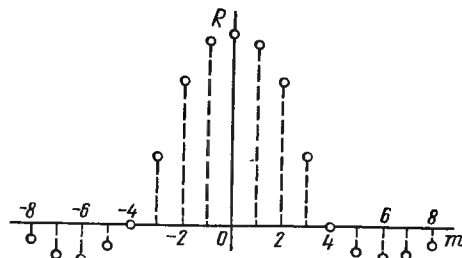


Рис. 7.2. Пример обработки осциллограммы



среднее значение произведений ординат записанной кривой

$$R[m] = \frac{1}{N-m} \sum_{n=1}^{N-m} x_n x_{n+m}. \quad (7.16)$$

По этим значениям, взятым для всех интервалов m , строится кривая корреляционной функции в зависимости от m . Далее для этой кривой уже может быть подобрана наиболее близкая к ней функциональная зависимость. Она и представляет собой приближенно искомое аналитическое выражение корреляционной функции.

Получить график корреляционной функции из осциллограммы можно и при помощи корреляторов — приборов, автоматически вычисляющих среднее произведение двух ординат осциллограммы, взаимно отстоящих на расстоянии $\tau = mT$. Если полученная корреляционная функция $R[m]$ содержит постоянную составляющую $\bar{x} = \sqrt{R[\infty]}$, то, выделив ее, можно перейти, согласно (7.7), к корреляционной функции

$$K[m] = R[m] - (\bar{x})^2.$$

Можно использовать также нормированную корреляционную функцию

$$\rho[m] = \frac{K[m]}{D} = \frac{R[m] - R[\infty]}{R[0] - R[\infty]}, \quad (7.17)$$

удобную тем, что всегда $\rho[0] = 1$.

По корреляционной функции определяются следующие вероятностные характеристики:

а) среднее значение случайной функции, или момент первого порядка

$$\bar{x} = \bar{\tilde{x}} = \sqrt{R[\infty]};$$

б) средний квадрат, или начальный момент второго порядка

$$\bar{x}^2 = \bar{\tilde{x}}^2 = R[0];$$

в) дисперсия, или центральный момент второго порядка

$$D = R[0] - R[\infty] = K[0];$$

г) среднеквадратичное отклонение

$$\sigma = \sqrt{D} = \sqrt{R[0] - R[\infty]} = \sqrt{K[0]}.$$

Корреляционная функция $K[m]$ для всех неслучайных, т. е. регулярных, функций равна нулю. Корреляционная функция $R[m]$ существует и для неслучайных функций времени:

для постоянной величины, например постоянного напряжения, $x[n] = A_0$ имеем

$$R[m] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N A_0^2 = A_0^2;$$

для гармонической функции, например синусоидального напряжения, $x[n] = A_1 \sin(\omega_1 nT + \psi_1)$ корреляционная функция

$$R[m] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N A_1^2 \sin(\omega_1 nT + \psi_1) \sin(\omega_1 nT + \omega_1 mT + \psi_1) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N \frac{A_1^2}{2} [\cos \omega_1 mT - \cos(2\omega_1 nT + \omega_1 mT + 2\psi_1)].$$

При условии $2\omega_1 T \neq 2k\pi$, $k = 1, 2, \dots$, найдем

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N \frac{A_1^2}{2} (2\omega_1 nT + \omega_1 mT + 2\psi_1) = 0,$$

тогда корреляционная функция

$$R[m] = \frac{A_1^2}{2} \cos \omega_1 mT.$$

Член такого же вида может появляться и в корреляционной функции случайного процесса. Тогда это означает, что в случайном процессе имеется скрытая периодичность, не различимая на первый взгляд в отдельных записях реализаций этого процесса.

3. Для периодической функции, представленной в виде ряда Фурье

$$x[n] = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin(\omega_k nT + \psi_k),$$

получим согласно вышеизложенному корреляционную функцию в виде

$$R[m] = A_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A_k^2}{2} \cos \omega_k mT.$$

Заметим, что для стационарных процессов взаимная корреляционная функция определяется одной из следующих формул:

$$R_{xy}[m] = M\{x[n]y[n+m]\} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N x[n]y[n+m], \quad (7.18)$$

$$K_{xy}[m] = M\{(x[n] - \bar{x})(y[n+m] - \bar{y})\} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N (x[n] - \bar{x})(y[n+m] - \bar{y}). \quad (7.19)$$

Согласно определению взаимной корреляционной функции и изложенному выше в этом параграфе,

$$R_{xy}[m] = \overline{x[n] y[n+m]} = \overline{x[n-m] y[n]} = \overline{y[n] x[n-m]} = R_{yx}[-m]. \quad (7.20)$$

Аналогично можно найти, что $K_{xy}[m] = K_{yx}[-m]$. Можно также получить, что по аналогии со случаем непрерывных процессов:

$$\left. \begin{aligned} |R_{xy}[m]| &\leq \sqrt{R_x[0]} \sqrt{R_y[0]}; \\ |K_{xy}[m]| &\leq \sqrt{K_x[0]} \sqrt{K_y[0]}. \end{aligned} \right\} \quad (7.21)$$

Взаимная корреляционная функция характеризует взаимосвязь двух случайных процессов, значения которых берутся сдвинутыми между собой на промежутки времени $\tau = mT$. Значение $R_{xy}[0]$ характеризует связь этих же процессов при $m = 0$, т. е. в один и тот же момент времени.

Случайные процессы могут быть коррелированными или некоррелированными, т. е. могут иметь или не иметь между собой статистическую связь. В последнем случае $R[m] = 0$ для всех m .

Аналогично (7.17) может быть введено понятие нормированной взаимной корреляционной функции.

Спектральная плотность. Для решетчатого процесса, как и для непрерывного, может быть введена спектральная плотность, если эти процессы стационарны. Она вводится как двустороннее z -преобразование Лапласа корреляционной функции

$$S(z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} R[m] z^{-m} = F(z) + F(z^{-1}) - R[0],$$

где $F(z)$ — z -преобразование корреляционной функции $R[m]$.

Для решетчатого процесса, как и для непрерывного, вводится понятие спектральной плотности как функции круговой частоты

$$S(e^{j\omega T}) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} R[m] e^{-j\omega m T} = F(e^{j\omega T}) + F(e^{-j\omega T}) - R[0]. \quad (7.22)$$

Отсюда, учитывая четность корреляционной функции, т. е. $R[m] = R[-m]$, получим

$$S(e^{j\omega T}) = R[0] + 2 \sum_{m=1}^{\infty} R[m] \cos \omega m T = 2 \operatorname{Re} F(e^{j\omega T}) - R[0]. \quad (7.23)$$

Последние две формулы могут быть записаны и для смещенного z -преобразования [14, 18], т. е. при $\epsilon \neq 0$, когда рассматриваются случайная решетчатая функция $x[n, \epsilon]$, корреляционная функция $R[m, \epsilon]$ и спектральная плотность $S(e^{j\omega T}, \epsilon)$.

Формулой обращения для спектральной плотности является преобразование Фурье [18, 59], определяемое на интервале $\pm \pi T^{-1}$,

$$\begin{aligned} R[m] &= \frac{T}{2\pi} \int_{-\pi/T}^{\pi/T} S(e^{j\omega T}) e^{j\omega m T} d\omega = \\ &= \frac{T}{\pi} \int_0^{\pi/T} S(e^{j\omega T}) \cos \omega m T d\omega. \end{aligned} \quad (7.24)$$

Положив здесь $m = 0$, получим средний квадрат случайной решетчатой функции

$$\bar{x}^2 = R[0] = \frac{T}{2\pi} \int_{-\pi/T}^{\pi/T} S(e^{j\omega T}) d\omega = \frac{T}{\pi} \int_0^{\pi/T} S(e^{j\omega T}) d\omega. \quad (7.25)$$

Если рассматриваемый процесс является центрированным и, следовательно, его математическое ожидание равно нулю, то интеграл спектральной плотности даст дисперсию случайной величины, рассматриваемой в дискретные моменты времени:

$$D = \frac{T}{2\pi} \int_{-\pi/T}^{\pi/T} S^0(e^{j\omega T}) d\omega = \frac{T}{\pi} \int_0^{\pi/T} S^0(e^{j\omega T}) d\omega, \quad (7.26)$$

где $S^0(e^{j\omega T})$ — спектральная плотность центрированного процесса.

Если вместо нее взять спектральную плотность $S(e^{j\omega T}, \varepsilon)$, то можно найти средний квадрат решетчатой функции, рассматриваемой в дискретные моменты времени $(n + \varepsilon) T$

$$\bar{x}^2[n, \varepsilon] = \frac{T}{\pi} \int_0^{\pi/T} S(e^{j\omega T}, \varepsilon) d\omega. \quad (7.27)$$

Если решетчатую функцию заменить ее огибающей $x(t)$, т. е. непрерывной функцией времени, то средний квадрат огибающей будет равен интегралу результата, даваемого формулой (7.27), по смещению ε в пределах от 0 до 1

$$\overline{x^2(t)} = \int_0^1 \overline{x^2[n, \varepsilon]} d\varepsilon = \frac{T}{\pi} \int_0^1 \int_0^{\pi/T} S(e^{j\omega T}, \varepsilon) d\varepsilon d\omega. \quad (7.28)$$

Аналогичные формулы могут быть получены для дисперсии. Спектральная плотность может быть представлена как функция псевдочастоты [14, 18], а не частоты, как записано выше. Так как

$$e^{j\omega T} = \frac{1 + j\lambda \frac{T}{2}}{1 - j\lambda \frac{T}{2}}, \quad d\omega = \frac{d\lambda}{\left(1 + j\lambda \frac{T}{2}\right) \left(1 - j\lambda \frac{T}{2}\right)} = \frac{d\lambda}{\left|1 + j\lambda \frac{T}{2}\right|^2},$$

то можно найти

$$S^*(\lambda) = S\left(\frac{1 + j\lambda \frac{T}{2}}{1 - j\lambda \frac{T}{2}}\right) = 2 \operatorname{Re} F\left(\frac{1 + j\lambda \frac{T}{2}}{1 - j\lambda \frac{T}{2}}\right) - R[0]. \quad (7.29)$$

Формула обращения для этой спектральной плотности имеет вид

$$\begin{aligned} R[m] &= \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{1 + j\lambda \frac{T}{2}}{1 - j\lambda \frac{T}{2}} \right]^m \frac{S^*(\lambda) d\lambda}{\left| 1 + j\lambda \frac{T}{2} \right|^2} = \\ &= \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j2m \operatorname{arctg} \lambda \frac{T}{2}} \frac{S^*(\lambda) d\lambda}{\left| 1 + j\lambda \frac{T}{2} \right|^2} = \\ &= \frac{T}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{S^*(\lambda) \cos\left(2m \operatorname{arctg} \lambda \frac{T}{2}\right) d\lambda}{\left| 1 + j\lambda \frac{T}{2} \right|^2}. \end{aligned} \quad (7.30)$$

При $m = 0$ из (7.30) получается формула среднего квадрата случайной решетчатой функции

$$\overline{x^2[n]} = \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S^*(\lambda) d\lambda}{\left| 1 + j\lambda \frac{T}{2} \right|^2}. \quad (7.31)$$

В случаях, когда спектральная плотность $S^*(\lambda)$ имеет существенные значения в области низких частот, удовлетворяющих условию $|\lambda| < T^{-1}$, формула (7.30) может заменяться приближенной

$$R[m] \approx \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S^*(\lambda) e^{j\lambda m T} d\lambda}{\left| 1 + j\lambda \frac{T}{2} \right|^2} \approx \frac{T}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{S^*(\lambda) \cos \lambda m T d\lambda}{\left| 1 + j\lambda \frac{T}{2} \right|^2}. \quad (7.32)$$

Таким образом, здесь формула обращения совпадает с двусторонним преобразованием Фурье, что позволяет для определения связи спектральной плотности с корреляционной функцией использовать таблицы изображений Фурье.

7.2. ТИПОВЫЕ РЕШЕТЧАТЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ СТАЦИОНАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ

Дискретный белый шум. Пусть для непрерывной центрированной функции времени эффективное время корреляции

$$\Delta\tau = \frac{1}{K(0)} \int_0^{\infty} K(\tau) d\tau$$

меньше периода дискретности T , тогда такой процесс может быть представлен как дискретный белый шум с корреляционной функцией

$$K[m] = K[0] \delta_0[m]. \quad (7.33)$$

Здесь $K[0] = D$ — дисперсия; $\delta_0[m]$ — единичная импульсная функция, которая равна $\delta_0[0] = 1$ и $\delta_0[m] = 0$ при $m \neq 0$

Спектральная плотность этого белого шума

$$S(z) = S(e^{j\omega T}) = S^*(\lambda) = D. \quad (7.34)$$

Таким образом, дискретному белому шуму соответствует спектральная плотность с постоянным значением в пределах изменения частоты $-\infty < \omega < \infty$. Спектральная плотность в функции псевдо частоты λ совпадает со спектральной плотностью $S(z)$.

К процессам типа дискретного белого шума сводится, в частности, помеха, обусловленная квантованием по уровню во входных (АЦП) и выходных (ЦАП) преобразователях. Как уже сказано в гл. 5, при равновероятном законе для ошибок квантования и при равенстве максимальной ошибки половине цены младшего разряда δ_A АЦП дисперсия такого белого шума оказывается равной $D_k = \delta_A^2/12$.

Аналогичный результат получается для выходного преобразователя ЦАП, в котором дисперсия ошибки квантования $D_k = \delta_{\text{ц}}^2/12$, где $\delta_{\text{ц}}$ — цена единицы младшего разряда ЦАП.

Процессы с экспоненциальной корреляционной функцией. Во многих важных случаях корреляционная функция непрерывного центрированного случайного процесса может быть взята в виде $K(\tau) = D e^{-\mu |\tau|}$, где D — дисперсия. Тогда соответствующая этому корреляционная функция дискретного белого шума $K[m] = D e^{-\mu T |m|}$.

Используя двустороннее z -преобразование этой функции, получим спектральную плотность

$$S(z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} D e^{-\mu T |m|} z^{-m} = \frac{D(1-d^2)z}{(z-d)(1-dz)}, \quad (7.35)$$

где $d = e^{-\mu T}$.

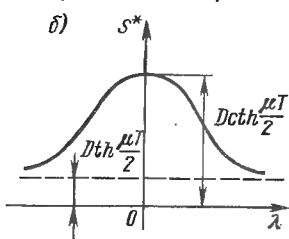
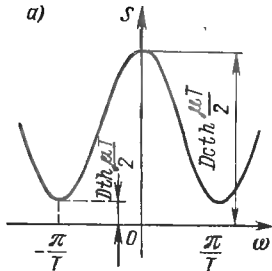
Подстановка $z = e^{j\omega T}$ означает переход к спектральной плотности в функции частоты ω :

$$S(e^{j\omega T}) = \frac{D(1-d^2)}{1+d^2-2d \cos \omega T}. \quad (7.36)$$

Интегрирование этой спектральной плотности согласно формуле (7.26) дает дисперсию рассматриваемого процесса

$$\frac{T}{\pi} \int_0^{\pi/T} \frac{D(1-d^2) d\omega}{1+d^2-2d \cos \omega T} = D. \quad (7.37)$$

Рис. 7.3. Спектральная плотность экспоненциально коррелированного процесса: *a* — в функции обычной частоты; *b* — в функции псевдо частоты



Нормированная спектральная плотность

$$\sigma(e^{j\omega T}) = \frac{S(e^{j\omega T})}{D} = \frac{1 - d^2}{1 + d^2 - 2d \cos \omega T} \quad (7.38)$$

Спектральная плотность (7.36) представлена на рис. 7.3, *a*.

Перейдем к спектральной плотности рассматриваемого процесса в функции псевдо частоты. Согласно (7.29) найдем

$$S^*(\lambda) = \frac{2T_0 D \left(1 + \frac{\lambda^2 T_0^2}{4}\right)}{T \left(1 + \lambda^2 T_0^2\right)}, \quad (7.39)$$

где эквивалентная постоянная времени

$$T_0 = \frac{1+d}{1-d} \frac{T}{2} = \frac{T}{2} \operatorname{cth} \frac{\mu T}{2}.$$

Интегрируя спектральную плотность (7.39) согласно (7.31) в бесконечных пределах, получим дисперсию

$$\frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1+d}{1-d} \frac{D d\lambda}{1 + \left(\frac{1+d}{1-d}\right)^2 \frac{\lambda^2 T^2}{4}} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2D du}{1+u^2} = D. \quad (7.40)$$

График спектральной плотности $S^*(\lambda)$ построен на рис. 7.3, *b*. Он близок к графику спектральной плотности соответствующего непрерывного процесса. При $T \rightarrow 0$, т. е. при переходе к непрерывному процессу, спектральная плотность $S^*(\lambda)$ стремится с точностью до множителя T к спектральной плотности непрерывного случайного процесса, имеющего корреляционную функцию $K(\tau) = De^{-\mu|\tau|}$,

$$\lim_{T \rightarrow 0} T S^*(\lambda) = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{2T_0 D \left(1 + \frac{\lambda^2 T^2}{4}\right)}{1 + \lambda^2 T_0^2} = \frac{2\mu D}{\mu^2 + \omega^2}. \quad (7.41)$$

Процесс с равномерным спектром в ограниченной полосе частот. Для непрерывных систем распространена аппроксимация спектральной плотности случайного процесса с белым шумом с ограниченной, а не бесконечной полосой частот. График такой спектральной плотности в функции частоты ω представлен на

рис. 7.4, а. Ей соответствует корреляционная функция

$$K(\tau) = \frac{N}{\pi} \int_0^{\mu} \cos \omega \tau d\omega = \frac{N \sin \mu \tau}{\pi \tau} = \frac{D_0 \sin \mu \tau}{\mu \tau}, \quad (7.42)$$

построенная на рис. 7.4, б.

Достоинство рассматриваемого представления случайного процесса, как имеющего ограниченный спектр, состоит в том, что для него дисперсии производных всех порядков ограничены. Это видно из того, что дисперсия производной порядка k [14]

$$D_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{\mu} N \omega^{2k} d\omega = \frac{N \mu^{2k+1}}{\pi (2k+1)} = \frac{D_0 \mu^{2k}}{2k+1}. \quad (7.43)$$

Если заданы, например, допустимые значения дисперсий случайного сигнала D_0 и его первой производной D_1 , то из (7.43) можно найти допустимое значение полосы частот μ :

$$\mu = \sqrt{\frac{3D_1}{D_0}}. \quad (7.44)$$

Пусть теперь рассматриваемый случайный процесс является производящей функцией для решетчатого случайного процесса, т. е. последний представлен дискретными значениями указанной функции. Здесь возможно рассмотреть два случая: 1) если спектр процесса широк в том смысле, что $\mu > T^{-1}$, то процесс сводится к дискретному белому шуму; 2) если спектр узок в том смысле, что $\mu \ll T^{-1}$, то решетчатый процесс имеет корреляционную функцию

$$K[m] = \frac{N \sin \mu m T}{\pi m T} = \frac{D_0 \sin \mu m T}{\mu m T}. \quad (7.45)$$

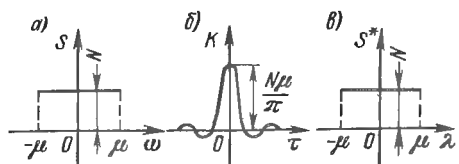
Этой корреляционной функции соответствует спектральная плотность

$$\begin{aligned} S(e^{j\omega T}) &= \frac{D_0}{\mu T} \left[2 \operatorname{Re} \frac{\sin \mu T}{e^{j\omega T} - \cos \mu T} - \mu T \right] = \\ &= D_0 \left[\frac{\sin \mu T (\cos \omega T - \cos \mu T)}{\mu T (1 - \cos \omega T \cos \mu T)} \right]. \end{aligned} \quad (7.46)$$

Использование этого выражения затруднено его сложностью.

Применительно к процессу со спектральной плотностью $S^*(\lambda)$,

Рис. 7.4. Равиомерная спектральная плотность с ограниченной полосой частот: а — в функции обычной частоты; б — в ее корреляционной функции; в — в функции псевдо частоты



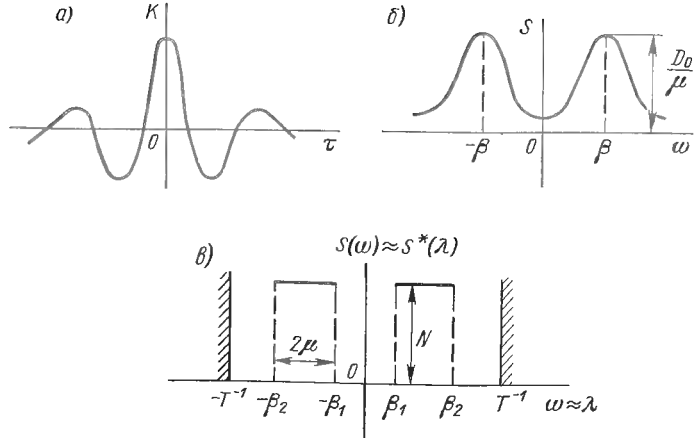


Рис. 7.5. Графики нерегулярной качки: *a* — корреляционная функция; *б* — спектральная плотность; *в* — аппроксимированная спектральная плотность

изображенной на рис. 7.4, *в* (в случае $\mu T \ll 1$), получим на основании формулы (7.32)

$$\begin{aligned}
 K[m] &\approx \frac{1}{\pi} \int_0^{\mu} \frac{N \cos \lambda m T d\lambda}{\left| 1 + j\lambda \frac{T}{2} \right|^2} \approx \frac{1}{\pi} \int_0^{\mu} N \cos \lambda m T d\lambda = \\
 &= \frac{N \sin \mu m T}{\pi m T} = \frac{D_0 \sin \mu m T}{\mu m T}.
 \end{aligned} \quad (7.47)$$

Нерегулярная качка. Для случайных непрерывных процессов типа нерегулярной качки подвижных объектов (например, судов, самолетов и др.) может использоваться аппроксимация корреляционной функции вида [14, 18]

$$K(\tau) = D_0 e^{-\mu |\tau|} \cos \beta \tau, \quad (7.48)$$

где β — преобладающая частота качки; μ — коэффициент нерегулярности (при $\mu = 0$ из (7.48) получается случай регулярной, т. е. гармонической, качки с амплитудой, равной $\sqrt{2D_0}$, и случайной фазой).

Корреляционная функция (7.48) дана на рис. 7.5, *a*. Такая корреляционная функция используется также для аппроксимации корреляционных функций, относящихся к случайным процессам, не связанным с качкой каких-либо подвижных объектов, но когда корреляционная функция является затухающей колебательной.

Корреляционной функции (7.48) соответствует спектральная плотность

$$\begin{aligned}
 S(\omega) &= \frac{D_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu|\tau|} \cos \beta\tau e^{-j\omega\tau} d\tau = \\
 &= \mu D_0 \left[\frac{1}{\mu^2 + (\beta - \omega)^2} + \frac{1}{\mu^2 + (\beta + \omega)^2} \right] = \\
 &= \frac{2\mu D_0 \left(1 + \frac{\omega^2}{\beta^2 + \omega^2} \right)}{(\beta^2 + \mu^2) \left| 1 + \frac{2\mu j\omega}{\beta^2 + \mu^2} - \frac{(j\omega)^2}{\beta^2 + \mu^2} \right|^2} = \frac{a D_0 (1 + b\omega^2)}{|1 + aj\omega + b(j\omega)^2|^2}, \quad (7.49)
 \end{aligned}$$

где $a = 2\mu (\beta^2 + \mu^2)^{-1}$; $b = (\beta^2 + \mu^2)^{-1}$.

Аппроксимация корреляционной функции вида (7.48) пригодна только, если рассматривается сама случайная величина, но не ее производные. Действительно, можно найти дисперсию D этой величины, но дисперсия первой производной последней $D_1 \rightarrow \infty$. Это можно получить умножением $S(\omega)$ на ω^2 и интегрированием в бесконечных пределах полученного произведения (т. е. спектральной плотности для производной рассматриваемой величины). В то же время на практике часто необходимо найти дисперсии скорости и ускорения изменения случайной величины, т. е. двух первых ее производных.

Найти дисперсии не только самой случайной величины, но и ее первой производной можно при использовании другой аппроксимации вместо (7.48)

$$K(\tau) = D_0 e^{-\mu|\tau|} \left(\cos \beta\tau + \frac{\mu}{\beta} \sin \beta|\tau| \right). \quad (7.50)$$

Ей соответствует спектральная плотность

$$\begin{aligned}
 S(\omega) &= \frac{\mu D_0}{\beta} \left[\frac{2\beta - \omega}{\mu^2 + (\beta - \omega)^2} + \frac{2\beta + \omega}{\mu^2 + (\beta + \omega)^2} \right] = \\
 &= \frac{2a D_0}{|1 + aj\omega + b(j\omega)^2|^2}, \quad (7.51)
 \end{aligned}$$

представленная на рис. 7.5, б (коэффициенты a и b здесь те же, что и в (7.49)).

Дисперсия производной случайной величины

$$\begin{aligned}
 D_1 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2a D_0 \omega^2 d\omega}{|1 + aj\omega + b(j\omega)^2|^2} = \\
 &= (\beta^2 + \mu^2) D_0. \quad (7.52)
 \end{aligned}$$

Однако дисперсия второй производной рассматриваемой случайной величины и при аппроксимации (7.50) стремится к бесконечности, как и при аппроксимации (7.48). В этом можно убедиться, интегрируя в бесконечных пределах спектральную плот-

ность $\omega^2 S(\omega)$. В конце этого параграфа приводятся аппроксимации, позволяющие получить дисперсии второй производной и производных более высоких порядков. При переходе от непрерывного к решетчатому случайному процессу типа нерегулярной качки корреляционную функцию получим из (7.48)

$$K[m] = D_0 e^{-\mu T |m|} \cos \beta T m. \quad (7.53)$$

Ей соответствует спектральная плотность

$$S^*(\lambda) = \frac{D_0 A \left(B + \frac{\lambda^2 T^2}{4} \right) \left(1 + \frac{\lambda^2 T^2}{4} \right)}{\left(B - \frac{\lambda^2 T^2}{4} \right)^2 + 4 A^2 \frac{\lambda^2 T^2}{4}}, \quad (7.54)$$

где

$$A = \frac{\operatorname{sh} \frac{\mu T}{2} \operatorname{ch} \frac{\mu T}{2}}{1 + \operatorname{sh} \frac{\mu T}{2} - \sin^2 \frac{\beta T}{2}}; \quad B = \frac{\operatorname{sh}^2 \frac{\mu T}{2} + \sin^2 \frac{\beta T}{2}}{1 + \operatorname{sh} \frac{\mu T}{2} - \sin^2 \frac{\beta T}{2}}.$$

Обычно $\mu T \ll 1$ и $\beta T \ll 1$, тогда спектральная плотность:

$$S^*(\lambda) \approx \frac{a D_0 (1 + b^2 \lambda^2) \left(1 + \frac{\lambda^2 T^2}{4} \right)}{T |1 + a j \lambda + b (j \lambda)^2|^2}, \quad (7.55)$$

где $a = 2\mu (\beta^2 + \mu^2)^{-1}$; $b = (\beta^2 + \mu^2)^{-1}$.

Эта спектральная плотность может быть получена из (7.49) при подстановке $\omega = \lambda$ и умножении на $T^{-1} (1 + 0,25 \lambda^2 T^2)$.

Корреляционная функция, позволяющая найти дисперсию первой производной рассматриваемой величины, может быть для решетчатого случайного процесса получена из (7.50)

$$K[m] = D_0 e^{-\mu T |m|} \left(\cos \beta T m + \frac{\mu}{\beta} \sin \beta T |m| \right). \quad (7.56)$$

Соответствующая спектральная плотность при $\beta T \ll 1$ и $\mu T \ll 1$ практически совпадает для $\lambda < T^{-1}$ со спектральной плотностью (7.51) при подстановке в нее $\omega = \lambda$ (рис. 7.5, а) и умножении на $T^{-1} \left(1 + \frac{\lambda^2 T^2}{4} \right)$

$$S^*(\lambda) \approx \frac{2a D_0 \left(1 + \frac{\lambda^2 T^2}{4} \right)}{T |1 + a j \lambda + b (j \lambda)^2|^2}. \quad (7.57)$$

Удачный вид аппроксимации спектральной плотности случайного процесса типа нерегулярной качки показан в виде $S(\omega) \approx \approx S^*(\lambda)$ на рис. 7.5, в. Эта аппроксимация дает конечные значения дисперсий производных всех порядков для рассматриваемой случайной величины. При $\beta < T^{-1}$ имеем $S^*(\lambda) \approx S(\omega)$ и псевдо-частота $\lambda \approx \omega$.

Корреляционная функция для (7.57)

$$K(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_{\beta_1}^{\beta_2} N \cos \omega \tau d\omega = \frac{D_0 \sin \mu \tau}{\mu \tau} \cos \beta \tau, \quad (7.58)$$

где $\beta = 0,5 (\beta_1 + \beta_2)$; $\mu = 0,5 (\beta_2 - \beta_1)$.

Интегрирование рассматриваемой спектральной плотности в бесконечных пределах дает дисперсию рассматриваемой величины

$$D_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S(\omega) d\omega = \frac{1}{\pi} \int_{\beta_1}^{\beta_2} N d\omega = \frac{2\mu N}{\pi}. \quad (7.59)$$

Дисперсия производной k -го порядка определяется по формуле

$$\begin{aligned} D_k &= \frac{1}{\pi} \int_{\beta_1}^{\beta_2} N \omega^{2k} d\omega = \frac{D_0 (\beta_2^{2k+1} - \beta_1^{2k+1})}{(2k+1)(\beta_2 - \beta_1)} = \\ &= \frac{D_0}{2(2k+1)\mu} [(\beta + \mu)^{2k+1} - (\beta - \mu)^{2k+1}]. \end{aligned} \quad (7.60)$$

Отсюда для первой и второй производных соответственно найдем:

$$D_1 = D_0 \left(\beta^2 + \frac{\mu^2}{3} \right) \approx D_0 \beta^2; \quad (7.61)$$

$$D_2 = D_0 \left(\beta^4 + 2\beta^2 \mu^2 + \frac{\mu^4}{5} \right) \approx D_0 \beta^2 (\beta^2 + 2\mu^2). \quad (7.62)$$

Из последних двух формул при известных D_0 , D_1 , D_2 определяются преобладающая частота β и коэффициент нерегулярности μ случайной качки. При переходе от непрерывного к решетчатому случайному процессу получим для него корреляционную функцию подстановкой $\tau = mT$ в (7.58)

$$K[m] = \frac{D_0 \sin \mu mT}{\mu mT} \cos \beta mT. \quad (7.63)$$

Гармонический сигнал. Пусть дан процесс вида $x(t) = A \sin(\beta t + \psi)$, где A и β — известные амплитуда и частота, а случайной величиной является начальная фаза ψ . Она имеет равномерное распределение в интервале от 0 до 2π . Корреляционная функция процесса равна $K(\tau) = D_0 \cos \beta \tau$, где дисперсия $D_0 = 0,5A^2$. Для решетчатой функции из этой корреляционной функции при $\tau = mT$ получим $K[m] = D \cos \beta mT$. Последнее выражение можно получить и из (7.53) при $\mu \rightarrow 0$. Спектральную плотность можно найти из (7.54) также при $\mu \rightarrow 0$. Оказывается, что $S^*(\lambda) \equiv 0$ при $\lambda^2 T^2 \neq 4B$. При $\lambda^2 T^2 = 4B$ спектральная плотность имеет бесконечный пик типа δ -функции.

Из последнего равенства можно найти

$$\lambda = \pm \frac{2}{T} \sqrt{\frac{\sin^2 \frac{\beta T}{2}}{1 - \sin^2 \frac{\beta T}{2}}} = \pm \frac{2}{T} \operatorname{tg} \frac{\beta T}{\alpha} = \pm \lambda_0,$$

где λ_0 введено для сокращения записи.

Спектральная плотность гармонического процесса со случай- ной начальной фазой может быть [14] записана в виде

$$S^*(\lambda) = \frac{D_0 \pi}{T} \left(1 + \frac{\lambda^2 T^2}{4} \right) [\delta(\lambda - \lambda_0) + \delta(\lambda + \lambda_0)].$$

Она имеет два бесконечных пика типа δ -функции на частотах $\pm \lambda$.

7.3. ПРОХОЖДЕНИЕ СЛУЧАЙНОГО РЕШЕТЧАТОГО СИГНАЛА ЧЕРЕЗ ЛИНЕЙНУЮ СИСТЕМУ

Использование корреляционной функции. Пусть дана линейная система с дискретной передаточной функцией $W(z)$, рис. 7.6, а, и приведенной весовой функцией $w_n[n]$. Тогда в соответствии с z -преобразованием имеем

$$W(z) = Z\{w_n[n]\}.$$

Пусть на входе действует центрированный случайный решетчатый сигнал $x_1[n]$ с корреляционной функцией $K[n, n_1]$. Выход- ной сигнал на основании [14] может быть записан для моментов времени nT и n_1T в виде:

$$\left. \begin{aligned} x_2[n] &= \sum_{i=0}^n w_n[i] x_2[n-i]; \\ x_2[n_1] &= \sum_{k=0}^{n_1} w_n[k] x_2[n_1-k]. \end{aligned} \right\} \quad (7.64)$$

Перемножив левые и правые части уравнений (7.64), получим

$$x_2[n] x_2[n_1] = \sum_{i=0}^n \sum_{k=0}^{n_1} w_n[i] w_n[k] x_1[n-i] x_1[n_1-k]. \quad (7.65)$$

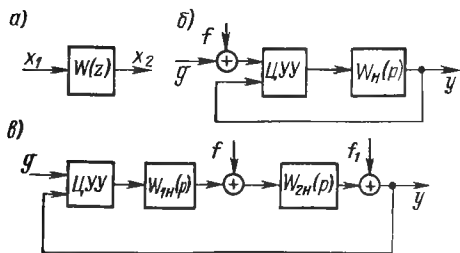


Рис. 7.6. Линейные системы со слу- чайными воздействиями: а — про- стейшая; б — с возмущением на входе; в — с возмущением в середине канала

Корреляционной функция решетчатого сигнала на выходе системы

$$K_2[n, n_1] = \sum_{i=0}^n w_{\Pi}[i] \sum_{k=0}^{n_1} w_{\Pi}[k] K_1[n-i, n-k]. \quad (7.66)$$

При $n_1 = n$ отсюда получим дисперсию выходного сигнала

$$D_2[n] = \sum_{i=0}^n w_{\Pi}[i] \sum_{k=0}^n w_{\Pi}[k] K_1[n-i, n-k]. \quad (7.67)$$

Если входной процесс стационарен, то $K_1[n, n_1] = K_1[m]$, где $m = n - n_1$. Тогда

$$K_2[n, n_1] = \sum_{i=0}^n w_{\Pi}[i] \sum_{k=0}^{n_1} w_{\Pi}[k] K_1[m-i+k]; \quad (7.68)$$

$$D^2[n] = \sum_{i=0}^n w_{\Pi}[i] \sum_{k=0}^n w_{\Pi}[k] K_1[k-i]. \quad (7.69)$$

Если рассматриваемая система устойчива, то $K_2[n, n_1]$ и $D_2[n]$ стремятся к пределам, определяющим стационарный процесс на выходе. Чтобы найти эти пределы, следует положить $n \rightarrow \infty$, $n_1 \rightarrow \infty$ и учесть, что $n - n_1 = m$. Тогда

$$K_2[m] = \sum_{i=0}^{\infty} w_{\Pi}[i] \sum_{k=0}^{\infty} w_{\Pi}[k] K_1[m-i+k]; \quad (7.70)$$

$$D_2 = K_2[0] = \sum_{i=0}^{\infty} w_{\Pi}[i] \sum_{k=0}^{\infty} w_{\Pi}[k] K_1[k-i]. \quad (7.71)$$

Если входной сигнал — это дискретный белый шум с корреляционной функцией $K_1[m] = D_1 \delta_0[m]$, то (7.67) можно представить в виде

$$\begin{aligned} D_2[n] &= D_1 \sum_{i=0}^n w_{\Pi}[i] \sum_{k=0}^n w_{\Pi}[k] \delta_0[k-i] = \\ &= D_1 \delta_0[k-i] = D_1 \sum_{k=0}^n w_{\Pi}^2[k]. \end{aligned} \quad (7.72)$$

Тогда установившееся значение дисперсии выходного сигнала

$$D_2 = D_2[\infty] = D_1 \sum_{k=0}^{\infty} w_{\Pi}^2[k]. \quad (7.73)$$

Входящая сюда сумма квадратов весовой функции может быть согласно известным соотношениям [14, 18] найдена интегриро-

ванием квадрата модуля передаточной функции $W(e^{j\omega T})$ или $W^*(j\lambda)$:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \omega_n^2[k] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/T}^{\pi/T} |W(e^{j\omega T})|^2 d\omega = T\Delta\omega_n; \quad (7.74)$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \omega_n^2[k] = \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|W^*(j\lambda)|^2 d\lambda}{\left|1 + j\lambda \frac{T}{2}\right|^2} = T\Delta\lambda_n. \quad (7.75)$$

Здесь введена эквивалентная полоса пропускания частот рассматриваемой линейной системы $\Delta\omega_n = \Delta\lambda_n$ или безразмерная эквивалентная полоса пропускания частот $T\Delta\omega_n = T\Delta\lambda_n$ (эквивалентная полоса пропускания удобна для расчетов).

Установившееся значение дисперсии выходной величины выражается через эквивалентную полосу пропускания следующим образом:

$$D_2 = D_1 T \Delta\omega_n = D_1 T \Delta\lambda_n. \quad (7.76)$$

Пример 7.1. Рассмотрим разомкнутый канал управления с цифровым устройством, с передаточной функцией $D(z)$, содержащий непрерывное апериодическое звено первого порядка с передаточной функцией $W_n(p) = k_n(1 + T_1 p)^{-1}$. Пусть $D(z) = 1$, тогда дискретная передаточная функция этого канала, согласно [14, 18], равна

$$W(z) = \frac{\delta}{\delta_1} \frac{z-1}{z} Z\left\{\frac{k_n}{p(1+T_1 p)}\right\} = \frac{\delta k_n(1-d)}{\delta_1(z-d)},$$

где $d = \exp(-T/T_1)$.

Передаточная функция по псевдо частоте

$$W^*(j\lambda) = W^*\left(\frac{1+j\lambda T/2}{1-j\lambda T/2}\right) = \frac{\delta k_n}{\delta_1} \frac{1-j\lambda T/2}{1+j\lambda T/2},$$

где эквивалентная постоянная времени $T_n = 0,5T(1+d)(1-d)^{-1}$.

Приведенная весовая функция рассматриваемого канала, т. е. реакция его на единственную единичную дискрету на входе, равна

$$\begin{aligned} \omega_n[n] &= K \left\{ \left(1 - e^{-\frac{nT}{T_1}}\right) \cdot 1[n] - \left(1 - e^{-\frac{(n-1)T}{T_1}}\right) \cdot 1[n-1] \right\} = \\ &= K \frac{1-d}{d} e^{-\frac{nT}{T_1}} \cdot 1[n-1] = K \frac{1-d}{d} d^n \cdot 1[n-1], \end{aligned}$$

где $K = k_n \delta \delta_1^{-1}$ — общий коэффициент передачи канала.

Согласно (6.70) дисперсия выходной величины при действии на входе шумов квантования по уровню равна

$$D_2[n] = \frac{\delta_1^2}{12} K^2 \frac{(1-d)^2}{d^2} \sum_{k=0}^n d^{2k} \cdot 1[k-1] = \\ = \frac{\delta^2 k_H^2}{12} \frac{1-d}{1+d} (1-d^{2n}).$$

Установившееся значение дисперсии при $n \rightarrow \infty$ определяется по формуле

$$D_2 = \lim_{n \rightarrow \infty} D_2[n] = \frac{\delta^2 k_H^2}{12} \frac{1-d}{1+d} = \frac{\delta_1^2}{12} K^2 \frac{1-d}{1+d}.$$

Это значение можно найти также по эквивалентной полосе пропускания (7.75)

$$T \Delta \lambda_0 = \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|W^*(j\lambda)|^2 d\lambda}{\left|1 + j\lambda \frac{T}{2}\right|^2} = \frac{T \delta^2 k_H^2}{2\pi \delta_1^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\lambda}{|1 + j\lambda T_0|^2} = \\ = \frac{\delta^2 k_H^2}{\delta_1^2} \frac{1-d}{1+d},$$

откуда, согласно (7.76), получим

$$D_2 = D_1 T \Delta \lambda_0 = \frac{\delta_1^2}{12} K^2 \frac{1-d}{1+d} = \frac{\delta^2 k_H^2}{12} \frac{1-d}{1+d}.$$

Использование спектральной плотности входного сигнала. Рассмотрим теперь определение спектральной плотности $S(e^{j\omega T})$ или $S^*(\lambda)$ и установившейся дисперсии выходной величины линейной системы по спектральной плотности входной величины. За исходную примем формулу (7.70).

Спектральная плотность выходной величины

$$S_2(z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} K_1[m] z^{-m} = \sum_{i=-\infty}^{\infty} w_{\Pi}[i] \sum_{k=-\infty}^{\infty} w_{\Pi}[k] \sum_{m=-\infty}^{\infty} K_1[m - \\ - i + k] z^{-m}. \quad (7.77)$$

Нижние пределы суммирования по i и k здесь допустимо брать равными $-\infty$, так как при $n < 0$ всегда $w_{\Pi}[n] = 0$. Подставляя $m - i + k = m_1$, получим из (7.77)

$$S_2(z) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} w_{\Pi}[i] z^{-i} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} w_{\Pi}[k] z^k \sum_{m_1=-\infty}^{\infty} K_1[m_1] z^{-m_1} = \\ = W(z) W(z^{-1}) S_1(z). \quad (7.78)$$

Переход к спектральным плотностям $S_1(e^{j\omega T})$ и $S_2(e^{j\omega T})$ по формуле (7.22) дает

$$S_2(e^{j\omega T}) = |W(e^{j\omega T})|^2 S_1(e^{j\omega T}). \quad (7.79)$$

Здесь можно перейти к псевдочастоте

$$S_2^*(\lambda) = |W^*(j\lambda)|^2 S_1^*(\lambda). \quad (7.80)$$

Интегрируя это выражение в бесконечных пределах, получим установившуюся дисперсию выходной величины

$$D_2 = \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|W^*(j\lambda)|^2 S_1^*(\lambda) d\lambda}{\left|1 + j\lambda \frac{T}{2}\right|^2}. \quad (7.81)$$

Как известно, закон распределения случайной величины при прохождении ее через линейную систему может изменяться. Однако если случайная входная величина линейной системы имеет нормальное распределение, то выходная величина имеет такое же распределение.

Интеграл (7.81) обычно содержит подынтегральное выражение вида

$$|B(j\lambda)/A(j\lambda)|^2,$$

где $A(j\lambda)$ и $B(j\lambda)$ — некоторые полиномы от комплексной переменной $j\lambda$.

Наивысшую степень знаменателя обозначим $2n$. Наивысшая степень числителя тогда может быть не больше $2n - 2$. Последнюю дробь удобнее интегрировать, представив ее в виде [18, 59]

$$|B(j\lambda)/A(j\lambda)|^2 = G(j\lambda)/A(j\lambda) A(-j\lambda),$$

где

$$A(j\lambda) = a_0(j\lambda)^n + a_1(j\lambda)^{n-1} + \dots + a_n;$$

$$G(j\lambda) = b_0(j\lambda)^{2n-2} + b_1(j\lambda)^{2n-4} + \dots + b_{n-1}.$$

Полином $G(j\lambda)$ содержит только четные степени $j\lambda$, а полином $A(j\lambda)$ для устойчивой системы может иметь корни только в верхней полуплоскости. Область устойчивости перемещается из левой полуплоскости в верхнюю [18] из-за подстановки $\omega = j\lambda T/2$, а множитель j означает поворот комплексного числа на $\pi/2$. Вычисление дисперсии (7.81) можно свести к определению интеграла

$$I_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G(j\lambda) d\lambda}{A(j\lambda) A(-j\lambda)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G(j\lambda) d\lambda}{|A(j\lambda)|^2}. \quad (7.82)$$

При любом n в случае устойчивой системы этот интеграл может быть записан в виде

$$I_n = M_n/2a_0\Delta_n, \quad (7.83)$$

где

$$\Delta_n = - \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & \dots & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_n \end{vmatrix} \quad (7.84)$$

представляет собой взятый с обратным знаком старший определитель Гурвица, а

$$M_n = \begin{vmatrix} b_0 & b_1 & b_2 & \dots & b_{n-1} \\ a_0 & a_2 & a_4 & \dots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_n \end{vmatrix}. \quad (7.85)$$

Результаты интегрирования рассматриваемых интегралов для $n \leq 7$ имеются в таблицах [18], см. также приложение.

Расчет выходной величины в промежутке между дискретными моментами времени. Выше все формулы для корреляционных функций, спектральных плотностей и дисперсий выходной величины линейной системы предназначены для рассмотрения этой величины только в дискретные моменты времени $t = nT$. Если выходную величину необходимо рассматривать в промежутках между этими моментами, то следует пользоваться приведенной весовой функцией вида $w_{\Pi}[n, \varepsilon]$ и передаточной функцией [14, 18]

$$W(z, \varepsilon) = \sum_{n=0}^{\infty} w_{\Pi}[n, \varepsilon] z^{-n}.$$

Таким образом, необходимо скорректировать все рассмотренные выше формулы. Так, формулу (7.70) следует для выходного решетчатого сигнала записать в виде

$$K_2[m, \varepsilon] = \sum_{i=0}^{\infty} w_{\Pi}[i, \varepsilon] \sum_{k=0}^{\infty} w_{\Pi}[k, \varepsilon] K_1[m - i + k]. \quad (7.86)$$

Установившаяся дисперсия решетчатой выходной величины согласно, например (7.81), будет

$$D_2(\varepsilon) = K_2[0, \varepsilon] = \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|W^*(j\lambda, \varepsilon)|^2 S_1^*(\lambda) d\lambda}{\left|1 + j\lambda \frac{T}{2}\right|^2}. \quad (7.87)$$

При усреднении этого выражения на интервале $0 \leq \varepsilon \leq 1$ получается дисперсия непрерывной выходной величины дискретной линейной системы

$$\bar{D}_2 = \int_0^1 D_2(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (7.88)$$

Однако в расчетах обычно можно ограничиться использованием дисперсии D_2 непрерывной величины, определяемой для дискретных моментов времени nT .

Случай отсутствия возмущения. Цифроаналоговая система может находиться под воздействием задающего сигнала $g(t)$ и возмущения $f(t)$, приложенного в произвольной ее точке. Примем, что оба эти сигнала являются случайными стационарными. При отсутствии возмущения и наличии только задающего сигнала $g(t)$, рис. 7.6, а, спектральная плотность ошибки

$$S_e^*(\lambda) = |H_e^*(j\lambda)|^2 S_g^*(\lambda) = \frac{S_g^*(\lambda)}{|1 + W^*(j\lambda)|^2}, \quad (7.89)$$

где $S_g^*(j\lambda)$ — спектральная плотность задающего воздействия; $H_e^*(j\lambda)$ — частотная передаточная функция замкнутой системы для ошибки; $W^*(j\lambda)$ — частотная передаточная функция разомкнутой системы.

Из (7.89) найдем дисперсию ошибки

$$D_e = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S_g^*(\lambda) d\lambda}{\left|1 + j\lambda \frac{T}{2}\right|^2 |1 + W^*(j\lambda)|^2}. \quad (7.90)$$

Спектральная плотность выходной величины

$$S_y^*(\lambda) = |H^*(j\lambda)|^2 S_g^*(\lambda) = \left| \frac{W^*(j\lambda)}{1 + W^*(j\lambda)} \right|^2 S_g^*(\lambda), \quad (7.91)$$

где $H^*(j\lambda)$ — частотная передаточная функция замкнутой системы.

Из (7.91) найдем дисперсию выходной величины в дискретные моменты времени

$$D_y = \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|H^*(j\lambda)|^2 S_g^*(\lambda) d\lambda}{\left|1 + j\lambda \frac{T}{2}\right|^2}. \quad (7.92)$$

Случай задающего и возмущающего воздействий, приложенных в общей точке. Пусть имеется возмущающее воздействие, и оно приложено на входе ЦАС (рис. 7.6, б). Запишем ошибку системы для двух дискретных моментов времени $t = nT$ и $t_1 = n_1 T$:

$$e[n] = \sum_{i=0}^n h_e[i] g[n-i] + \sum_{q=0}^n h[q] f[n-q]; \quad (7.93)$$

$$e[n_1] = \sum_{k=0}^{n_1} h_e[k] g[n-k] - \sum_{l=0}^{n_1} h[l] f[n_1-l], \quad (7.94)$$

где $h[n]$ и $h_e[n]$ — приведенные весовые функции замкнутой системы для выходной величины y и ошибки e , связанные z -преобразованием соответственно с передаточными функциями $H(z)$ и $H_e(z)$.

Перемножением (7.93) и (7.94) и выполнение действий, аналогичных выполненным при выводе (7.70) и (7.71), дает корреляционную функцию ошибки в установившемся режиме

$$\begin{aligned}
 K_e[m] = & \sum_{i=0}^{\infty} h_e[i] \sum_{k=0}^{\infty} h_e[k] K_g[m-i+k] + \\
 & + \sum_{q=0}^{\infty} h[q] \sum_{l=0}^{\infty} h[l] K_f[m-q+l] + \\
 & + \sum_{q=0}^{\infty} h[q] \sum_{k=0}^{\infty} h_e[k] K_{gf}[m-g+k] + \\
 & + \sum_{i=0}^{\infty} h_e[i] \sum_{l=0}^{\infty} h[l] K_{fg}[m-i+l],
 \end{aligned} \quad (7.95)$$

где $K_g[m]$ — корреляционная функция задающего воздействия; $K_f[m]$ — корреляционная функция возмущающего воздействия; $K_{gf}[m]$ и $K_{fg}[m]$ — взаимные корреляционные функции.

Подстановка $m = 0$ в (7.95) дает дисперсию ошибки

$$\begin{aligned}
 D_e = K_e[0] = & \sum_{i=0}^{\infty} h_e[i] \sum_{k=0}^{\infty} h_e[k] K_g[k-i] + \\
 & + \sum_{q=0}^{\infty} h[q] \sum_{l=0}^{\infty} h[l] K_f[l-q] + \sum_{q=0}^{\infty} h[q] \sum_{k=0}^{\infty} h_e[k] K_{gf}[k-q] + \\
 & + \sum_{i=0}^{\infty} h_e[i] \sum_{l=0}^{\infty} h[l] K_{fg}[l-i].
 \end{aligned} \quad (7.96)$$

Из (7.95) можно найти спектральную плотность ошибки применением тех же операций, которые были сделаны при выводе формулы (7.79)

$$\begin{aligned}
 S_e(e^{j\omega T}) = & |H_e(e^{j\omega T})|^2 S_g(e^{j\omega T}) + |H(e^{j\omega T})|^2 S_f(e^{j\omega T}) + \\
 & + H_e(e^{-j\omega T}) H(e^{j\omega T}) S_{gf}(e^{j\omega T}) + H_e(e^{j\omega T}) H(e^{-j\omega T}) S_{fg}(e^{j\omega T}).
 \end{aligned} \quad (7.97)$$

Переходя к псевдочастотам, получим

$$\begin{aligned}
 S_e^*(\lambda) = & |H_e^*(j\lambda)|^2 S_g^*(\lambda) + |H^*(j\lambda)|^2 S_f^*(\lambda) + \\
 & + H_e^*(-j\lambda) H^*(j\lambda) S_{gf}^*(\lambda) + H_e^*(j\lambda) H^*(-j\lambda) S_{fg}^*(\lambda).
 \end{aligned} \quad (7.98)$$

Из последнего выражения определяется дисперсия ошибки

$$D_e = \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S_e^*(\lambda) d\lambda}{\left|1 + j\lambda \frac{T}{2}\right|^2}.$$

Если корреляция сигналов $g(t)$ и $f(t)$ отсутствует, то $K_{gf}[m] = K_{fg}[m] = 0$ и выражение для корреляционной функции ошибки для этого частного случая упрощается

$$K_e[m] = \sum_{i=0}^{\infty} h_e[i] \sum_{k=0}^{\infty} h_e[k] K_g[m-i+k] + \sum_{q=0}^{\infty} h[q] \sum_{l=0}^{\infty} h[l] K_f[m-q+l]. \quad (7.99)$$

Аналогично упрощаются формулы (7.97) и (7.98) для спектральной плотности. Так, спектральная плотность в виде функции псевдочастоты определяется по формуле

$$S_e^*(\lambda) = |H_e^*(j\lambda)|^2 S_g^*(\lambda) + |H^*(j\lambda)|^2 S_f^*(\lambda). \quad (7.100)$$

Приложение задающего и возмущающего воздействий в разных точках. Рассмотрим теперь другой возможный случай, когда возмущающее воздействие $f(t)$ приложено в точке, отличной от точки приложения задающего воздействия $g(t)$, рис. 7.6, в. Для исследования можно формально перенести $f(t)$ на выход в виде $f_1(t)$ рис. 7.6, б. Это воздействие, эквивалентное приложенному в действительности, можно представить как

$$f_1(t) = W_{2н}(p) f(t), \quad (7.101)$$

где $W_{2н}(p)$ — передаточная функция части канала управления между точками приложения $f(t)$ и $f_1(t)$.

Спектральная плотность эквивалентного воздействия

$$S_g(e^{j\omega T}) = |W_{2н}(j\omega)|^2 S_f(e^{j\omega T}), \quad (7.102)$$

если $S(e^{j\omega T})$ — спектральная плотность воздействия $f(t)$.

По $S_g(e^{j\omega T})$ можно найти корреляционную функцию $K_g(\tau)$ эквивалентного воздействия $f_1(t)$, а из нее — корреляционную функцию решетчатого сигнала $K_g[m]$ подстановкой $\tau = mT$ и спектральную плотность $S_g^*(\lambda)$, см. пп. 7.2 и 7.3.

Последующий расчет близок к изложенному для случая отсутствия возмущающего воздействия, т. е. случая, для которого на рис. 7.6, б $f(t) = 0$. Различие состоит в том, что для воздействия $f_1(t)$ должна использоваться та же передаточная функция $H_e(e^{j\omega T})$ или $H_e^*(j\lambda)$, которая справедлива для задающего воздействия. На этом основании запишем спектральную плотность суммарной ошибки от задающего и возмущающего воздействий $g(t)$ и $f_1(t)$, полагая для простоты, что корреляция между ними отсутствует

$$S_e^*(\lambda) = |H_e^*(j\lambda)|^2 [S_g^*(\lambda) + S_s^*(\lambda)]. \quad (7.103)$$

Далее по формуле (7.98) можно найти дисперсию ошибки.

МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ЛИНЕАРИЗОВАННЫХ АНАЛОГО-ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ

8.1. ОСОБЕННОСТИ ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Понятие аналого-цифровой системы. Аналого-цифровой будем называть автоматическую систему, в которой цифровой части предшествует непрерывное динамическое звено. В отличие от цифроаналоговых систем, где непрерывные звенья присутствуют лишь на выходе, аналого-цифровые системы нельзя рассматривать как обобщенные импульсные фильтры со входными и выходными сигналами в виде решетчатых функций времени. Выходной сигнал аналого-цифровой системы зависит от значений входного сигнала в любой момент непрерывного времени, а не только в тактовых точках $t = nT$. Следовательно, такая система не может быть адекватно описана разностным уравнением или дискретной передаточной функцией, методы исследования которых во временной или частотной областях образуют основу классической теории линейных импульсных и линеаризованных цифроаналоговых систем. Это вызывает необходимость выделения аналого-цифровых систем в отдельную группу и разработки специальных методов их исследования.

Фактически аналого-цифровыми являются большинство реальных микропроцессорных систем управления, поскольку приложенные к ним воздействия и ошибка управления по своей физической природе обычно соответствуют непрерывным функциям времени. Даже если чувствительный элемент, используемый в системе, имеет цифровой выход, измерение происходит не мгновенно и связано с накоплением информации об измеряемой величине на некотором интервале времени, предварительной фильтрацией с целью подавления шумов и другой динамической обработкой. При использовании аналогового чувствительного элемента к его собственной инерционности часто добавляется инерционность устройства сглаживания измеренного сигнала перед аналого-цифровым преобразованием, служащего для сужения спектра этого сигнала, подвергаемого квантованию во времени. Таким образом, перед цифровой частью системы часто имеется непрерывное звено. Если его инерционностью можно пренебречь, систему приближенно считают цифроаналоговой, что упрощает исследование. Если же динамические свойства чувствительного элемента существенны, то система должна исследоваться как аналого-цифровая.

Наконец, принципиально аналого-цифровыми являются автоматические системы, чувствительные элементы которых по прин-

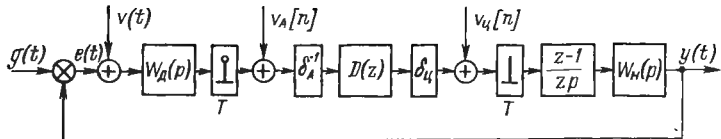


Рис. 8.1. Структурная схема замкнутой аналого-цифроаналоговой системы

ципу действия или в силу определенных кинематических соотношений реагируют не на собственно входное воздействие, а на некоторое его динамическое преобразование — производную, интеграл и т. п. Например, инерциальные датчики измеряют ускорение объекта вдоль оси чувствительности, т. е. вторую производную от линейного перемещения. Доплеровские радиотехнические датчики, датчики воздушной скорости, дрейфолаги измеряют составляющие линейной скорости перемещения. Двухстепенные гироскопы измеряют угловые скорости, лазерные гироскопы с цифровым выходом — приращения углов наклона за тактовый интервал и т. д.

Иногда даже цифроаналоговую систему целесообразно исследовать как частный случай аналого-цифровой (вернее, аналого-цифроаналоговой) системы. Это происходит тогда, когда важны характеристики ошибки управления непрерывной, а не решетчатой функции времени. Кроме того, часто оказывается эффективным метод синтеза цифроаналоговой системы по ее идеальному непрерывному прототипу. В этом случае требуется найти цифровой фильтр, близкий по своим динамическим свойствам к заданному непрерывному фильтру (в том или ином смысле). Такая задача предполагает рассмотрение входных и выходных сигналов в виде непрерывных функций времени как в аналого-цифровых, так и в цифроаналоговых системах.

Возможная структурная схема замкнутой аналого-цифроаналоговой системы показана на рис. 8.1, где $W_d(p)$ — передаточная функция непрерывного динамического звена, соответствующего аналоговому чувствительному элементу. Остальные обозначения не отличаются от принятых при рассмотрении цифроаналоговых систем. Линеаризованные АЦП и ЦАП отображены безынерционными звеньями с коэффициентами передачи δ_A^{-1} и δ_u , внешние сигналы которых суммируются с эквивалентными аддитивными шумами квантования по уровню $v_A[n]$ и $v_u[n]$. На схеме не учтены шумы округления в цифровом вычислителе, имеющем дискретную передаточную функцию $D(z)$. В качестве восстанавливающего элемента показан экстраполятор нулевого порядка, изображение по Лапласу выходного единичного прямоугольного импульса которого имеет вид $[1 - \exp(-pT)]/p = (z - 1)/(zp)$. Запаздывание в цифровой части можно условно отнести к непрерывной части и учесть добавлением соответствующей

чего можно заметить $\exp(-\pi t)$ к передаточной функции непрерывной части $W_n(p)$.

Задающее воздействие $g(t)$, приведенное ко входу системы помеховое воздействие $v(t)$, управляемая величина $y(t)$ и ошибка $e(t)$ считаются непрерывными функциями времени.

Описанную структурную схему будем рассматривать как базовую при изложении методов исследования аналого-цифровых систем. В частных случаях эти методы можно использовать для исследования цифроаналоговых систем (при $W_d(p) = 1$) или систем с цифровым выходом (при $W_n(p) = 1$). Система может быть и разомкнутой, что лишь упрощает ее исследование.

Задачи анализа и синтеза. Анализ аналого-цифровой системы предполагает оценку ее устойчивости, запаса устойчивости, быстродействия и оценку точности управления при детерминированных и случайных воздействиях. Суммарная ошибка управления может быть представлена в виде суммы четырех составляющих

$$e(t) = e_g(t) + e_v(t) + e_{vA}(t) + e_{vЦ}(t),$$

каждая из которых в линеаризованной системе связана с обработкой одного из приложенных к ней воздействий $g(t)$, $v(t)$, $v_A[n]$ и $v_{Ц}[n]$.

Случайный характер шумов квантования по уровню $v_A[n]$ и $v_{Ц}[n]$ обуславливает необходимость исследования составляющих $e_{vA}(t)$ и $e_{vЦ}(t)$ статистическими методами. Динамическая составляющая ошибки $e_g(t)$ и составляющая от помехи $e_v(t)$ могут быть либо случайными, либо детерминированными в зависимости от вида воздействий $g(t)$ и $v(t)$. Наиболее сложен анализ динамической составляющей ошибки. При статистическом анализе точности управления обычно определяется средний квадрат результирующей ошибки $\bar{e}^2$ в установившемся режиме при осреднении по непрерывному или дискретному времени. В характерном случае отсутствия взаимной корреляции между воздействиями достаточно просуммировать средние квадраты всех четырех составляющих ошибки по формуле

$$\bar{e}^2 = \bar{e}_g^2 + \bar{e}_v^2 + \bar{e}_{vA}^2 + \bar{e}_{vЦ}^2. \quad (8.1)$$

Синтез цифровой части аналого-цифровой системы предполагает выбор дискретной передаточной функции $D(z)$, периода дискретности T , цены единицы младшего разряда АЦП δ_A и числа его двоичных разрядов α_A , цены единицы младшего разряда ЦАП $\delta_{Ц}$ и числа его двоичных разрядов $\alpha_{Ц}$, а также назначение требований к ширине разрядной сетки используемой микроЭВМ или микропроцессорного модуля. При выполнении такого синтеза может выявиться целесообразность изменения значений отдельных параметров непрерывной части системы. В принципе должен быть исследован также вопрос о выборе вида экстраполятора, однако простота построения экстраполятора нулевого по-

рядка обычно является решающим фактором, определяющим такой выбор.

Перед проведением синтеза следует сформулировать критерий, позволяющий разработчику обоснованно выносить суждение о преимуществе какого-либо одного из возможных вариантов построения системы перед другими. Обычно используют точностной критерий, а требования по запасу устойчивости, быстродействию и др. учитывают в виде ограничений.

Существенно, что условие $\bar{e}^2 \rightarrow \min$ не может служить единственным критерием оптимальности аналого-цифровой системы, поскольку оно предполагает тривиальное решение задачи выбора величин T , δ_A и $\delta_{Ц}$. Действительно, при $T \rightarrow 0$, $\delta_A \rightarrow 0$, $\delta_{Ц} \rightarrow 0$ будет получена гипотетическая система, фактически являющаяся непрерывной и не имеющая потерь в точности управления за счет действия эффектов квантования во времени и по уровню. Но такая система нереализуема, так как уменьшение периода дискретности и цены единиц младших разрядов преобразователей связано с определенными аппаратными затратами и не может продолжаться беспредельно. Дать точное математическое описание потерь, связанных с выбором чрезмерно малых величин T , δ_A и $\delta_{Ц}$, а также чрезмерно высокого порядка дискретной передаточной функции $D(z)$, не представляется возможным. Поэтому строгая постановка задачи оптимального математического синтеза структуры и всех параметров аналого-цифровой системы затруднительна. Однако может быть разработана методика нахождения варианта системы, удовлетворяющего заданным требованиям к точности управления, к сложности алгоритма вычислений в цифровой части, к разрядности преобразователей и т. п.

Заметим, что при построении многоканальной системы управления на базе одной ЦВМ возникает необходимость рационального распределения машинного времени между каналами-потребителями. Поэтому на постановку задачи синтеза дискретной передаточной функции цифровой части в каждом канале управления оказывают влияние результаты синтеза для других каналов. Путь преодоления этого противоречия состоит в последовательном решении задач синтеза отдельных каналов при предъявлении обоснованных на данном этапе проектирования требований, не исключая возможности повторения процедуры синтеза в связи с изменением требований к показателям работы данного канала. При формулировании требований к точности аналого-цифровой системы следует иметь в виду следующее. Предельно высокая или потенциальная точность управления теоретически может быть достигнута лишь в идеальной непрерывной системе, не имеющей инструментальных погрешностей. Реальной непрерывной (аналоговой) системе всегда свойственна худшая точность, чем потенциальная, даже если она строится на основе результатов оптимального математического синтеза. Это вызвано неизбежными отступлениями от идеальности при реализации элементов системы,

что приводит к появлению инструментальных составляющих ошибки управления в дополнение к ее динамической составляющей и составляющей от воздействия помех. В аналого-цифровой системе также недостижима потенциальная точность из-за наличия специфических составляющих ошибки, связанных с квантованием во времени и по уровню, но они обычно могут быть сделаны пренебрежимо малыми. Вполне достаточно потребовать, чтобы в аналого-цифровой системе средний квадрат суммарной ошибки управления был лишь на несколько процентов больше, чем в идеальной непрерывной системе, обеспечивающей потенциальную точность. Тогда можно считать, что в аналого-цифровой системе достигается точность управления, практически совпадающая с потенциальной точностью. При сравнении точностей аналого-цифровой и аналоговой систем первая будет иметь преимущество, если составляющие ошибки, обусловленные эффектами квантования, будут меньше инструментальной составляющей ошибки аналоговой системы.

8.2. АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ И КАЧЕСТВА

Эквивалентная структурная схема системы. Преобразуем структурную схему аналого-цифровой системы, изображенную на рис. 8.1, к более удобному для анализа динамических свойств системы виду. Для этого непрерывное динамическое звено с передаточной функцией $W_d(p)$ и импульсный элемент перенесем из канала ошибки через элемент сравнения в каналы обратной связи и входного воздействия так, как показано на рис. 8.2. Результат прохождения задающего воздействия через звено с передаточной функцией $W_d(p)$ обозначим через $g_d(t)$, а результат прохождения управляемой величины через подобное звено — $y_d(t)$. Помеховое воздействие и шумы квантования по уровню на схеме не учтены. Поскольку в описанной эквивалентной структурной схеме нет точки, где могла бы наблюдаться ошибка управления $e(t)$ или $e[n]$, условно образуем дополнительный канал вычисления ошибки $e(t) = g(t) - y(t)$. Соответствующее построение показано на рис. 8.2 штриховой линией.

Смысл выполненного структурного преобразования состоит в том, что показанный на рис. 8.2 замкнутый контур, к которому приложено воздействие в виде решетчатой функции времени

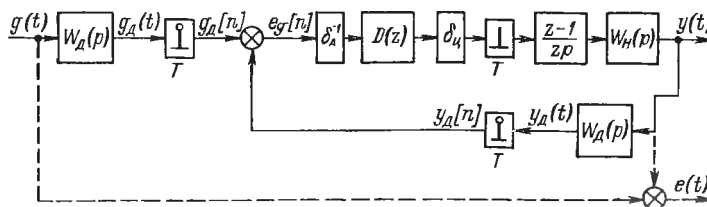


Рис. 8.2. Эквивалентная структурная схема для анализа динамических свойств аналого-цифроаналоговой системы

$g_d[n]$, является не аналого-цифровым, как в исходной схеме, а цифроаналоговым. Такая трактовка упрощает анализ устойчивости системы, формы ее переходной характеристики и точности при детерминированных воздействиях, поскольку появляется возможность использовать аппарат классической теории импульсных и цифровых систем. Однако анализ динамической составляющей ошибки при случайном задающем воздействии остается проблемой.

Используемые дискретные передаточные функции. Введем следующие z -преобразования функций времени, описывающих работу системы: $G_d(z) = Z\{g_d[n]\}$, $Y(z, \varepsilon) = Z_\varepsilon\{y[n]\}$, $Y_d(z) = Z\{y_d[n]\}$, $E_d(z) = Z\{e_d[n]\}$. Для исследования связи между ними определим дискретные передаточные функции разомкнутого контура

$$W_p(z, \varepsilon) = Y(z, \varepsilon)/E_d(z), \quad W_{pd}(z) = Y_d(z)/E_d(z)$$

и замкнутого контура

$$H_s(z, \varepsilon) = Y(z, \varepsilon)/G_d(z), \quad H_{sd}(z) = Y_d(z)/G_d(z).$$

Учитывая, что в рассматриваемом контуре (рис. 8.2) непрерывные звенья следуют за дискретными, и используя формулу (6.12) для дискретной передаточной функции приведенной непрерывной части, запишем выражения:

$$W_p(z, \varepsilon) = \frac{\delta_{II}}{\delta_A} D(z) \frac{z-1}{z} Z_\varepsilon \left\{ \frac{W_n(p)}{p} \right\}; \quad (8.2)$$

$$W_{pd}(z) = \frac{\delta_{II}}{\delta_A} D(z) \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{W_n(p) W_d(p)}{p} \right\}. \quad (8.3)$$

Принимая во внимание уравнение замыкания $E_d(z) = G_d(z) - Y_d(z)$, для дискретных передаточных функций замкнутого контура по величинам $y[n, \varepsilon]$ и $y_d[n]$ соответственно получим:

$$H_s(z, \varepsilon) = \frac{W_p(z, \varepsilon)}{1 + W_{pd}(z)}; \quad H_{sd}(z) = \frac{W_{pd}(z)}{1 + W_{pd}(z)}. \quad (8.4)$$

Оценка устойчивости. Из формул (8.4) следует, что устойчивость замкнутого контура определяется видом корней характеристического уравнения $1 + W_{pd}(z) = 0$, которые должны лежать внутри круга единичного радиуса на плоскости z (см. п. 5.1). Это обеспечивает устойчивость всей аналого-цифровой системы при условии, что устойчиво непрерывное динамическое звено с передаточной функцией $W_d(p)$. Для анализа устойчивости замкнутого контура, имеющего в разомкнутом состоянии дискретную передаточную функцию $W_{pd}(z)$ вида (8.3), возможно использование алгебраических или частотных критериев устойчивости по обычной методике, развитой для цифроаналоговых систем и предполагающей переход к ω -преобразованию или к функциям псевдочастоты.

Построение переходной характеристики. Оценку запаса устойчивости и быстродействия аналого-цифровой системы удобно произвести по виду ее переходной характеристики $h[n, \varepsilon]$, рассматриваемой как решетчатая функция времени. При изменении относительного смещения ε в пределах $\varepsilon \in (0, 1)$ можно построить график переходной характеристики $h(t)$ как непрерывной функции времени.

Переходную характеристику получим как реакцию системы на задающее воздействие в виде единичной ступенчатой функции $g(t) = 1(t)$, которое вызовет на выходе динамического звена с передаточной функцией $W_d(p)$ сигнал $g_d(t)$, определяемый через обратное преобразование Лапласа: $g_d(t) = L^{-1}\{W_d(p)/p\}$. Этот сигнал после квантования во времени воздействует на замкнутый контур (рис. 8.2), рассматриваемый как импульсный фильтр с дискретной передаточной функцией $H_s(z, \varepsilon)$. Смещенное z -преобразование выходного сигнала такого фильтра составит

$$Y(z, \varepsilon) = H_s(z, \varepsilon) Z\{g_d[n]\},$$

что при переходе к оригиналу $y[n, \varepsilon] = h[n, \varepsilon]$ даст искомую переходную характеристику

$$h[n, \varepsilon] = Z^{-1}\{H_s(z, \varepsilon) Z\{W_d(p)/p\}\}. \quad (8.5)$$

Анализ ошибки при гармоническом воздействии. При задающем воздействии вида

$$g(t) = g_M \sin(\omega t + \varphi), \quad \varphi \in [0, 2\pi), \quad \omega \in [0, \pi/T)$$

выходная величина $y(t)$ будет иметь в дискретные моменты времени $t = (n + \varepsilon)T$ значения

$$y[n, \varepsilon] = y_M \sin(\omega nT + \omega \varepsilon T + \varphi + \psi),$$

где

$$y_M = |W_d(j\omega) H_s(e^{j\omega T}, \varepsilon)| g_M;$$

$$\psi = \arg W_d(j\omega) + \arg H_s(e^{j\omega T}, \varepsilon). \quad (8.6)$$

Соответствующие значения динамической ошибки составят

$$e_g[n, \varepsilon] = g[n, \varepsilon] - y[n, \varepsilon] = g_M [\sin(\omega nT + \omega \varepsilon T + \varphi) - |W_d(j\omega) H_s(e^{j\omega T}, \varepsilon)| \sin(\omega nT + \omega \varepsilon T + \varphi + \psi)]. \quad (8.7)$$

Выражение (8.7) не поддается какому-либо упрощению и не может аналитически исследоваться на максимум по аргументу $n + \varepsilon$. Для этого следует использовать численные методы.

Производя вычисления по формуле (8.7) при последовательном изменении $n = 0, 1, 2, \dots$ и различных значениях $\varepsilon \in [0, 1)$, можно построить графики непрерывных функций $y(t)$ и $e_g(t)$. Они имеют вид, несколько отличающийся от гармонического за счет наложения на основную гармонику с частотой ω слабых негармонических колебаний с периодом T , что приводит к появлению высших гармоник на частотах $\omega \pm k\omega_1$, $k = 1, 2, \dots$

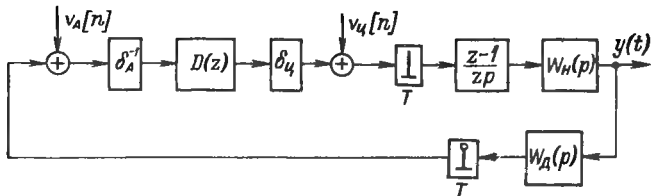


Рис. 8.3. Эквивалентная структурная схема для анализа дополнительных ошибок управления от шумов квантования по уровню

..., $\omega_1 = 2\pi/T$. Такое расширение спектра — следствие квантования во времени и неидеальности работы экстраполятора.

Анализ ошибки от гармонического возмущающего воздействия вида

$$v(t) = v_M \sin(\omega t + \varphi), \quad \varphi \in [0, 2\pi), \quad \omega \in [0, \pi/T)$$

можно провести по аналогичной (8.7) формуле

$$e_v[n, \varepsilon] = -y[n, \varepsilon] = -|W_\partial(j\omega) H_s(e^{j\omega T}, \varepsilon)| \times \\ \times v_M \sin(\omega nT + \omega \varepsilon T + \varphi + \psi),$$

где фазовый сдвиг ψ определяется выражением (8.6).

Исследование дополнительных ошибок от шумов квантования по уровню. Как показано в п. 7.2, при достаточно большом числе разрядов в АЦП и ЦАП шумы квантования по уровню в этих преобразователях являются дискретными белыми шумами со спектральными плотностями: $S_{v_A}(e^{j\omega T}) = S_{v_A}^*(\lambda) = D_{v_A} = \delta_A^2/12$; $S_{v_U}(e^{j\omega T}) = S_{v_U}^*(\lambda) = D_{v_U} = \delta_U^2/12$. Точки приложения шумов $v_A[n]$ и $\delta_U[n]$ показаны на эквивалентной структурной схеме системы, изображенной на рис. 8.3. На этой схеме в отличие от схемы на рис. 8.1 не отражено задающее воздействие, поскольку при исследовании вызванных шумами $v_A[n]$ и $v_U[n]$ составляющих ошибки управления можно положить: $g(t) = 0$, $e(t) = -y(t)$, $\bar{e}^2 = \bar{y}^2$.

Применяя обычную методику спектрального анализа прохождения решетчатого стационарного случайного процесса через линейный импульсный фильтр, для средних квадратов ошибок от шумов квантования по уровню в АЦП и ЦАП, рассматриваемых как смещенные решетчатые функции, получим формулы:

$$\overline{e_{v_A}^2[n, \varepsilon]} = \frac{\delta_A^2}{12} \frac{T}{2\pi} \int_{-\pi/T}^{\pi/T} \frac{|W_p(e^{j\omega T}, \varepsilon)|^2}{|H_{\partial\partial}(e^{j\omega T})|^2} d\omega; \quad (8.8)$$

$$\overline{e_{v_U}^2[n, \varepsilon]} = \frac{\delta_U^2}{12} \frac{T}{2\pi} \int_{-\pi/T}^{\pi/T} \frac{|W_0(e^{j\omega T}, \varepsilon)|^2}{|H_{\partial\partial}(e^{j\omega T})|^2} d\omega, \quad (8.9)$$

где $W_0(z, \varepsilon) = \frac{z-1}{z} Z_e \left\{ \frac{W_n(p)}{p} \right\}$ — смещенная дискретная передаточная функция приведенной непрерывной части системы; дискретные передаточные функции $W_p(z, \varepsilon)$ и $H_{\partial\partial}(z)$ выражаются формулами (8.2) и (8.4); переход к частотным передаточным функциям осуществлен подстановкой $z = \exp(j\omega T)$.

При использовании псевдочастоты выражения (8.8) и (8.9) можно переписать в виде, более удобном для выполнения аналитического интегрирования:

$$\overline{e_{vA}^2[n, \varepsilon]} = \frac{\delta_A^2}{12} \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|W_p^*(j\lambda, \varepsilon)|^2 d\lambda}{|H_{\partial\partial}^*(i\lambda)|^2 (1 + \lambda^2 T^2/4)}; \quad (8.10)$$

$$\overline{e_{vU}^2[n, \varepsilon]} = \frac{\delta_U^2}{12} \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|W_0^*(j\lambda, \varepsilon)|^2 d\lambda}{|H_{\partial\partial}^*(j\lambda)|^2 (1 + \lambda^2 T^2/4)}. \quad (8.11)$$

Входящие в выражения (8.10) и (8.11) частотные передаточные функции получаются из соответствующих дискретных передаточных функций подстановкой $z = (1 + j\lambda T/2)/(1 - j\lambda T/2)$.

Выражения (8.9) и (8.11) записаны без учета того обстоятельства, что значение шума $v_U[n]$ принципиально не может повлиять на входную величину ЦАП в тот же момент дискретного времени. Такое влияние может проявиться лишь в последующие моменты дискретного времени, начиная с $n + 1$. Но в момент $n + 1$ значение шума $v_U[n + 1]$ будет статистически не связано со значением $v_U[n]$, поскольку шум квантования — дискретный белый шум. Если непрерывная часть системы с передаточной функцией $W_n(p)$ обладает достаточной инерционностью, то это обстоятельство несущественно. Если же непрерывная часть — безынерционное звено, т. е. $W_n(p) = k_n$, то формулы (8.9) и (8.11) теряют силу, поскольку главная обратная связь будет приводить к увеличению, а не к уменьшению величины $\overline{e_{vU}^2[n, \varepsilon]}$. В этом случае можно воспользоваться приближенной формулой

$$\overline{e_{vU}^2[n, \varepsilon]} = \overline{e_{vU}^2(t)} \approx k_n^2 \delta_U^2 / 12, \quad (8.12)$$

полученной без учета главной обратной связи.

Заметим, что иногда квантование по уровню в ЦАП может отсутствовать и правомерно положить $\overline{e_{vU}^2} = 0$. Действительно, пусть дискретную передаточную функцию цифрового вычислителя можно представить в виде $D(z) = \xi D_U(z)$, где ξ — вещественное число, а $D_U(z)$ — дробно-рациональная функция, все коэффициенты числителя и знаменателя которой являются целыми числами. Если при этом цены единиц младших разрядов АЦП и ЦАП связаны между собой соотношением $\delta_U = \xi \delta_A$, то округление

выходной величины цифрового вычислителя до уровня ближайшей ступени статической характеристики ЦАП производиться не будет, так как все возможные значения этой величины будут кратны $\delta_{\text{ц}}$.

8.3. АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ ПРИ СЛУЧАЙНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Использование псевдочастоты. Пусть ко входу системы, структурная схема которой показана на рис. 8.1, приложено задающее воздействие в виде стационарного случайного процесса с известной корреляционной функцией $R_g(\tau)$ и требуется найти средний квадрат динамической ошибки управления $\overline{e_g^2(t)}$. При решении этой задачи сначала будем считать, что непрерывное динамическое звено на входе системы — безынерционное с передаточной функцией $W_d(p) = k_d$.

Перейдем от непрерывного задающего воздействия $g(t)$ к соответствующей решетчатой функции $g[n] = g(nT)$, имеющей корреляционную функцию $R_g^\perp[m] = R_g(mT)$ и спектральную плотность $S_g^\perp(z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_g^\perp[m] z^{-m}$.

Введем смещенную дискретную передаточную функцию разомкнутого контура системы

$$W(z, \varepsilon) = k_d W_p(z, \varepsilon),$$

где дискретная передаточная функция $W_p(z, \varepsilon)$ описывается формулой (8.1).

Введем также смещенную дискретную передаточную функцию замкнутой системы

$$H(z, \varepsilon) = \frac{W(z, \varepsilon)}{1 + W(z, 0)}, \quad (8.13)$$

и как обратное z -преобразование от нее смещенную решетчатую весовую функцию $w[n, \varepsilon] = Z^{-1}\{W(z, \varepsilon)\}$.

Используя формулу свертки, значение динамической ошибки в некоторый момент времени $t = (n + \varepsilon)T$ представим в виде

$$e_g[n, \varepsilon] = g[n, \varepsilon] - \sum_{i=0}^n w[i, \varepsilon] g[n - i, 0]. \quad (8.14)$$

Для другого момента времени $t_1 = (n + m + \varepsilon)T$, отстоящего от t на целое число m периодов дискретности, запишем аналогичное (8.14) выражение

$$e_g[n + m, \varepsilon] = g[n + m, \varepsilon] - \sum_{j=0}^{n+m} w[j, \varepsilon] g[n + m - j, 0]. \quad (8.15)$$

Переменчив левые и правые части равенств (8.14) и (8.15) и произведя осреднение по дискретному времени n (для корреляционной функции ошибки), получим

$$R_{eg}^e[m] = \sum_{i=0}^{\infty} w[i, \varepsilon] \sum_{j=0}^{\infty} w[j, \varepsilon] R_g^{\perp}[m-i+j] + R_g^{\perp}[m] - \\ - \sum_{i=0}^{\infty} w[i, \varepsilon] R_g^{\perp}[m+i+\varepsilon] - \sum_{j=0}^{\infty} w[j, \varepsilon] R_g^{\perp}[m-i-\varepsilon]. \quad (8.16)$$

Спектральную плотность смещенной решетчатой функции $e_g[n, \varepsilon]$ найдем как двухстороннее z -преобразование корреляционной функции (8.16)

$$S_{eg}^e(z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_{eg}^e[m] z^{-m}. \quad (8.17)$$

Подставим выражение (8.16) в (8.17), введем новые переменные для аргументов корреляционной функции задающего воздействия и изменим порядок суммирования

$$S_{eg}^e(z) = \sum_{i=0}^{\infty} w[i, \varepsilon] z^{-i} \sum_{j=0}^{\infty} w[j, \varepsilon] z^j \sum_{l=-\infty}^{\infty} R_g^{\perp}[m] z^{-m} + \\ + z^{\varepsilon} \sum_{i=0}^{\infty} w[i, \varepsilon] z^i \sum_{r=-\infty}^{\infty} R_g^{\perp}[r] z^{-r} - \\ - z^{-\varepsilon} \sum_{j=0}^{\infty} w[j, \varepsilon] z^{-j} \sum_{s=-\infty}^{\infty} R_g^{\perp}[s] z^{-s}. \quad (8.18)$$

Из формулы (8.18) в соответствии со свойствами z -преобразования получим

$$S_{eg}^e(z) = [H(z, \varepsilon) H(z^{-1}, \varepsilon) + 1 - z^{\varepsilon} H(z^{-1}, \varepsilon) - \\ - z^{-\varepsilon} H(z, \varepsilon)] S_g^{\perp}(z) = [1 - H(z, \varepsilon) z^{-\varepsilon}] [1 - H(z^{-1}, \varepsilon) z^{\varepsilon}] \times \\ \times S_g^{\perp}(z) = |1 - H(z, \varepsilon) z^{-\varepsilon}|^2 S_g^{\perp}(z)$$

или, переходя к псевдочастоте подстановкой $z = (1 + j\lambda T/2)/(1 - j\lambda T/2)$,

$$S_{eg}^{e*}(\lambda) = \left| 1 - H^*(j\lambda, \varepsilon) \left(\frac{1 - j\lambda T/2}{1 + j\lambda T/2} \right)^{\varepsilon} \right|^2 S_g^*(\lambda). \quad (8.19)$$

Средний квадрат динамической ошибки, рассматриваемой в дискретные моменты времени $t = (n + \varepsilon) T$, составит

$$\overline{e_g^2[n, \varepsilon]} = \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S_{eg}^{e*}(\lambda)}{|1 + j\lambda T/2|^2} d\lambda. \quad (8.20)$$

Интегрирование выражения (8.20) по всем возможным значениям ε дает средний квадрат ошибки при осреднении по непрерывному времени

$$\overline{e_g^2(t)} = \int_0^1 \overline{e_g^2[n, \varepsilon]} d\varepsilon. \quad (8.21)$$

Если при произвольном значении ε выполнить аналитическое интегрирование в формуле (8.20) не удастся, то можно ограничиться лишь тремя значениями: $\varepsilon = 0$, $\varepsilon = 1/2$ и $\varepsilon = 1 - 0$. Поскольку при $\lambda < 2/T$

$$\left(\frac{1 - j\lambda T/2}{1 + j\lambda T/2} \right)^{1/2} = \frac{1 - j\lambda T/2}{(1 + \lambda^2 T^2/4)^{1/2}} \approx \frac{1 - j\lambda T/2}{1 + \lambda^2 T^2/8},$$

для всех указанных значений ε спектральная плотность $S_{eg}^{e*}(\lambda)$ приводится к дробно-рациональной функции квадрата псевдо-частоты и поддается интегрированию. Тогда для оценки $\overline{e_g^2(t)}$ вместо формулы (8.21) можно воспользоваться формулой приближенного интегрирования по Симпсону

$$\overline{e_g^2(t)} \approx (\overline{e_g^2[n, 0]} + 4\overline{e_g^2[n, 1/2]} + \overline{e_g^2[n, 1 - 0]})/6. \quad (8.22)$$

Формулы (8.19)—(8.22) можно использовать для приближенных вычислений и при передаточной функции $W_\partial(p)$ общего вида. Для этого следует условно перенести импульсный элемент (см. рис. 8.1) с выхода непрерывного динамического звена на его вход, а от частотной передаточной функции $W_\partial(j\omega)$ перейти к частотной передаточной функции импульсного фильтра $W_\partial^{\downarrow*}(j\lambda) = W_\partial(j\omega)|_{\omega=\lambda}$ [15]. Дискретная передаточная функция такого эквивалентного импульсного фильтра имеет вид

$$W_\partial^{\downarrow}(z) = W_\partial\left(\frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}\right).$$

Ее следует подставить в формулу (8.13) вместо коэффициента передачи k_∂ .

Формулы (8.19)—(8.21) полезны при исследовании «нестационарности» ошибки внутри периода дискретности. Если ко входу системы приложено возмущающее воздействие $v(t)$ в виде стационарного случайного процесса с известной спектральной плотностью $S_v(\omega)$, то спектральная плотность соответствующей составляющей смещенной ошибки управления $e_v[n, \varepsilon]$ определяется по формуле

$$S_{ev}^{e*}(\lambda) = |H_s^*(j\lambda, \varepsilon)|^2 S_{v\partial}^{e*}(\lambda), \quad (8.23)$$

где частотная передаточная функция $H_s^*(j\lambda, \varepsilon)$ соответствует смещенной дискретной передаточной функции $H_s(z, \varepsilon)$ вида (8.4),

а спектральная плотность $S_{v\partial}^{\perp*}(\lambda)$ находится подстановкой $z = (1 + j\lambda T/2)/(1 - j\lambda T/2)$ в выражение

$$S_{v\partial}^{\perp}(z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_{v\partial}^{\perp}[m] z^{-m},$$

где $R_{v\partial}[m] = R_{v\partial}(\tau)|_{\tau=mT}$; $R_{v\partial}(\tau)$ — корреляционная функция помехового воздействия на входе АЦП, имеющего спектральную плотность $S_{v\partial}(\omega) = |W_{\partial}(j\omega)|^2 S_v(\omega)$.

Использование обычной частоты. Рассмотрим спектральный метод точного анализа среднего квадрата ошибки управления, справедливый при произвольной передаточной функции непрерывного динамического звена $W_{\partial}(p)$. При этом будем использовать частотные характеристики и спектры в функции частоты ω , а не псевдочастоты λ .

Начнем с исследования динамической составляющей ошибки $e_g(t) = g(t) - y_g(t)$, где $y_g(t)$ — реакция системы на воздействие $g(t)$. Пусть $G(j\omega)$, $Y_g(j\omega)$ и $E_g(j\omega)$ — изображения Фурье непрерывных функций $g(t)$, $y_g(t)$ и $e_g(t)$ (считаем, что они существуют). Тогда сигнал $g(t)$ после прохождения непрерывного динамического звена и импульсного элемента будет иметь изображение Фурье вида [33, 111]

$$G_{\partial}^{\perp}(j\omega) = T^{-1} \sum_{k=-\infty}^{\infty} W_{\partial}[j(\omega + k\omega_{\perp})] G[j(\omega + k\omega_{\perp})], \quad (8.24)$$

где $\omega_{\perp} = 2\pi/T$ — частота квантования во времени.

В соответствии со структурной схемой системы, изображенной на рис. 8.1, справедливы соотношения:

$$E_g(j\omega) = G(j\omega) - Y_g(j\omega); \quad (8.25)$$

$$Y_g(j\omega) = W_e(j\omega) G_{\partial}^{\perp}(j\omega), \quad (8.26)$$

где

$$W_e(j\omega) = \frac{\delta_H}{\delta_A} D(e^{j\omega T}) \frac{e^{j\omega T} - 1}{e^{j\omega T} j\omega} W_{\kappa}(j\omega). \quad (8.27)$$

Подстановка выражения (8.24) в (8.26) с учетом формулы (8.25) и замена $j\omega$ на аргумент $j(\omega + l\omega_{\perp})$, $l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ позволяет получить

$$Y_g[j(\omega + l\omega_{\perp})] = W_e[j(\omega + l\omega_0)] \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} W_{\partial}[j(\omega + k\omega_{\perp})] \times \\ \times \{G[j(\omega + k\omega_{\perp})] - Y[j(\omega + k\omega_{\perp})]\}. \quad (8.28)$$

Домножив левые и правые части равенства (8.28) на $W_{\partial} [j(\omega + l\omega_{\perp}) + l\omega_{\perp}]$ и найдя суммы левых и правых частей при $l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, после преобразований получим

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} W_{\partial} Y_g [j(\omega + k\omega_{\perp})] = \frac{\sum_{k=-\infty}^{\infty} W_{\partial} G [j(\omega + k\omega_{\perp})] W_{pes}(j\omega)}{1 + W_{pes}(j\omega)}, \quad (8.29)$$

где

$$W_{pes}(j\omega) = T^{-1} \sum_{l=-\infty}^{\infty} W_{\partial} W_e [j(\omega + l\omega_{\perp})]. \quad (8.30)$$

Если в выражении (8.28) положить $l = 0$, то с учетом формул (8.29), (8.30) и (8.27) это дает

$$Y_g(j\omega) = T^{-1} \sum_{k=-\infty}^{\infty} W_{\partial} G [j(\omega + k\omega_{\perp})] \frac{W_e(j\omega)}{1 + W_{pes}(j\omega)}. \quad (8.31)$$

Из выражения (8.31) и уравнения замыкания (8.25) следует, что

$$E_g(j\omega) = \frac{1 + W_{pes}(j\omega) - T^{-1} W_{\partial} W_e(j\omega) G(j\omega) - T^{-1} W_e(j\omega) \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} W_{\partial} G [j(\omega + k\omega_{\perp})]}{1 + W_{pes}(j\omega)}. \quad (8.32)$$

Из выражения (8.32) с учетом (8.30), переходя от изображений Фурье к спектральным плотностям [18, 35], найдем выражение для спектральной плотности динамической ошибки управления как непрерывного стационарного случайного процесса

$$S_{eg}(\omega) = \frac{\left| 1 + \frac{1}{T} \sum_{\substack{l=-\infty \\ l \neq 0}}^{\infty} W_{\partial} W_e [j(\omega + l\omega_{\perp})] \right|^2 S_g(\omega) + \frac{|W_e(j\omega)|^2}{T^2} \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} |W_{\partial} [j(\omega + k\omega_{\perp})]|^2 S_g(\omega + k\omega_{\perp})}{\left| 1 + \frac{1}{T} \sum_{l=-\infty}^{\infty} W_{\partial} W_e [j(\omega + l\omega_{\perp})] \right|^2}. \quad (8.33)$$

Средний квадрат динамической ошибки составит

$$\overline{e_g^2(t)} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S_{eg}(\omega) d\omega. \quad (8.34)$$

При численном интегрировании в (8.34) с учетом (8.33) верхний предел можно выбрать конечным в зависимости ширины спектра

задающего воздействие и полосы пропускания непрерывной части системы, а также ограничиться лишь несколькими членами при выполнении суммирования в выражении (8.33). Для спектральной плотности ошибки от возмущающего воздействия $v(t)$ (см. рис. 8.1), являющегося стационарным случайным процессом со спектральной плотностью $S_v(\omega)$, по аналогии с выражением (8.33) можно получить формулу

$$S_{ev}(\omega) = \frac{T^{-2} |W_e(j\omega)|^2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} |W_d[j(\omega + k\omega_1)]|^2 S_v(\omega + k\omega_1)}{\left| 1 + T^{-2} \sum_{l=-\infty}^{\infty} W_d W_e[j(\omega + l\omega_1)] \right|^2}. \quad (8.35)$$

Пример анализа ошибки. Определим средний квадрат динамической ошибки управления при $S_g(\omega) = 0,5\pi A^2 [\delta(\omega - \omega_g) + \delta(\omega + \omega_g)]$, $\omega_g = 1 \text{ с}^{-1}$, $W_d(p) = k_d$, $W_n(p) = k_n$, $D(z) = kT/(z - 1)$, $k_d k_n = 10 \text{ с}^{-1}$.

Поскольку непрерывное звено на входе системы безынерционное, можно найти средний квадрат ошибки обоими рассмотренными методами и сравнить результаты. При использовании формул (8.13), (8.19) и (8.20) получим

$$\overline{e_g^2[n, 0]} = 4,96 \cdot 10^{-3} A^2; \quad \overline{e_g^2[n, 1/2]} = 1,64 \cdot 10^{-3} A^2;$$

$$\overline{e_g^2[n, 1 - 0]} = 19,8 \cdot 10^{-3} A^2.$$

Формула (8.22) дает $\overline{e_g^2(t)} \approx 5,22 \cdot 10^{-3} A^2$. Точное значение среднего квадрата ошибки как непрерывной функции времени получим на основе формул (8.27), (8.33) и (8.34). Оно составляет $\overline{e_g^2(t)} = 5,26 \cdot 10^{-3} A^2$. Таким образом, оба метода дают весьма близкие результаты.

Заметим, что значения $\overline{e_g^2[n, \varepsilon]}$ при $\varepsilon = 0$, $\varepsilon = 1/2$ и $\varepsilon = 1 - 0$ существенно различаются и находятся соответственно в отношении $1 : 0,31 : 4,0$. Поэтому оценка точности управления лишь по величине $\overline{e_g^2(t)}$ и, тем более, по величине $\overline{e_g^2[n, 0]}$ может оказаться слишком грубой, особенно в случае малой инерционности непрерывной части системы, как в рассмотренном примере.

8.4. СИНТЕЗ ЦИФРОВОЙ ЧАСТИ СИСТЕМЫ ПО НЕПРЕРЫВНОМУ ПРОТОТИПУ

Закономерности образования погрешностей управления, связанных с заменой непрерывного управляющего устройства цифровым. При синтезе цифровой части аналого-цифровой системы, как уже отмечалось в п. 8.1, обычно целесообразно исходить из идеальной непрерывной системы, методы оптимизации динамиче-

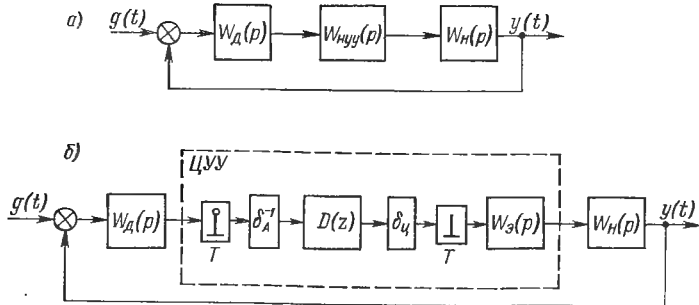


Рис. 8.4. Структурные схемы непрерывного прототипа синтезируемой системы: а — исходный вариант; б — аналого-цифровой вариант

ских свойств которой хорошо разработаны и относительно просты. В этом случае возникает следующая задача.

Задаана непрерывная система, контуры которой образуют три последовательно включенных части (звена) с передаточными функциями $W_d(p)$, $W_{нuy}(p)$ и $W_n(p)$ (рис. 8.4, а). Известно, что в синтезируемой аналого-цифровой системе непрерывные звенья с передаточными функциями $W_d(p)$ и $W_n(p)$ сохраняются, а вместо непрерывного управляющего устройства с передаточной функцией $W_{нuy}(p)$ используется цифровое управляющее устройство (ЦУУ) с дискретной передаточной функцией $D(z)$, соединенное с непрерывной частью системы посредством АЦП, ЦАП и экстраполятора с передаточной функцией $W_z(p)$ (рис. 8.4, б). Требуется выбрать характеристики этих цифровых элементов так, чтобы динамические свойства аналого-цифровой системы и непрерывной системы-прототипа практически совпадали. Для конкретизации этой задачи, которую можно назвать задачей дискретной аппроксимации непрерывного динамического фильтра, выявим принципиальные отличия в работе непрерывного и цифрового управляющих устройств. Ясно, что такие отличия связаны с эффектами квантования во времени и по уровню, которые в первом приближении можно рассматривать отдельно.

Ошибки за счет квантования по уровню проанализированы в пп. 6.1, 7.2 и 8.2. Они могут быть сделаны достаточно малыми при уменьшении величин δ_A и $\delta_{Ц}$.

Закономерности образования погрешностей за счет квантования во времени удобно проанализировать при рассмотрении изменений в спектре сигнала, прошедшего через импульсный элемент. Известно [33, 111], что спектр $S^\perp(\omega)$ сигнала на выходе импульсного элемента является периодическим с периодом, равным тактовой частоте $\omega_1 = 2\pi/T$, и связан со спектром $S(\omega)$ исходного непрерывного сигнала соотношением

$$S^\perp(\omega) = T^{-1} \sum_{k=-\infty}^{\infty} S(\omega + k\omega_1),$$

которое иллюстрируется графиками (рис. 8.5).

Как следует из этих графиков, а также известно из теоремы Котельникова, теоретически потери информации при временном квантовании не происходит лишь в том случае, если спектр входного сигнала ограничен по ширине некоторой частотой $\omega_{гр}$, причем

$$\omega_{\perp} \geq 2\omega_{гр}. \quad (8.36)$$

Действительно, при этом центральная парциальная область спектра $S^{\perp}(\omega)$ (рис. 8.5, а) по форме полностью совпадает с исходным спектром $S(\omega)$, причем фазовые соотношения в указанной области частот остаются неизменными. Поэтому исходный непрерывный сигнал теоретически может быть однозначно восстановлен путем пропускания дискретного сигнала через идеальный фильтр нижних частот с прямоугольной АЧХ, обеспечивающей равномерное усиление в $2\pi/\omega_{\perp}$ раз в интервале частот $[-\omega_{\perp}/2, \omega_{\perp}/2]$, причем без смещения по фазе (АЧХ описанного фильтра показана на рис. 8.5, а штриховыми линиями). Однако подобный фильтр физически нереализуем, так как его импульсная характеристика не равна нулю при $t < 0$. Поскольку реальный фильтр нижних частот может иметь практически равномерную АЧХ и практически нулевую ФЧХ лишь в области относительно малых частот, то непрерывный сигнал может быть восстановлен без существенных искажений лишь при выполнении неравенства (8.36) со значительным запасом. Если соотношение (8.36) не выполняется, происходит взаимное наложение различных парциальных областей спектра квантованного во времени сигнала (рис. 8.5, б). В результате принципиально теряется возможность

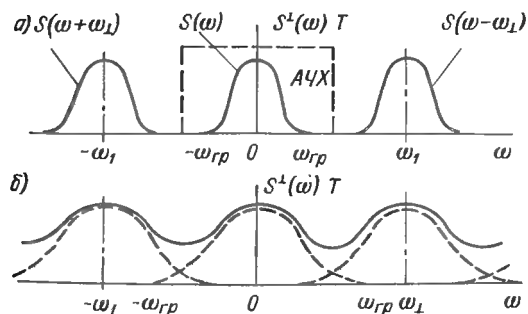


Рис. 8.5. Спектр сигнала, прошедшего временной квантацией: а — неравенство (8.36) выполняется; б — неравенство (8.36) не выполняется

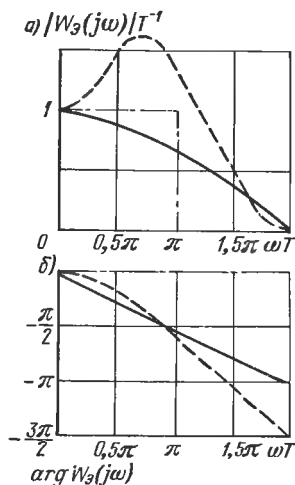


Рис. 8.6. Частотные характеристики экстраполяторов: а — АЧХ; б — ФЧХ; — — экстраполятор нулевого порядка; - - - - то же первого порядка; - . - . - то же идеальный

восстановления непрерывного сигнала по его дискретным выборкам, что приводит к увеличению ошибок управления.

Заметим, что хотя теоретически спектр любого сигнала, способного переносить информацию, не может быть ограниченным по ширине, на практике всегда можно указать некоторую частоту $\omega_{ep} < \infty$, выше которой спектральную плотность сигнала с конечной мощностью можно считать нулевой. При этом выделяется интервал частот $\omega \in [-\omega_{ep}, \omega_{ep}]$, в пределах которого сконцентрирована основная, заранее заданная часть мощности сигнала.

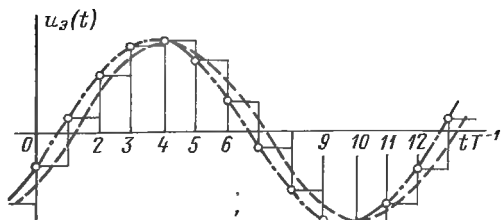
Функции восстанавливающего устройства на практике, как правило, выполняет экстраполятор нулевого порядка, АЧХ и ФЧХ которого показаны на рис. 8.6 сплошными линиями. Для сравнения там же штриховыми линиями показаны АЧХ и ФЧХ более сложного экстраполятора первого порядка [14, 33]. Видно, что их отличие от соответствующих частотных характеристик идеального восстанавливающего устройства (штрихпунктирные линии на рис. 8.6) также весьма велико, в связи с чем использование такого усложненного экстраполятора обычно нецелесообразно, особенно если неравенство (8.36) выполняется без значительного запаса.

Таким образом, неидеальность экстраполятора как восстанавливающего устройства приводит к ошибкам управления двух видов. Во-первых, неравномерность его АЧХ и ФЧХ в интервале $|\omega| < \omega_{ep}$ вызывает динамические искажения в выходном сигнале управляющего устройства, что приводит к отклонению значений изменяющейся управляемой величины от желаемых; во-вторых, ненулевые значения АЧХ экстраполятора при $|\omega| < \omega_{ep}$ вызывают появление высших гармоник в выходном сигнале управляющего устройства и делают этот сигнал или его производные скачкообразно изменяющимися с периодом T . Такие скачки, лишь частично сглаживаясь при прохождении непрерывной части системы, дают малые нелинейные колебания выходной величины $y(t)$ с периодом T , приводят к увеличению ошибки и к ее нестационарности внутри периода дискретности.

Кроме величины тактовой частоты ω_1 и вида экстраполятора на качество работы аналого-цифровой системы существенное влияние оказывает алгоритм работы ЦУУ, выбором которого в основном определяется реализуемый закон управления. Поскольку при непрерывных задающем воздействии и управляемой величине желаемый алгоритм работы управляющего устройства в общем случае является непрерывным, в идеале ЦУУ должно вырабатывать выходную величину в зависимости от значений входного сигнала во все предшествующие моменты времени, а не только в зависимости от его значений в дискретные моменты времени $t = nT$. Поэтому идеальный алгоритм работы ЦУУ должен быть не проще, чем алгоритм интерполяции входной величины ЦУУ для произвольного момента времени внутри периода дискретности.

Рис. 8.7. Выходной сигнал ЦУУ с экстраполятором нулевого порядка при синусоидальном входном сигнале:

— по условию (8.37);
 --- по условию (8.38);
 -.-.- по условию (8.39)



Из численного анализа известно, что функцию, имеющую бесчисленное множество отличных от нуля производных, можно точно заменить интерполяционным полиномом лишь бесконечно высокого порядка. Поэтому желаемый непрерывный закон управления при использовании ЦУУ не может быть точно реализован даже в случае применения идеального восстанавливающего устройства. Вместе с тем степень приближения реального закона управления к идеальному повышается при усложнении алгоритма работы ЦУУ.

Нахождение дискретной передаточной функции цифровой части. Сделанный выше вывод о том, что алгоритм работы ЦУУ должен быть таким, чтобы обеспечить близость динамических свойств ЦУУ и его идеального непрерывного прототипа, является не вполне конкретным, поскольку указанную близость можно понимать по-разному и всегда в какой-то мере односторонне. Рассмотрим несколько вариантов.

Пусть на вход АЦП ЦУУ и на вход непрерывного прототипа ЦУУ, имеющего передаточную функцию $W_{\text{нц}}(p)$, подан один и тот же синусоидальный сигнал. При этом на выходе непрерывного линейного устройства будет также синусоидальный сигнал, но с другими амплитудой и фазой. На выходе экстраполятора нулевого порядка линеаризованного ЦУУ будет сигнал ступенчатой формы, показанный на рис. 8.7 сплошной линией. Можно, например, считать, что свойства цифрового и непрерывного устройств близки, если значения их выходных сигналов в дискретные моменты времени $t = nT$ практически совпадают. Тогда дискретную передаточную функцию ЦУУ $D(z)$ надо подбирать так, чтобы в рабочем диапазоне частот $|\omega| \leq \omega_{\text{гр}}$ выполнялось условие

$$\delta_A^{-1} \delta_{\text{ц}} D(e^{j\omega T}) \approx W_{\text{нц}}(j\omega). \quad (8.37)$$

При этом неидеальность экстраполятора не учитывается.

Если в качестве главного требования поставить совпадение выходного сигнала непрерывного управляющего устройства и основной гармоники выходного сигнала экстраполятора (рис. 8.7, штриховая линия), то вместо условия (8.37) следует поставить условие

$$\delta_A^{-1} \delta_{\text{ц}} D(e^{j\omega T}) W_{\text{э}}(j\omega) \approx W_{\text{нц}}(j\omega),$$

то в случае экстраполирования нулевого порядка дает

$$\frac{\delta_{\mathcal{U}}}{\delta_A} D(e^{j\omega T}) \frac{e^{j\omega T} - 1}{e^{j\omega T}} \approx j\omega W_{\text{ннн}}(j\omega). \quad (8.38)$$

Наконец, если рассматривать ЦУУ совместно с непрерывной частью системы и потребовать совпадения в моменты времени $t = nT$ выходных сигналов $y(t)$ аналого-цифровой системы и ее непрерывного прототипа, то при выборе $D(z)$ следует исходить из соотношения

$$\delta_A^{-1} \delta_{\mathcal{U}} D(e^{j\omega T}) W_0(e^{j\omega T}) \approx W_{\text{ннн}}(j\omega) W_{\text{н}}(j\omega), \quad (8.39)$$

где дискретная передаточная функция приведенной непрерывной части имеет вид

$$W_0(z) = \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{W_{\text{н}}(p)}{p} \right\}.$$

Из соотношений (8.37)–(8.39) видно, что в любом случае выбор дискретной передаточной функции ЦУУ сводится к аппроксимации рациональной функции комплексного аргумента, являющейся правой частью указанных соотношений (рациональной функцией комплексного аргумента $z = e^{j\omega T}$). В дальнейшем для конкретности примем за основу соотношение (8.37), что не влияет, однако, на общий характер рассматриваемой задачи.

Запишем частотную передаточную функцию ЦУУ с использованием псевдочастоты, определяемой формулой (5.61), в виде

$$D^*(j\lambda) = D \left(\frac{1 + j\lambda T/2}{1 - j\lambda T/2} \right).$$

В соответствии с выражением (5.61) обычная частота связана с псевдочастотой соотношением

$$\omega = \frac{2}{T} \operatorname{arctg} \frac{\lambda T}{2}$$

или

$$\bar{\omega} = \operatorname{arctg} \bar{\lambda}, \quad (8.40)$$

где $\bar{\omega} = \omega T/2$ и $\bar{\lambda} = \lambda T/2$ — относительные частота и псевдочастота.

Разлагая арктангенс в степенной ряд, из формулы (8.40) получим

$$\bar{\omega} = \bar{\lambda} - \frac{\bar{\lambda}^3}{3} + \dots + \frac{(-1)^{l-1}}{2l-1} \bar{\lambda}^{2l-1} + \dots, \quad |\bar{\lambda}| < 1. \quad (8.41)$$

Ограничиваясь в бесконечном ряду (8.41) первыми l членами и используя критерий (8.37), для частотной передаточной функции ЦУУ получим формулу

$$D^*(j\bar{\lambda}) = W_{\text{ннн}} \left[j \left(\bar{\lambda} - \frac{\bar{\lambda}^3}{3} + \dots + \frac{(-1)^{l-1}}{2l-1} \bar{\lambda}^{2l-1} \right) \right]. \quad (8.42)$$

При этом искомым дискретная передаточная функция ЦУУ определяется по формуле

$$D(z) = W_{\text{нгу}} \left\{ \frac{2}{T} \left[\frac{z-1}{z+1} + \frac{1}{3} \left(\frac{z-1}{z+1} \right)^3 + \dots + \frac{1}{2l-1} \left(\frac{z-1}{z+1} \right)^{2l-1} \right] \right\}, \quad (8.43)$$

а ошибка в реализации желаемой частотной передаточной функции — по формуле

$$\Delta W_{\text{нгу}}(j\bar{\omega}) = W_{\text{нгу}}(j\bar{\omega}) - D^*(j\bar{\lambda})|_{\bar{\lambda}=\text{tg } \bar{\omega}}. \quad (8.44)$$

В простейшем случае при $l = 1$ из формул (8.43) и (8.42) получим:

$$D(z) = W_{\text{нгу}} \left(\frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \right); \quad (8.45)$$

$$D^*(j\bar{\lambda}) = W_{\text{нгу}}(j\bar{\omega})|_{\bar{\omega}=\bar{\lambda}}. \quad (8.46)$$

Из выражения (8.46) ясно, что формула (8.45) позволяет обеспечить приемлемую точность реализации желаемых частотных характеристик ЦУУ лишь при сравнительно низких частотах, где $\bar{\lambda} \approx \bar{\omega}$. Однако в силу своей простоты она используется очень часто. Существенно также, что при использовании этой формулы логарифмические частотные характеристики ЦУУ, построенные в функции псевдочастоты, совпадают по форме с логарифмическими частотными характеристиками его непрерывного прототипа, построенными в функции частоты ω , что удобно при исследовании свойств системы.

Идея метода замены частоты псевдочастотой или, как его еще называют, метода билинейного преобразования [28, 60], можно дать и другую трактовку. Передаточной функции $W_{\text{нгу}}(p)$ поставим в соответствие схему аналоговой модели, включающей интегрирующие звенья, масштабирующие звенья и сумматоры [18, 90]. Каждое из непрерывных интегрирующих звеньев этой модели можно приближенно заменить дискретным интегрирующим звеном, реализующим один из методов численного интегрирования, например метод трапеций, в соответствии с которым интеграл функции $x(t)$ вычисляется по формуле

$$y[n] = y[n-1] + \{x[n] + x[n-1]\} T/2.$$

Заменяя непрерывные интеграторы дискретными, работающими по формуле трапеций, вместо передаточных функций одноступенчатых интеграторов p^{-1} подставляются дискретные передаточные функции $0,5T(z+1)/(z-1)$. При этом фактически выполняется преобразование, описываемое формулой (8.45). Таким образом, дискретную передаточную функцию ЦУУ, найденную по формуле (8.45), можно рассматривать как результат подстановки в передаточную функцию непрерывного прототипа ЦУУ вместо операторов

непрерывного интегрирования операторов дискретного интегрирования по формуле трапеций.

Точность реализации желаемых свойств ЦУУ может быть повышена, если воспользоваться общей формулой (8.43) при $l > 1$. Например, при $l = 2$ она дает функцию $D(z)$, которую можно рассматривать как результат замены операторов непрерывного интегрирования операторами дискретного интегрирования методом «3/8» Симпсона.

С другой стороны, любой метод численного интегрирования может использоваться при дискретизации операторов непрерывного интегрирования. При этом будет получено выражение для дискретной передаточной функции ЦУУ, не обязательно являющееся частным случаем выражения (8.43). Среди таких выражений выделим получаемые методом «1/3» Симпсона и методом Уэддля, которые дают соответственно:

$$D(z) = W_{\text{УУУ}} \left(\frac{3}{T} \frac{z^2 - 1}{z^2 + 4z + 1} \right); \quad (8.47)$$

$$D(z) = W_{\text{УУУ}} \left(\frac{10}{T} \frac{z^4 + z^3 - z - 1}{z^4 + 6z^3 + 6z^2 + 6z + 1} \right). \quad (8.48)$$

Методы нахождения функции $D(z)$, описываемые формулами (8.43), (8.47) и (8.48), отличаются тем, что они обеспечивают отображение точек мнимой оси комплексной плоскости p точно на окружность единичного радиуса комплексной плоскости z . Это упрощает оценку погрешностей реализации желаемых частотных характеристик ЦУУ и выбор конкретного метода нахождения функции $D(z)$ большей или меньшей сложности, который должен производиться совместно с выбором требуемого периода дискретности T . Методика такого выбора будет описана далее.

Существует большое число других методов синтеза цифровых устройств по их непрерывному прототипу [29, 33, 60, 89], многие из которых также можно использовать при нахождении дискретной передаточной функции ЦУУ аналого-цифровых систем.

Оценка ошибок реализации желаемых частотных характеристик. Исследуем выражение (8.44) для ошибки реализации желаемой частотной передаточной функции ЦУУ. Для этого произведем нелинейную деформацию частотной шкалы и введем относительную частоту $\bar{\omega}_l$, связанную с относительной частотой $\bar{\omega}$ соотношением

$$\bar{\omega}_l(\bar{\omega}) = \operatorname{tg} \bar{\omega} - \frac{1}{3} (\operatorname{tg} \bar{\omega})^3 + \dots + \frac{(-1)^{l-1}}{2l-1} (\operatorname{tg} \bar{\omega})^{2l-1}. \quad (8.49)$$

Тогда выражение (8.44) можно записать в виде

$$\Delta W_{\text{УУ}}(j\bar{\omega}) = W_{\text{УУУ}}(j\bar{\omega}) - W_{\text{УУУ}}[j\bar{\omega}_l(\bar{\omega})]. \quad (8.50)$$

Заметим, что при $l = 1$ формула (8.49) даст $\bar{\omega}_1(\bar{\omega}) = \operatorname{tg} \bar{\omega} = \bar{\lambda}$.

Выражение (8.50) может быть использовано также применительно к методам синтеза, описываемым соотношениями (8.47)

и (8.48) и основанными на формулах «1/3» Симпсона и Уэддлэ. Для этого вместо $\bar{\omega}_l(\bar{\omega})$ следует использовать функции:

$$\bar{\omega}_c(\bar{\omega}) = \frac{3}{2} \frac{\sin 2\bar{\omega}}{2 + \cos 2\bar{\omega}}; \quad (8.51)$$

$$\bar{\omega}_y(\bar{\omega}) = \frac{5}{6} \frac{\sin 2\bar{\omega} (1 + 2 \cos 2\bar{\omega})}{(\cos 2\bar{\omega})^2 + 3 \cos 2\bar{\omega} + 1}. \quad (8.52)$$

Пусть $A_{nyy}(\omega)$ и $\psi_{nyy}(\omega)$ — АЧХ и ФЧХ непрерывного прототипа ЦУУ, т. е. $W_{nyy}(j\omega) = A_{nyy}(\omega) \exp [j\psi_{nyy}(\omega)]$.

Учитывая выражение (8.50), будем характеризовать амплитудную и фазовую погрешности реализации желаемой частотной передаточной функции ЦУУ на некоторой граничной частоте ω_{zp} величинами:

$$\Delta A_{yy}(\bar{\omega}_{zp}) = A_{nyy}(\bar{\omega}_{zp}) - A_{nyy}[\bar{\omega}_l(\bar{\omega}_{zp})]; \quad (8.53)$$

$$\Delta \psi_{yy}(\bar{\omega}_{zp}) = \psi_{nyy}(\bar{\omega}_{zp}) - \psi_{nyy}[\bar{\omega}_l(\bar{\omega}_{zp})]. \quad (8.54)$$

Заметим, что при использовании формул (8.43), (8.47) и (8.48) функции $\Delta A_{yy}(\bar{\omega})$ и $\Delta \psi_{yy}(\bar{\omega})$ — монотонно возрастающие при $\bar{\omega} < \pi/2$. Поэтому на частотах $|\bar{\omega}| < \bar{\omega}_{zp}$ точность реализации желаемых частотных характеристик ЦУУ будет заведомо выше, чем при $|\bar{\omega}| = \bar{\omega}_{zp}$. Это позволяет при допустимых максимальных амплитудных и фазовых погрешностях, заданных в виде неравенств $|\Delta A_{yy}(\bar{\omega})| \leq \Delta_A$ и $|\Delta \psi_{yy}(\bar{\omega})| \leq \Delta_\psi$ для $|\bar{\omega}| \leq \bar{\omega}_{zp}$, фактически контролировать лишь выполнение неравенств:

$$|\Delta A_{yy}(\bar{\omega}_{zp})| \leq \Delta_A; \quad |\Delta \psi_{yy}(\bar{\omega}_{zp})| \leq \Delta_\psi. \quad (8.55)$$

Считая функцию $A_{nyy}(\bar{\omega})$ дифференцируемой в окрестности точки $\bar{\omega} = \bar{\omega}_{zp}$, перепишем выражение (8.53) в виде произведения производной этой функции на приращение ее аргумента

$$\Delta A_{yy}(\bar{\omega}_{zp}) \approx \left. \frac{dA_{nyy}(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_{zp}} [\bar{\omega}_{zp} - \bar{\omega}_l(\bar{\omega}_{zp})]. \quad (8.56)$$

Введем функцию $F_l(\bar{\omega}) = |1 - \bar{\omega}_l(\bar{\omega})/\bar{\omega}|$ или, учитывая формулу (8.49),

$$F_l(\bar{\omega}) = \left| 1 - \frac{\operatorname{tg} \bar{\omega} - \frac{1}{3} (\operatorname{tg} \bar{\omega})^3 + \dots + \frac{(-1)^l}{2l-1} (\operatorname{tg} \bar{\omega})^{2l-1}}{\bar{\omega}} \right|. \quad (8.57)$$

Тогда из выражений (8.55) и (8.56) получим

$$\Delta A_{yy}(\bar{\omega}_{zp}) \cong \left. \frac{dA_{nyy}(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_{zp}} \bar{\omega}_{zp} F_l(\bar{\omega}_{zp}) \leq \Delta_A,$$

что дает для функции $F_l(\bar{\omega}_{zp})$ требование

$$F_l(\bar{\omega}_{zp}) \leq \frac{\Delta_A}{\bar{\omega}_{zp}} \left(\left| \left. \frac{dA_{nyy}(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_{zp}} \right)^{-1}. \quad (8.58)$$

$\bar{\omega}$	$F_1(\bar{\omega})$	$F_2(\bar{\omega})$	$F_3(\bar{\omega})$	$F_4(\bar{\omega})$	$F_5(\bar{\omega})$
0,05	$8,34 \cdot 10^{-4}$	$1,25 \cdot 10^{-6}$	$2,23 \cdot 10^{-11}$	$1,31 \cdot 10^{-11}$	$8,70 \cdot 10^{-12}$
0,10	$3,35 \cdot 10^{-3}$	$2,02 \cdot 10^{-5}$	$1,45 \cdot 10^{-7}$	$1,12 \cdot 10^{-9}$	$2,52 \cdot 10^{-11}$
0,15	$7,59 \cdot 10^{-3}$	$1,03 \cdot 10^{-4}$	$1,69 \cdot 10^{-6}$	$2,99 \cdot 10^{-8}$	$5,59 \cdot 10^{-10}$
0,20	0,0135	$3,32 \cdot 10^{-4}$	$9,74 \cdot 10^{-6}$	$3,11 \cdot 10^{-6}$	$1,05 \cdot 10^{-7}$
0,25	0,0214	$8,30 \cdot 10^{-4}$	$3,85 \cdot 10^{-5}$	$1,95 \cdot 10^{-6}$	$1,04 \cdot 10^{-7}$
0,30	0,0311	$1,77 \cdot 10^{-3}$	$1,20 \cdot 10^{-4}$	$8,91 \cdot 10^{-6}$	$6,96 \cdot 10^{-7}$
0,40	0,0570	$6,00 \cdot 10^{-3}$	$7,58 \cdot 10^{-4}$	$1,05 \cdot 10^{-4}$	$1,52 \cdot 10^{-5}$
0,50	0,0926	0,0161	$3,37 \cdot 10^{-3}$	$7,75 \cdot 10^{-4}$	$1,88 \cdot 10^{-4}$
0,60	0,140	0,0377	0,0123	$4,41 \cdot 10^{-3}$	$1,67 \cdot 10^{-3}$
0,70	0,203	0,0813	0,0398	0,0215	0,0123
0,80	0,287	0,168	0,122	0,0975	0,0831
0,90	0,400	0,341	0,365	0,436	0,554
1,00	0,557	0,702	1,13	2,04	3,95
1,10	0,786	1,51	3,81	10,9	33,2

Аналогичное по форме требование можно получить исходя из заданной допустимой фазовой погрешности (8.54) с учетом условия (8.55). Объединяя его с условием (8.58), в результате получим

$$F_l(\bar{\omega}_{zp}) \leq \min \left\{ \frac{\Delta_A}{\bar{\omega}_{zp}} \left(\left| \frac{dA_{yy}(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\bar{\omega}_{zp}} \right)^{-1}, \right. \\ \left. \frac{\Delta\psi}{\bar{\omega}_{zp}} \left(\left| \frac{d\psi_{yy}(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\bar{\omega}_{zp}} \right)^{-1} \right\}. \quad (8.59)$$

Соотношение (8.59) сохраняет силу и при использовании методов «1/3» Симпсона или Уэддлэ, если в его левой части заменить $F_l(\bar{\omega})$ на $F_c(\bar{\omega}) = |1 - \bar{\omega}_c(\bar{\omega})/\bar{\omega}|$ или $F_y(\bar{\omega}) = |1 - \bar{\omega}_y(\bar{\omega})/\bar{\omega}|$ с учетом формул (8.51) и (8.52).

Значения функций $F_l(\bar{\omega})$, $F_c(\bar{\omega})$ и $F_y(\bar{\omega})$ при различных значениях $\bar{\omega}_{zp}$ даны в табл. 8.1.

Анализ приведенных в табл. 8.1 данных позволяет сравнить точности реализации желаемых частотных характеристик ЦУУ, которые способны обеспечить различные методы нахождения функции $D(z)$. Общий вывод состоит в том, что усложнение метода (повышение l) приводит к повышению точности, но лишь на достаточно малых относительных частотах $\bar{\omega}$. Для методов, соответствующих выражению (8.43), это связано со справедливостью разложения в ряд по формуле (8.41) лишь при $\lambda < 1$ или $\bar{\omega} < \pi/4$.

Интересно сравнить различные методы по требуемой производительности вычислителя для получения одинаковой точности. Например, простейший метод ($l = 1$) для частоты $\bar{\omega} = 0,05$ ха-

Таблица 8.1

и $F_y(\bar{\omega})$

$F_c(\bar{\omega})$	$F_y(\bar{\omega})$
$5,56 \cdot 10^{-7}$	$1,11 \cdot 10^{-9}$
$8,33 \cdot 10^{-6}$	$7,72 \cdot 10^{-8}$
$4,55 \cdot 10^{-5}$	$8,96 \cdot 10^{-7}$
$1,45 \cdot 10^{-4}$	$5,16 \cdot 10^{-6}$
$3,58 \cdot 10^{-4}$	$2,03 \cdot 10^{-5}$
$7,52 \cdot 10^{-4}$	$6,33 \cdot 10^{-5}$
$2,46 \cdot 10^{-3}$	$3,96 \cdot 10^{-4}$
$6,25 \cdot 10^{-3}$	$1,76 \cdot 10^{-3}$
0,0137	$6,47 \cdot 10^{-3}$
0,0269	0,0215
0,0490	0,0735
0,0845	0,330
0,139	2,69
0,219	0,74

рактируется величиной $|F_1(0,05)| = 8,3 \cdot 10^{-4}$. При $l = 2$ такое же значение $F_2(\bar{\omega}) = 8,3 \cdot 10^{-4}$ достигается на частоте $\bar{\omega} = 0,25$, т. е. в пять раз большей. Но при этом порядок дискретной передаточной функции будет в три раза выше, чем при $l = 1$. Если приближенно считать, что время вычислений на одном такте пропорционально порядку дискретной передаточной функции, то при $l = 2$ потребуется производительность вычислителя, в 1,67 раза меньшая, чем при $l = 1$. Соответствующие числа для других методов, исходя из табл. 8.1, составят: при $l = 3$ в 1,60 раза; при $l = 4$ в 1,43 раза; при $l = 5$ в 1,22 раза; при методе «1/3» Симпсона — в 3 раза; при методе Уэддля — в 2,25 раза. Видно, что в рассмотренном примере, где тре-

буемая точность дискретной аппроксимации довольно высока, наиболее эффективен в смысле экономии вычислительных затрат метод «1/3» Симпсона.

8.5. ВЫБОР ПЕРИОДА ДИСКРЕТНОСТИ И ХАРАКТЕРИСТИК ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

Выбор периода дискретности. При выборе периода дискретности T приходится находить компромиссное решение с учетом следующих противоречивых требований. Во-первых, чрезмерное уменьшение величины T при определенном быстродействии вычислителя ограничивает допустимую сложность алгоритма вычислений, которые производятся в реальном масштабе времени и на каждом такте должны быть выполнены за время, не превышающее значения T . Во-вторых, увеличение значения T приводит к возрастанию информационных потерь при квантовании непрерывного сигнала и в конечном счете ухудшает качество управления (см. п. 8.4). Последнее обстоятельство связано с тем, что вследствие периодичности частотных характеристик ЦУУ им удастся придать желаемую форму лишь на частотах $|\omega| \ll \pi/T$. Это приводит к нежелательным динамическим искажениям полезного управляющего сигнала, а также к увеличению составляющей ошибки от возмущающего воздействия. Рассмотрим эти два фактора по отдельности.

Учет первого фактора удобно произвести на основе соотношения (8.59). Оно позволяет не только назначить требование к величине периода дискретности, но и выбрать метод нахождения дискретной передаточной функции ЦУУ необходимой сложности. Это делают следующим образом.

1. Определены производные АЧХ и ФЧХ непрерывного прототипа ЦУУ в точке $\omega = \omega_{гр}$ (аналитически или графически) и вычисляют правую часть неравенства (8.59).

2. Используя табл. 8.1, для различных методов нахождения функции $D(z)$ определяют требуемую величину $\bar{\omega}_{гр}$ и выбирают метод, при котором требуется достаточно малая величина $\bar{\omega}_{гр}$ (обычно она составляет 0,05—0,50) при приемлемой сложности функции $D(z)$.

3. Находят требуемый период дискретности по формуле

$$T \leq 2\bar{\omega}_{гр}/\omega_{зр}. \quad (8.60)$$

4. По формулам (8.43), (8.47) или (8.48) находят дискретную передаточную функцию ЦУУ $D(z)$.

Пример. Пусть $A_{нuy}(\omega) = \sqrt{(1 + T_1^2 \omega^2)/(1 + T_2^2 \omega^2)}$, $T_1 = 1$ с, $T_2 = 0,1$ с, $\omega_{зр} = 10$ с⁻¹ и задана допустимая относительная погрешность реализации желаемой АЧХ $\Delta_A/A_{нuy}(\omega_{зр}) = 10^{-2}$, т. е. $\Delta_A = 10^{-2} A_{нuy}(\omega_{зр}) = 7,1 \cdot 10^{-2}$. При этом получим

$$\left. \frac{dA_{нuy}(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_{зр}} = \frac{(T_1^2 - T_2^2) \omega_{зр}}{(1 + T_1^2 \omega_{зр}^2)^{1/2} (1 + T_2^2 \omega_{зр}^2)^{3/2}}.$$

Подстановка исходных величин в эту формулу дает значение искомой производной 0,35 с. Далее имеем

$$\frac{\Delta_A}{\bar{\omega}_{зр}} \left(\left| \frac{dA_{нuy}(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_{зр}} \right)^{-1} = \frac{7,1 \cdot 10^{-2}}{10 \cdot 0,35} = 2,0 \cdot 10^{-2}.$$

По табл. 8.1 определяем, что $\bar{\omega}_{зр} = 0,24$ при $l = 1$; $\bar{\omega}_{зр} = 0,55$ при $l = 2$; $\bar{\omega}_{зр} = 0,65$ при $l = 3$; $\omega_{зр} = 0,65$ по методу «1/3» Симпсона и $\bar{\omega}_{зр} = 0,68$ по методу Уэддлэ. Легко сделать вывод о том, что наиболее эффективными в данном случае являются метод замены частоты псевдо частотой (при $l = 1$) и метод «1/3» Симпсона. Выбирая первый из них как более простой, по формуле (8.60) находим $T = 0,48$ с.

Теперь рассмотрим влияние периода дискретности на средний квадрат ошибки от непрерывного возмущающего воздействия $v(t)$, приведенного ко входу аналого-цифровой системы. Будем считать, что спектральная плотность этого воздействия на достаточно низких частотах практически равномерна и имеет вид $S_v(\omega) = S_v(0)$, а передаточная функция входного непрерывного динамического звена (см. рис. 8.1) равна $W_d(p) = k_d/(1 + T_d p)$. Тогда спектральная плотность помехового сигнала на входе АЦП составит

$$S_{vд}(\omega) = \frac{S_{vд}(0)}{1 + \bar{\omega}^2 T_d^2} = \frac{2D_{vд} T_d}{1 + \omega^2 T_d^2}, \quad (8.61)$$

где $S_{vд}(0) = k_d^2 S_v(0)$; $D_{vд} = S_{vд}(0)/(2T_d)$.

Спектральная плотность помехового сигнала после его квантования во времени с частотой $\omega_1 = 2\pi/T$ определится соотноше-

нием $S_{v\partial}^{\perp}(\omega) = T^{-1} \sum_{l=-\infty}^{\infty} S_{v\partial}(\omega + l\omega_{\perp})$. Уровень этой спектральной плотности на нулевой частоте с учетом выражения (8.61) составит

$$\begin{aligned} S_{v\partial}^{\perp}(0) &= T^{-1} \sum_{l=-\infty}^{\infty} S_{v\partial}(l\omega_{\perp}) = \\ &= T^{-1} S_{v\partial}(0) \left(1 + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2}{1 + 4\pi^2 l^2 (T_{\partial}/T)^2} \right). \end{aligned} \quad (8.62)$$

При $T \leq T_{\partial}$ даже для $l = 1$ знаменатель выражения под знаком суммы в формуле (8.62) существенно превышает единицу. Тогда справедлива приближенная формула

$$\begin{aligned} S_{v\partial}^{\perp}(0) &\approx T^{-1} S_{v\partial}(0) \left(1 + \frac{T^2}{2\pi^2 T_{\partial}^2} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{l^2} \right) = \\ &= T^{-1} S_{v\partial}(0) \left(1 + \frac{T^2}{12T_{\partial}^2} \right). \end{aligned} \quad (8.63)$$

Здесь использована сумма бесконечного ряда $\sum_{l=1}^{\infty} l^{-2} = \pi^2/6$.

Средний квадрат ошибки от широкополосного возмущающего воздействия в аналого-цифровой системе пропорционален величине $TS_{v\partial}^{\perp}(0)$, а в непрерывном прототипе этой системы — величине $S_{v\partial}(0)$. Соотношение этих величин в соответствии с выражением (8.63) составит

$$\frac{TS_{v\partial}^{\perp}(0)}{S_{v\partial}(0)} \approx 1 + \frac{T^2}{12T_{\partial}^2}. \quad (8.64)$$

Эквивалентная выражению (8.64) формула может быть выведена также при рассмотрении решетчатого случайного процесса, получающегося при прохождении через временной квантователь помехового сигнала $v_{\partial}(t)$, спектральной плотности $S_{v\partial}^{\perp}(z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_{v\partial}(mT) z^{-m}$, где $R_{v\partial}(\tau) = D_{v\partial} \exp(-|\tau|/T_{\partial})$ — корреляционная функция процесса со спектральной плотностью (8.61). После перехода к псевдочастоте подстановкой

$$S_{v\partial}^*(\lambda) = S_{v\partial}^{\perp}[(1 + j\lambda T/2)/(1 - j\lambda T/2)]$$

получим $S_{v\partial}^*(0) = D_{v\partial} \operatorname{cth}(T/2T_{\partial})$ или $TS_{v\partial}^*(0)/S_{v\partial}(0) = (T/2T_{\partial}) \operatorname{cth}(T/2T_{\partial}) = 1 + (T/T_{\partial})^2/12$. Здесь использовано разложение гиперболического котангенса в ряд $\operatorname{cth} a = 1/a + a/3 + \dots$ при $a \ll 1$.

Из выражения (8.64) ясно, что эффект квантования во времени сигнала помехи приводит к увеличению среднего квадрата ошибки от помехи на относительную величину $(T/T_{\partial})^2/12$ при $T \leq T_{\partial}$.

Следовательно, если эта относительная величина не должна превышать некоторого малого числа ε , то правомерно назначить требование $T \leq T_d \sqrt{12\varepsilon}$; при $\varepsilon = 0,08$ оно дает $T \leq T_d$; при $\varepsilon = 0,03$ —

$$T \leq 0,6T_d. \quad (8.65)$$

В целях смягчения требования (8.65) иногда целесообразно специально несколько увеличить постоянную времени T_d непрерывного динамического звена на входе системы. При этом уменьшается ширина спектра сигнала, подвергаемого квантованию во времени. Таким образом, при выборе периода дискретности должны быть одновременно выполнены неравенства (8.60) и (8.65).

Выбор характеристик АЦП. При выборе цены единицы младшего ряда АЦП δ_A можно поставить условие, чтобы средний квадрат дополнительной ошибки управления от шума квантования по уровню в АЦП $\overline{e_{vA}^2}$, выражаемый формулой (8.10), был пренебрежимо мал по сравнению со средним квадратом ошибки в непрерывном прототипе системы. Наиболее простые расчетные соотношения получаются в характерном случае, когда приведенное ко входу системы возмущающее воздействие можно считать белым шумом со спектральной плотностью $S_v(\omega) = S_v(0)$, а полоса пропускания входного непрерывного динамического звена с передаточной функцией $W_d(p)$ значительно шире, чем полоса пропускания всей системы Δf_s , т. е. $W_d(p) \approx k_d$. В этом случае можно считать, что $\overline{e_{vA}^2} = S_v(0) \Delta f_s$ и $\overline{e_{vA}^2} \approx k_d^2 S_{vA}^*(0) T \Delta f_s$. Потребовав, чтобы средний квадрат ошибки от шума квантования в АЦП составлял не более 1 % от среднего квадрата ошибки от помехи, т. е. $\overline{e_{vA}^2} \leq 10^{-2} \overline{e_v^2}$, и учитывая, что $S_{vA}^*(0) = D_{vA} = \delta_A^2/12$, получим неравенство

$$\frac{\delta_A^2 T \Delta f_s}{12 k_d^2} \leq 10^{-2} S_v(0) \Delta f_s$$

или

$$\delta_A \leq \frac{k_d}{3} \sqrt{\frac{S_v(0)}{T}}. \quad (8.66)$$

Поскольку условие (8.66) выведено в предположении, что шум квантования по уровню в АЦП — дискретный белый шум, оно имеет силу только при достаточно большом числе двоичных разрядов АЦП и достаточно интенсивно изменяющемся его входном сигнале. Если в процессе работы системы уровень спектральной плотности возмущающего воздействия $S_v(0)$ по каким-либо причинам сильно уменьшился, а задающее воздействие почти не изменяется, то последнее условие может не выполняться и средне-квадратичная ошибка управления от шума квантования может сильно возрасти и даже достичь максимального возможного зна-

чения $0,5\delta_A/k_d$. Иногда это обстоятельство накладывает более жесткие требования на величину δ_A , чем неравенство (8.66).

После выбора цены единицы младшего разряда АЦП требуемое число его двоичных разрядов определяется с учетом формулы

$$\alpha_A \geq \log_2(1 + x_{\max}^{ex}/\delta_A) = 3,3 \lg(1 + x_{\max}^{ex}/\delta_A), \quad (8.67)$$

где $x_{\max}^{ex}$ — максимальное значение входной величины АЦП, которая в первом приближении может быть оценена по ожидаемому значению максимальной результирующей ошибки управления на основе приближенной формулы $x_{\max}^{ex} \approx k_d e_{\max}$. Обычно для получения высокой результирующей точности управления требуется как минимум 5—8 двоичных разрядов в АЦП.

Выбор характеристик ЦАП. При выборе цены единицы младшего разряда ЦАП $\delta_{Ц}$ следует задаться допустимым значением $D_{ЦАП}$ среднего квадрата ошибки от шума квантования по уровню $v_{Ц}$ [н], которое обычно составляет несколько процентов от среднего квадрата результирующей ошибки управления $\bar{e}^2$. Если непрерывная часть системы — практически безынерционное звено с коэффициентом передачи k_n , то с учетом формулы (8.12) неравенство $\bar{e}_{v_{Ц}}^2 \leq D_{ЦАП}$ будет выполнено при условии

$$\delta_{Ц} \leq \sqrt{12 D_{ЦАП} / k_n}.$$

Если непрерывная часть системы обладает значительной инерционностью, то с учетом формулы (8.11) для выбора $\delta_{Ц}$ получим условие

$$\delta_{Ц} \leq \sqrt{12 D_{ЦАП}} \left(\frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|W_0^*(j\lambda)|^2 d\lambda}{|H_{зд}^*(j\lambda)|^2 (1 + \lambda^2 T^2/4)} \right)^{-1/2}.$$

Требуемое число двоичных разрядов в ЦАП составит

$$\alpha_{Ц} \geq 3,3 \lg(1 + x_{ЦАП}^{\max}/\delta_{Ц}),$$

где $x_{ЦАП}^{\max}$ — максимальная возможная величина сигнала на выходе ЦАП.

Если непрерывная часть системы — безынерционное звено, т. е. $W_n(p) = k_n$, то $x_{ЦАП}^{\max} \approx g_{\max}/k_n$, где $g_{\max}$ — максимальное значение задающего воздействия.

Следует иметь в виду, что в микропроцессорных системах может предусматриваться непосредственное преобразование выходного кода ЦУУ в управляемую величину, т. е. совмещение функций исполнительного устройства и ЦАП. Например, в системах управления угловым положением преобразование кода (унитарного) в угол поворота может осуществлять шаговый двигатель. При таком построении системы без существенных технических трудностей в ЦАП можно обеспечить большее число разрядов, чем в АЦП.

СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ В НЕЛИНЕЙНЫХ ЦАС

9.1. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ЛИНЕАРИЗАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Вводные замечания. Исследование прохождения случайного сигнала через нелинейные звенья в ЦАС весьма сложно и обычно невозможно точными теоретическими методами. Основной путь изучения ЦАС в данном случае — моделирование на ЭВМ [18]. Однако моделирование часто не исключает необходимости хотя бы ориентировочной оценки роли нелинейных звеньев при теоретическом исследовании системы. Такая оценка возможна на основе приближенных методов. Один из них — статистическая линеаризация.

Этот метод применим, если случайные процессы имеют нормальное распределение. Естественно, что при прохождении сигнала через нелинейное звено нормальность его распределения нарушается. Однако и при этом для приближенной оценки точности системы возможно использование двух первых вероятностных моментов — математического ожидания и дисперсии.

Сущность статистической линеаризации заключается в замене нелинейного звена эквивалентным, которое одинаково с исходным нелинейным звеном преобразует два первых вероятностных момента — математическое ожидание и дисперсию. Предполагается, что, как при гармонической линеаризации, последующие элементы, на которые поступает выходной сигнал нелинейного звена, обладают свойством фильтра, т. е. ослабляют роль неучитываемых высших вероятностных моментов. Это является основанием для использования метода статистической линеаризации при решении инженерных задач.

Рассмотрим разомкнутую ЦАС (рис. 9.1), содержащую два импульсных элемента с периодом дискретности T , дискретное корректирующее устройство с передаточной функцией $D(z)$ и приведенную линейную часть с передаточной функцией $W_m(p)$ и нелинейное звено $HЗ$. На входе системы действует случайный сигнал $g(t)$. Он вызывает на выходе линейной части сигнал $x(t)$. Сигнал $x(t)$ поступает на нелинейное звено, выходной сигнал которого определяется нелинейной функцией, например $F = F(x, px)$.

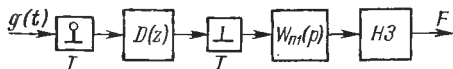


Рис. 9.1. Разомкнутая дискретная система с нелинейным звеном

Представление входного сигнала. Пусть $g(t)$ является суммой математического ожидания $\tilde{g}(t)$, представляющего собой регулярную функцию времени и центрированного случайного стационарного процесса с известной корреляционной функцией $K_g(\tau)$ или спектральной плотностью $S_g(\omega)$. Применительно к решетчатой функции им соответствуют корреляционная функция $K_g[m]$ и спектральная плотность в функции псевдочастоты $S^*(\lambda)$. Передаточная функция линейной части рассматриваемой системы

$$W_1(z, \varepsilon) = D(z) W_{n1}(z, \varepsilon). \quad (9.1)$$

Передаточная функция приведенной непрерывной части

$$W_{n1}(z, \varepsilon) = \sum_{n=0}^{\infty} w_{n1}[n, \varepsilon] z^{-n}, \quad (9.2)$$

где $w_{n1}[n, \varepsilon]$ — смещенная решетчатая функция веса приведенной непрерывной части.

Передаточной функции (9.1) соответствует смещенная приведенная весовая функция разомкнутого канала от входа до нелинейного звена

$$w_1[n, \varepsilon] = Z^{-1} \{W_1(z, \varepsilon)\}, \quad (9.3)$$

являющаяся реакцией этого канала на решетчатую импульсную входную функцию $g[n] = \delta_0[n]$.

Запишем теперь непрерывный сигнал $x(t)$ в виде

$$x = \tilde{x} + x^0, \quad (9.4)$$

где $\tilde{x}$ — математическое ожидание (среднее значение), представляющее собой регулярную функцию времени; x^0 — случайная составляющая с нулевым математическим ожиданием.

Найдем регулярную составляющую. Пусть решетчатой функции регулярной части входного сигнала $\tilde{g}[n]$ соответствует изображение $\tilde{G}(z)$. Тогда изображение сигнала $\tilde{x}[n, \varepsilon]$ на выходе линейной части

$$\tilde{X}(z, \varepsilon) = W_1(z, \varepsilon) \tilde{G}(z). \quad (9.5)$$

Отсюда оригинал

$$\tilde{x}[n, \varepsilon] = Z^{-1} \{\tilde{X}(z, \varepsilon)\}. \quad (9.6)$$

Переход к оригиналу в (9.3) и (9.6) возможен согласно п. 5.2. Реакция линейной части системы на случайную составляющую x^0 может быть найдена согласно пп. 7.4 и 7.5.

Расчет дисперсий. Пусть процесс $g^0(t)$ стационарен и решетчатому сигналу $g^0[n]$ соответствует корреляционная функция $K_g[m]$. Тогда корреляционная функция процесса $x^0[n, \varepsilon]$

$$K_x[n, n_1, \varepsilon] = \sum_{j=0}^n w_1[j, \varepsilon] \sum_{k=0}^n w_1[k, \varepsilon] K_g[m - j + k]. \quad (9.7)$$

При $n = n_1$ из (9.7) получается дисперсия рассматриваемого процесса

$$D_x[n, \varepsilon] = \sum_{j=0}^n w_1[j, \varepsilon] \sum_{k=0}^n w_1[k, \varepsilon] K_g[0 - j + k]. \quad (9.8)$$

В устойчивом канале $K_x[n, n_1]$ и $D_x[n, \varepsilon]$ стремятся к пределам, определяющим стационарный процесс на выходе. Пусть в выражении (9.7) $n \rightarrow \infty$ и $n_1 \rightarrow \infty$, тогда имеем при $n_1 - n = m$

$$K_x[m, \varepsilon] = \sum_{j=0}^{\infty} w_1[j, \varepsilon] \sum_{k=0}^{\infty} w_1[k, \varepsilon] K_g[m - j + k]. \quad (9.9)$$

Положив здесь $m = 0$, найдем установившееся значение дисперсии

$$D_x[\varepsilon] = K_x[0, \varepsilon] = \sum_{j=0}^{\infty} w_1[j, \varepsilon] \sum_{k=0}^{\infty} w_1[k, \varepsilon] K_g[k - j]. \quad (9.10)$$

Полученные формулы, однако, не всегда удобны для расчетов.

Если рассматриваются только установившиеся режимы и входной процесс стационарен, то удобнее использовать спектральные плотности решетчатых процессов $S^*(j\lambda)$, взятые в функции псевдочастоты. Частотная передаточная функция линейной части

$$W_1^*(j\lambda, \varepsilon) = W_1\left(\frac{1 + j\lambda T/2}{1 - j\lambda T/2}, \varepsilon\right). \quad (9.11)$$

Дисперсия выходной величины линейной части для дискретных моментов времени

$$D_x(\varepsilon) = \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S_x^*(\lambda, \varepsilon) d\lambda}{\left|1 + j\lambda \frac{T}{2}\right|^2} = \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|W_1^*(j\lambda, \varepsilon)|^2 S_g^*(\lambda) d\lambda}{\left|1 + j\lambda \frac{T}{2}\right|^2}; \quad (9.12)$$

дисперсия непрерывной выходной величины $x(t)$

$$D_x = \int_0^1 D_x(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (9.13)$$

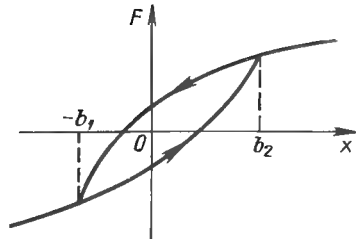
Часто, особенно при относительно малом периоде дискретности [18], может использоваться зависимость $D_x \approx D_x(\varepsilon)$. Тогда пользоваться передаточной функцией $W_1(z, \varepsilon)$ не нужно и расчет возможен для дискретных моментов времени при $\varepsilon = 0$ по передаточной функции $W_1(z, 0) = W_1(z)$. Это возможно, если в течение периода дискретности выходная величина остается практически постоянной.

После расчета прохождения указанных выше регулярной и случайной составляющих через линейную часть на ее выходе ста-

рис. 9.2. Петлевая характеристика нелинейного звена

новятся известными математическое ожидание и дисперсия.

Представление выходного сигнала. Выходную величину F нелинейного звена также представим в виде регулярной (математического ожидания) и случайной составляющих:



$$F = \tilde{F} + F^0 = \tilde{F} + q^0 x^0 = \tilde{q} \tilde{x} + q^0 x^0, \quad (9.14)$$

где q^0 — эквивалентный коэффициент передачи нелинейного звена по случайной составляющей, получаемый каким-либо из методов линеаризации зависимости $\tilde{F} = \tilde{F}(\tilde{x})$.

При статической линеаризации получим в окрестности ожидаемого значения $\tilde{x} - \tilde{q} = \tilde{F}/\tilde{x}$, а при динамической — $\tilde{q} = \partial \tilde{F} / \partial x$. Последний случай совпадает с обычной линеаризацией, вытекающей из разложения в ряд Тейлора.

Регулярную составляющую можно найти по формуле для математического ожидания. Для однозначной нелинейной функции $F(x)$

$$\tilde{F} = M \{F(\tilde{x} + x^0)\} = \int_{-\infty}^{\infty} F(\tilde{x} + x^0) \vartheta(x) dx, \quad (9.15)$$

где $\vartheta(x)$ — плотность вероятности.

Для нелинейности более общего вида $F = F(x, px)$ вместо (9.15) имеем

$$\tilde{F} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(\tilde{x} + x^0, p\tilde{x} + px^0) \vartheta(x, px) dx d(px). \quad (9.16)$$

Эта формула пригодна, в частности, для петлеобразных характеристик. Так, для характеристики $F(x)$ в виде петли, показанной на рис. 9.2, получим для случая симметричной функции распределения

$$\begin{aligned} \tilde{F} = & \int_{-\infty}^{-b_1} F(\tilde{x} + x^0) \vartheta(x) dx + \int_{-b_1}^{b_2} \frac{1}{2} [F_1(\tilde{x} + x^0) + F_2(\tilde{x} + x^0)] \times \\ & \times \vartheta(x) dx + \int_{b_2}^{\infty} F(\tilde{x} + x^0) \vartheta(x) dx. \end{aligned} \quad (9.17)$$

Эквивалентный коэффициент передачи q^0 для случайной составляющей можно определить следующими способами.

Первый из них основан на использовании среднеквадратичных отклонений σ_x и σ_F , тогда

$$q^0 = \frac{\sigma_F}{\sigma_x} = \sqrt{\frac{M\{(F^0)^2\}}{M\{(x^0)^2\}}} \quad (9.18)$$

Для однозначной характеристики $F(x)$ расчетная формула

$$q^0 = \frac{1}{\sigma_x} \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} F^2(\tilde{x} + x^0) \vartheta(x) dx - \tilde{F}^2} \quad (9.19)$$

В более общем случае при $F = F(x, px)$ и для петлевых нелинейностей формула для определения q^0 оказывается сложнее. Она может быть найдена на основе тех же обобщений, которые сделаны при получении формул (9.16) и (9.17).

По второму способу эквивалентный коэффициент передачи определяется из условия минимума математического ожидания квадрата разности истинного значения F и заменяющего его значения (9.14). Это условие имеет вид

$$M\{(F - \tilde{F} - q^0 x^0)^2\} = \min. \quad (9.20)$$

Отсюда

$$q^0 = \frac{M\{F^0 x^0\}}{M\{(x^0)^2\}} = \frac{r_{Fx}}{\sigma_x^2}, \quad (9.21)$$

где r_{Fx} — значение взаимной корреляционной функции переменных F и x при $\tau = 0$.

Для однозначной нелинейности получим

$$q^0 = \frac{1}{\sigma_x^2} \int_{-\infty}^{\infty} F^0 x^0 \vartheta(x) dx = \frac{1}{\sigma_x^2} \int_{-\infty}^{\infty} F(\tilde{x} + x^0) x^0 \vartheta(x) dx. \quad (9.22)$$

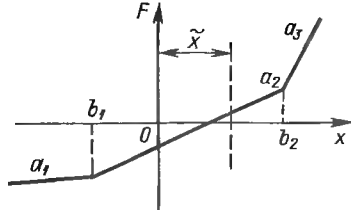
Эта формула обобщается для случая $F(x, px)$ и для петлевых нелинейностей по образцу (9.16) и (9.17). При втором способе определения q^0 формулы получаются проще. По точности оба метода близки. Однако первый способ может давать завышенные значения для оценки корреляционной функции величины $F(t)$, а второй — заниженные. Поэтому возможно использование [14] среднего значения эквивалентных коэффициентов передачи, определенных двумя способами.

9.2. ПРОХОЖДЕНИЕ СЛУЧАЙНОГО СИГНАЛА ЧЕРЕЗ НЕЛИНЕЙНОЕ ЗВЕНО В РАЗОМКНУТОЙ СИСТЕМЕ

Нелинейное звено с кусочно-линейной характеристикой. Рассмотрим полученные в п. 9.1 соотношения применительно к нелинейным звеньям с различными характеристиками.

Рис. 9.3. Кусочно-линейная характеристика нелинейного звена

Пусть имеется нелинейное звено, характеристика которого близка к кусочно-линейной, рис. 9.3. В данном случае a_1 , a_2 , a_3 — коэффициенты наклона отрезков, а b_1 и b_2 — абсциссы точек излома характеристики.



Звенья с характеристиками, допускающими кусочно-линейную аппроксимацию, встречаются достаточно часто. Для рассматриваемого случая вместо (9.22) получим

$$q^0 = \frac{1}{\sigma_x^2} \left[\int_{-\infty}^{b_1} a_1 (x^0)^2 \vartheta(x) dx + \int_{b_1}^{b_2} a_2 (x^0)^2 \vartheta(x) dx + \int_{b_2}^{\infty} a_3 (x^0)^2 \vartheta(x) dx \right]. \quad (9.23)$$

Каждый из трех интегралов здесь выражается через дисперсию σ_x^2 и вероятность P_i нахождения $x(t)$ в рассматриваемом интервале. Тогда вместо (9.23) найдем

$$q^0 = a_1 P_1 (-\infty < x < b_1) + a_2 P_2 (b_1 < x < b_2) + a_3 P_3 (b_2 < x < \infty). \quad (9.24)$$

Для N линейных участков получим

$$q^0 = \sum_{i=1}^N a_i P_i. \quad (9.25)$$

Часто эта формула оказывается относительно простой, так как вероятности P_i определяются через интеграл вероятностей. Так, для кусочно-линейной характеристики $F(x)$, данной на рис. 9.3, получим при нормальном распределении

$$q^0 = \frac{a_1}{2} \left[1 - \Phi \left(\frac{b_1 - \tilde{x}}{\sigma_x} \right) \right] + \frac{a_2}{2} \left[\Phi \left(\frac{b_1 + \tilde{x}}{\sigma_x} \right) + \Phi \left(\frac{b_2 - \tilde{x}}{\sigma_x} \right) \right] + \frac{a_3}{2} \left[1 - \Phi \left(\frac{b_2 - \tilde{x}}{\sigma_x} \right) \right] = \frac{a_1 + a_3}{2} + \frac{a_2 - a_1}{2} \Phi \left(\frac{b_1 + \tilde{x}}{\sigma_x} \right) + \frac{a_2 - a_3}{2} \Phi \left(\frac{b_2 - \tilde{x}}{\sigma_x} \right). \quad (9.26)$$

Характеристики с разрывом непрерывностей. Характеристика может иметь разрывы непрерывностей в виде скачков выходной величины. Таковы, например, все релейные характеристики. Рассмотрим пример разрыва непрерывности. Пусть имеется характеристика $F(x)$, состоящая из двух горизонтальных участков на разных уровнях, переход от одного из которых к другому

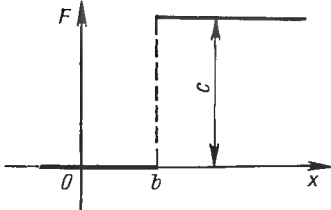


Рис. 9.4. Характеристика с разрывом непрерывности

происходит по вертикали $x = b$, т. е. скачком (рис. 9.4). Характеристика описывается соотношениями:

$$F = \begin{cases} 0 & \text{при } -\infty < x \leq b; \\ c & \text{при } b \leq x. \end{cases}$$

Рассмотрим эту характеристику как кусочно-линейную с наклонами отрезков $a_1 = 0$ и $a_3 = 0$, а для второго участка (т. е. скачка) вместо фактического значения $a_2 \rightarrow \infty$ примем $a_2 = c/\Delta x$, $\Delta x \rightarrow 0$, что соответствует наклонной прямой на интервале $(b, b + \Delta x)$. Тогда по образцу предыдущего рассмотрения

$$q^0 = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{c}{\Delta x} P(b < x < b + \Delta x) = c \frac{dP}{dx} = c\varphi(b), \quad (9.27)$$

где $\varphi(b)$ — плотность вероятности в точке $x = b$.

При нормальном распределении

$$q^0 = \frac{c}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{b - \tilde{x}}{\sigma_x} \right)^2 \right]. \quad (9.28)$$

При N скачках из предыдущего уравнения имеем

$$q^0 = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^N c_i \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{b_i - \tilde{x}}{\sigma_x} \right)^2 \right] \quad (9.29)$$

(здесь необходимо учитывать знак скачка c_i).

Эта формула удобна для определения q^0 в случае релейных характеристик.

Результаты исследований по методу статистической линеаризации являются приближенными, однако они могут быть наглядными и позволяющими ориентировочно оценить поведение нелинейной системы при случайных воздействиях.

Ниже даны примеры расчета $\tilde{F}$ и q^0 для типовых нелинейностей при нормальном распределении $x(t)$, т. е. при нормальном законе распределения входного воздействия $g(t)$.

Идеальная релейная характеристика. Такая характеристика дана на рис. 9.5, а в виде $F(x)$, ее отличает отсутствие зоны нечувствительности и гистерезиса. При $\tilde{x} > 0$, согласно (9.15), найдем

$$\begin{aligned} \tilde{F} = & \frac{c}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \left\{ \int_0^{\infty} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \tilde{x}}{\sigma_x} \right)^2 \right] dx - \right. \\ & \left. - \int_{-\infty}^0 \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \tilde{x}}{\sigma_x} \right)^2 \right] dx \right\} = c\Phi \left(\frac{\tilde{x}}{\sigma_x} \right) = c\Phi(u), \quad (9.30) \end{aligned}$$

где интеграл вероятностей для $u = \tilde{x}/\sigma_x$

$$\Phi\left(\frac{\tilde{x}}{\sigma_x}\right) = \Phi(u) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^u \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy. \quad (9.31)$$

Значения интеграла вероятностей даны в справочниках. Для $\tilde{x} < 0$ результат получается таким же, но с обратным знаком.

Зависимость относительного смещения $\tilde{F}/c$ на выходе нелинейного звена от относительного смещения $\tilde{x}/\sigma_x$ на его входе для нормального закона распределения входной величины при $\tilde{x} > 0$ дана на рис. 9.5, б. Указанная характеристика $\tilde{F}(\tilde{x})$ симметрична относительно начала координат, т. е. для $\tilde{x} < 0$ лежит в третьем квадранте.

Линеаризация разложением в ряд Тейлора позволяет получить из выражения (9.30) эквивалентный коэффициент передачи регулярной составляющей в точке $\tilde{x} = \tilde{x}_0$ для малых отклонений от этой точки

$$\tilde{q} = \frac{d\tilde{F}}{d\tilde{x}} = c \frac{\partial \Phi\left(\frac{\tilde{x}}{\sigma_x}\right)}{\partial \tilde{x}} = \frac{c}{\sigma_x} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\tilde{x}_0}{\sigma_x}\right)^2\right]. \quad (9.32)$$

Если $\tilde{x} = 0$, получим

$$\tilde{q}_0 = (c/\sigma_x) \sqrt{2/\pi}. \quad (9.33)$$

Согласно формуле (9.19) найдем эквивалентный коэффициент передачи случайной составляющей

$$\begin{aligned} q^0 &= \frac{1}{\sigma_x} \sqrt{c^2 \int_{-\infty}^{\infty} \vartheta(x) dx - (\tilde{F})^2} = \frac{c}{\sigma_x} \sqrt{1 - \Phi^2\left(\frac{\tilde{x}}{\sigma_x}\right)} = \\ &= \frac{c}{\sigma_x} \varphi_1(\tilde{x}, \sigma_x). \end{aligned} \quad (9.34)$$

Согласно равенству (9.29) найдем

$$q^0 = \frac{2c}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\tilde{x}}{\sigma_x}\right)^2\right] = \frac{c}{\sigma_x} \varphi_2(\tilde{x}, \sigma_x). \quad (9.35)$$

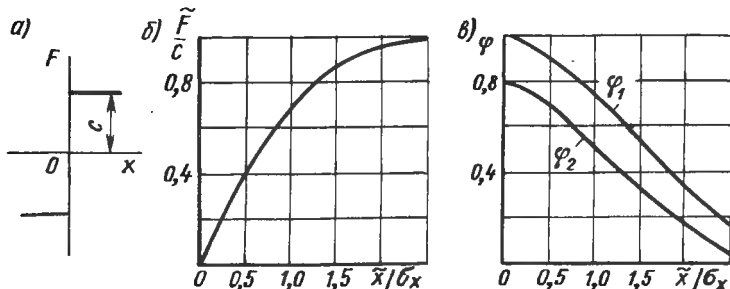


Рис. 9.5. Характеристики идеального релейного звена: а — исходная; б — относительного смещения; в — коэффициента передачи

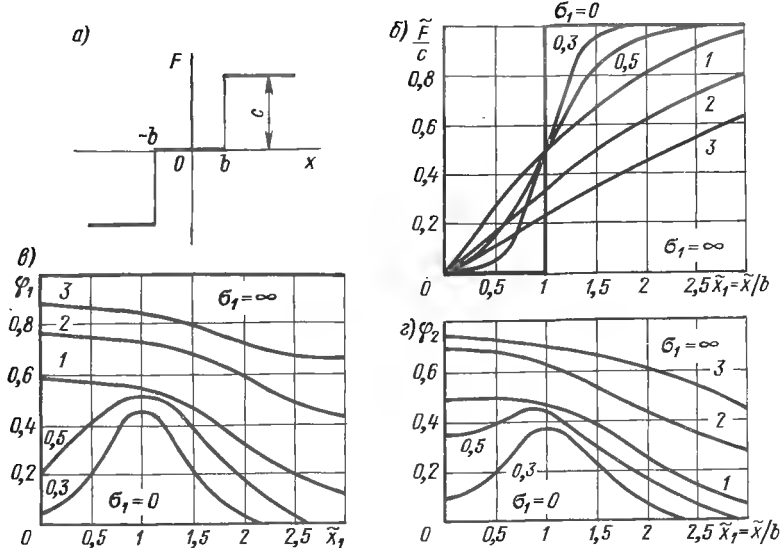


Рис. 9.6. Характеристики релейного звена с зоной нечувствительности: а — исходная; б — относительного смещения; в — коэффициента передачи по (9.19); г — коэффициента передачи по (9.22)

Полученные здесь функции $\varphi_1(\tilde{x}/\sigma_x)$ и $\varphi_2(\tilde{x}/\sigma_x)$ построены на рис. 9.5, в (они четные).

В случае $\tilde{x} = 0$, $\tilde{F} = 0$ эквивалентный коэффициент передачи согласно формулам (9.34) и (9.35) равен соответственно:

$$\left. \begin{aligned} q_0^0 &= c/\sigma_x; \\ q_0^0 &= (c/\sigma_x) \sqrt{2/\pi} = \tilde{q}_0 = 0,8c/\sigma_x. \end{aligned} \right\} \quad (9.36)$$

Релейная характеристика с зоной нечувствительности. Такая характеристика представлена в виде $F(x)$ на рис. 9.6, а. Как и ранее, выразим математическое ожидание выходной величины через интеграл вероятностей. Для $0 < \tilde{x} < b$ найдем

$$\tilde{F} = \frac{c}{2} \left[\Phi\left(\frac{b+\tilde{x}}{\sigma_x}\right) - \Phi\left(\frac{b-\tilde{x}}{\sigma_x}\right) \right]; \quad (9.37)$$

для $0 < b < \tilde{x}$ получим

$$\tilde{F} = \frac{c}{2} \left[\Phi\left(\frac{b+\tilde{x}}{\sigma_x}\right) + \Phi\left(\frac{\tilde{x}-b}{\sigma_x}\right) \right]. \quad (9.38)$$

Согласно последней формуле, при $\tilde{x} \rightarrow \infty$ имеем на выходе $\tilde{F} \rightarrow c$.

Формулы (9.37) и (9.38) можно объединить в одну, охватывающую оба указанных случая $\tilde{x} > 0$:

$$\tilde{F} = \frac{c}{2} \left[\Phi \left(\frac{b + \tilde{x}}{\sigma_x} \right) - \Phi \left(\frac{|b - \tilde{x}|}{\sigma_x} \right) \operatorname{sign} (b - \tilde{x}) \right]. \quad (9.39)$$

Для $\tilde{x} < 0$ получаются аналогичные формулы, причем $\tilde{F}(\tilde{x})$ получается симметричной относительно начала координат. На рис. 9.6, б дана зависимость $\tilde{F}/c(\tilde{x}_1) = F/c(\tilde{x}/b)$ при различных значениях относительного среднеквадратичного значения случайной составляющей входного сигнала $\sigma_1 = \sigma_x/b$.

Представив q^0 в виде $q^0 = c\sigma_x^{-1}\varphi$, найдем по формулам (9.19) и (9.29) соответственно:

$$\varphi_1 = \sqrt{1 - \left(\frac{\tilde{F}}{c}\right)^2 - \frac{1}{2} \left[\Phi \left(\frac{b + \tilde{x}}{\sigma_x} \right) + \Phi \left(\frac{|b - \tilde{x}|}{\sigma_x} \right) \operatorname{sign} (b - \tilde{x}) \right]}; \quad (9.40)$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{b + \tilde{x}}{\sigma_x} \right)^2 \right] + \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{b - \tilde{x}}{\sigma_x} \right)^2 \right] \right\}. \quad (9.41)$$

Обе эти зависимости являются четными функциями величины $\tilde{x}_1 = \tilde{x}/b$. Они изображены в виде $\varphi_1(\tilde{x}_1)$ и $\varphi_2(\tilde{x}_1)$ на рис. 9.6, в и г для случая $\tilde{x} > 0$.

При $\tilde{x} = 0$, $\tilde{F} = 0$ из (9.40) найдем $\varphi_1(0, \sigma_x) = c\sigma_x^{-1} \sqrt{1 - \Phi(b\sigma_x^{-1})}$, тогда

$$q_0^0 = \frac{c}{\sigma_x} \varphi_1(0, \sigma_x) = \frac{c}{\sigma_x} \sqrt{1 - \Phi \left(\frac{b}{\sigma_x} \right)}. \quad (9.42)$$

Аналогично, используя формулу (9.41), получим

$$q_0^0 = \frac{c}{\sigma_x} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp \left(-\frac{1}{2} \frac{b^2}{\sigma_x^2} \right). \quad (9.43)$$

Релейная характеристика с гистерезисом. Такая характеристика представлена в виде $F(x)$ на рис. 9.7, а. Математическое ожидание выходной величины (9.15) найдем через интеграл вероятности (9.24)

$$\tilde{F} = \frac{c}{4} [\Phi(u_1) - \Phi(|u_2|) \operatorname{sign} u_2 + \Phi(u_3) + \Phi(|u_4|) \operatorname{sign} u_4], \quad (9.44)$$

где $u_1 = (b + \tilde{x}) \sigma_x^{-1}$; $u_2 = (b - \tilde{x}) \sigma_x^{-1}$; $u_3 = (mb + \tilde{x}) \sigma_x^{-1}$; $u_4 = (mb - \tilde{x}) \sigma_x^{-1}$.

Зависимость (9.44) показана в виде $\tilde{F}/c$ в функции $\tilde{x}_1 = \tilde{x}/b$ на рис. 9.7, б. Эта характеристика является, как и ранее, нечетной функцией $\tilde{x}$.

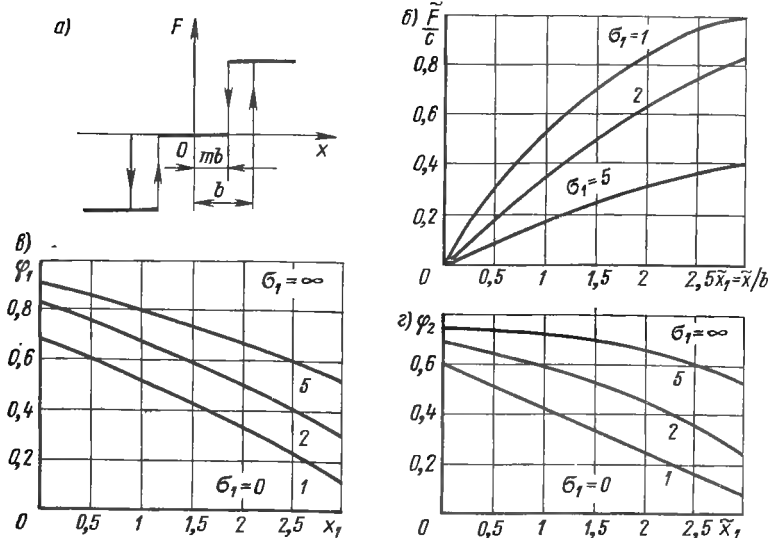


Рис. 9.7. Характеристики релейного звена с гистерезисом: a — исходная; b — относительного смещения; c — коэффициента передачи по (9.19); z — коэффициента передачи по (9.22)

Вспомогательные функции, определяющие коэффициент q_0 в соответствии с выражениями (9.19) и (9.29):

$$\varphi_1 = \left\{ 1 - \left(\frac{\tilde{F}}{c} \right)^2 - \frac{1}{4} [\Phi(u_1) + \Phi(|u_2|) \operatorname{sign} u_2 + \Phi(u_3) + \Phi(|u_4|) \operatorname{sign} u_4] \right\}^{\frac{1}{2}}; \quad (9.45)$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} [e^{-0.5u_1^2} + e^{-0.5u_2^2} + e^{-0.5u_3^2} + e^{-0.5u_4^2}]. \quad (9.46)$$

В частном случае $\tilde{x} = 0$, $\tilde{F} = 0$ из (9.45) и (9.46) найдем:

$$q_0^0 = \frac{c}{\sigma_x} \sqrt{1 - \frac{1}{2} \left[\Phi\left(\frac{b}{\sigma_x}\right) + \Phi\left(\frac{mb}{\sigma_x}\right) \right]}; \quad (9.47)$$

$$q_0^0 = \frac{c}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \left[\exp\left(-\frac{1}{2} \frac{b^2}{\sigma_x^2}\right) + \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{m^2 b^2}{\sigma_x^2}\right) \right]. \quad (9.48)$$

Линейная характеристика с насыщением. Эта характеристика дана на рис. 9.8, a . Математическое ожидание выходной величины

$$\tilde{F} = \frac{c}{2} \left[\frac{\tilde{x} + b}{b} \Phi(u_1) + \frac{\tilde{x} - b \operatorname{sign}(b - \tilde{x})}{b} \Phi(|u_2|) \right] + \frac{c}{b} \frac{\sigma_x}{\sqrt{2\pi}} (e^{-0.5u_1^2} - e^{-0.5u_2^2}); \quad (9.49)$$

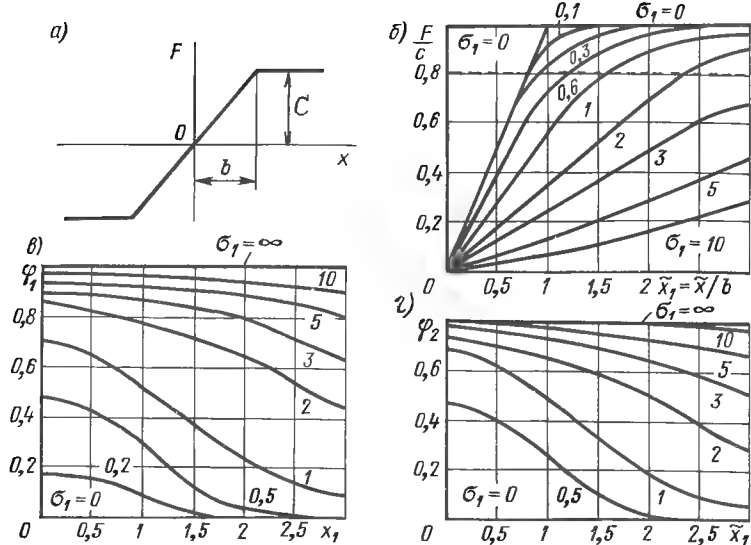


Рис. 9.8. Характеристики линейного звена с насыщением: *a* — исходная; *б* — относительного смещения; *в* — коэффициента передачи по (9.19); *г* — коэффициента передачи по (9.22)

график $\tilde{F}/c (\tilde{x}/b)$ построен на рис. 9.8, *б*. Здесь штриховая прямая на высоте $\tilde{F}/c = 0,8$ относится к расчетному примеру, рассмотренному ниже в п. 9.4.

Из формул (9.19) и (9.25) получаем:

$$\varphi_1 = \left\{ 1 - \left(\frac{\tilde{F}}{c} \right)^2 + \frac{\sigma_x^2}{2b^2} (1 - u_1 u_2) \left[\Phi(u_1) + \Phi(|u_2|) \operatorname{sign} u_2 - \frac{\sigma_x^2}{b^2 \sqrt{2\pi}} (u_2 e^{-0.5u_1^2} + u_1 e^{-0.5u_2^2}) \right] \right\}^{\frac{1}{2}}; \quad (9.50)$$

$$\varphi_2 = \frac{\sigma_x}{2b} [\Phi(u_1) + \Phi(|u_2|) \operatorname{sign} u_2]. \quad (9.51)$$

Здесь использованы обозначения по образцу введенных ранее в формулах (9.44)–(9.46); соответствующие графики даны на рис. 9.8, *в* и *г*.

Кубическая характеристика. На рис. 9.9, *a* представлена кубическая парабола $F = kx^3$. Из (9.15) получим

$$\tilde{F} = k [3\tilde{x}\sigma_x^2 + (\tilde{x})^3]. \quad (9.52)$$

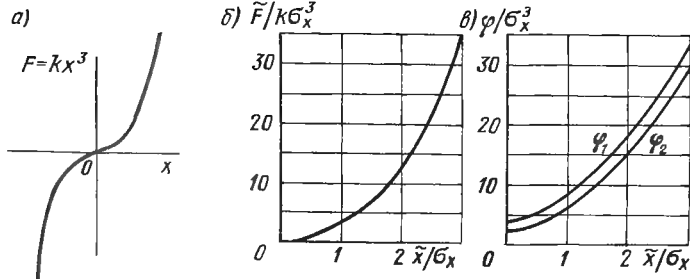


Рис. 9.9. Зависимости для характеристики типа кубической параболы: а — исходная; б — относительного смещения; в — коэффициентов передач

Для случайной составляющей входного сигнала из (9.19) и (9.22) соответственно:

$$q^0 = k\sigma_x \sqrt{15 + 36 \left(\frac{\tilde{x}}{\sigma_x} \right)^2 + 9 \left(\frac{\tilde{x}}{\sigma_x} \right)^4} = \frac{k}{\sigma_x} \varphi_1(\tilde{x}, \sigma_x); \quad (9.53)$$

$$q_0 = k\sigma_x \left\{ \frac{\tilde{x}}{2\sigma_x} \Phi \left(\frac{\tilde{x}}{\sigma_x} \right) + \frac{4}{\sqrt{2\pi}} \left[1 - \frac{3}{2} \left(\frac{\tilde{x}}{\sigma_x} \right)^2 \right] \times \right. \\ \left. \times \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\tilde{x}}{\sigma_x} \right)^2 \right] \right\} = \frac{k}{\sigma_x} \varphi_2(\tilde{x}, \sigma_x). \quad (9.54)$$

Соответствующие графики даны на рис. 9.9, б и в.

Пример 9.1. На рис. 9.10 дана структурная схема разомкнутой цифровой системы, содержащей реле с гистерезисной характеристикой. Пусть воздействие на входе системы является нормальным стационарным процессом с математическим ожиданием $\tilde{g} = \text{const}$ и корреляционной функцией для центрированной составляющей $K_g(\tau) = D_g \exp(-\mu|\tau|)$.

Нелинейное звено (рис. 9.10 — крайнее справа) представляет собой реле с характеристикой $F(x)$, данной на рис. 9.7, а. Предполагается, что можно пренебречь ошибками из-за квантования по уровню во входном и выходном преобразователях.

Передаточная функция непрерывной части

$$W_{\text{нл}}(p) = \frac{k_{\text{н}}}{1 + T_1 p}.$$

Дискретная передаточная функция приведенной непрерывной части

$$W_{\text{ол}}(z, \varepsilon) = \frac{\delta k_{\text{н}}}{\delta_1} \frac{z-1}{1} z_{\varepsilon} \left\{ \frac{1}{p(1 + T_1 p)} \right\} = \\ = \frac{\delta k_{\text{н}}(z-1)}{\delta_1 z} \left[\frac{z}{z-1} - \frac{d^{\varepsilon} z}{z-d} \right] = \frac{K[(1-d^{\varepsilon})z + d^{\varepsilon} - d]}{z-d},$$

где общий коэффициент усиления $K = \delta k_{\text{н}} \delta_1^{-1}$; $d = \exp(-T/T_1)$.

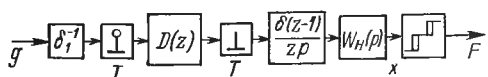


Рис. 9.10. Схема к примеру расчета разомкнутой цифровой системы

Примем дискретную передаточную функцию цифровой части

$$D(z) = \frac{1}{1-d} \frac{z-d}{z}.$$

Результирующая дискретная передаточная функция цифрового канала

$$W_1(z, \varepsilon) = D(z) W_{01}(z, \varepsilon) = \frac{K}{1-d} \frac{(1-d^e)z + d^e - d}{z};$$

частотная передаточная функция

$$W_1^*(j\lambda, \varepsilon) = \frac{K}{1-d} \frac{1-d + (1-2d^e + d)j\lambda \frac{T}{2}}{1 + j\lambda \frac{T}{2}}.$$

Примем исходные данные: постоянная составляющая $\tilde{g} = 5$; дисперсия $D_g = 100$; коэффициент $\mu = 2 \text{ с}^{-1}$; общий коэффициент усиления $K = 1$; ширина зоны нечувствительности реле $b = 4$ при $m = 0,5$; сигнал на выходе реле $c = 20$, постоянная времени $T_1 = 0,5 \text{ с}$, период дискретности $T = 1 \text{ с}$, $d = \exp(-2) = 0,135$.

Найдем математическое ожидание $\tilde{x}$ на выходе линейной части; согласно (9.5)

$$\tilde{x}(z, \varepsilon) = \tilde{G}(z) W_1(z, \varepsilon) = \frac{yz}{z-1} \frac{K}{1-d} \frac{(1-d^e)z + d^e - d}{z};$$

установившееся значение

$$\tilde{x} = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} \tilde{x}(z, \varepsilon) = \tilde{g}K;$$

это дает $\tilde{x} = 5$.

Для определения дисперсии D_x на выходе линейной части найдем согласно (7.39) спектральную плотность входного сигнала, соответствующую корреляционной функции $K_g[m] = D_g \exp(-\mu T |m|)$:

$$S_g^*(\lambda) = \frac{2D_g T_g \left(1 + \frac{\lambda^2 T_g^2}{4}\right)}{T (1 + \lambda^2 T_g^2)},$$

где $T_g = \frac{T}{2} \operatorname{cth} \frac{\mu T}{2} = \frac{1}{2} \operatorname{cth} 1 = 0,656 \text{ с}$.

Спектральная плотность для случайной составляющей x^0 на выходе линейной части

$$\begin{aligned} S_x^*(\lambda) &= |W_1^*(j\lambda, \varepsilon)|^2 S_g^*(\lambda) = \\ &= \frac{2T_g D_g K^2}{T (1-d)^2} \frac{\left[(1-d)^2 - (1-2d^e + d)^2 \frac{T^2}{4} (j\lambda)^2 \right] \left(1 + \frac{\lambda^2 T^2}{4} \right)}{\left| \frac{T T_g}{2} (j\lambda)^2 + \left(T_g + \frac{T}{2} \right) j\lambda + 1 \right|^2}. \end{aligned}$$

Отсюда дисперсия для дискретных моментов времени

$$D_x(\varepsilon) = \frac{D_g K^2}{(1-d)^2} \frac{T_0(1-d)^2 - (1-2d^e + d) \frac{T}{2}}{T_0 + \frac{T}{2}}.$$

Дисперсия непрерывной величины на выходе линейной части

$$D_x = \int_0^1 D_x(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{D_g K^2}{T_0 + \frac{T}{2}} \left[T_0 + \left(\frac{1+d}{1-d} \right)^2 \frac{T}{2} - \frac{1+d}{1-d} T_1 \right].$$

Подставив сюда числа, найдем

$$D_x = \frac{100 \cdot 1}{0,656 + 0,5} \left[0,656 + \frac{1,135^2}{0,865^2} \cdot 0,5 - \frac{1,135}{0,865} \cdot 0,5 \right] = 97.$$

Среднеквадратичное значение $\sigma_x = \sqrt{97} = 9,85$. Для того чтобы воспользоваться графиками на рис. 9.7, найдем: $\sigma_1 = \sigma_x b^{-1} = 9,85 \cdot 0,25 = 2,46$ и $\tilde{x}_1 = \tilde{x} b^{-1} = 5 \cdot 0,25 = 1,25$. Из рис. 9.7, б по зависимости $\tilde{F}/c (\tilde{x}/b)$ получим $\tilde{F} \approx c \cdot 0,35 = 20 \times 0,35 = 7$. По зависимости $\varphi_1(\tilde{x}_1)$ имеем $\varphi_1 \approx 0,65$, откуда $q^0 = c \sigma_x^{-1} \varphi_1 \approx 20 \cdot 9,85^{-1} \cdot 0,65 = 1,32$. По зависимости $\varphi_2(\tilde{x}_1)$ имеем $\varphi_2 \approx 0,6$, откуда $q^0 = c \sigma_x^{-1} \varphi_2 \approx 20 \cdot 9,85^{-1} \cdot 0,6 = 1,22$. Уточнить значения $\tilde{F}$ и q^0 можно по формулам (9.39)—(9.41).

9.3. СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЗАМКНУТЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ЦАС

Особенности расчета замкнутых систем. Исследование замкнутых нелинейных ЦАС при случайных воздействиях является значительно более сложным по сравнению со случаем разомкнутых систем. Как правило, это исследование приходится проводить в численном виде на ЭВМ. Однако в некоторых случаях, которые являются относительно простыми, задачу можно решить в более общем виде.

В данном случае рассматривается приближенный метод теоретического исследования замкнутых нелинейных систем, когда нелинейное звено находится в непрерывной части системы. Метод основан на статистической линеаризации, изложенной применительно к цифровым системам в п. 9.1.

Сигнал ошибки $e = g - y$ будем считать стационарным, при этом стационарность может не иметь места для задающей $g(t)$ и управляемой $y(t)$ величин. Примером может быть типовой входной сигнал [14, 18] следящей системы с корреляционной функцией входной скорости $K_1(\tau) = D_1 \exp(-\mu|\tau|)$, где D_1 — дисперсия скорости. Изменение задающего воздействия $g(t)$ характеризуется при этом нестационарностью, так как его дисперсия неограниченно возрастает во времени. Однако если система

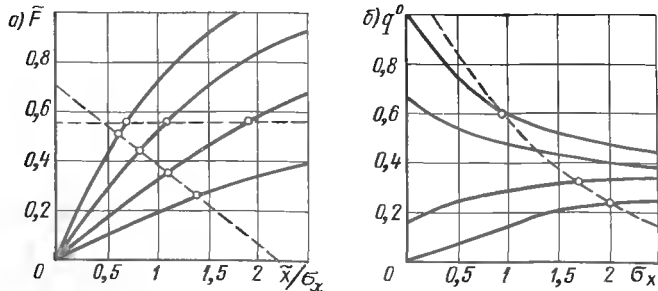


Рис. 9.12. Графики к определению зависимостей: а — $\tilde{x} = f_1(\sigma_x)$;

— семейство кривых, построенных по левой части уравнения (9.59); — — — прямые, построенные по правой части уравнения (9.59);

б — $\sigma_x = f(q^0)$;

— семейство кривых $q^0 = q^0(x, \sigma_x)$; — — — зависимость $\sigma_x = \sigma_x(q^0)$

Из совокупности уравнений (9.26)—(9.56) может быть в принципе найдена зависимость $\tilde{x} = f_1(\sigma_x)$ после исключения неизвестных $\tilde{e}$, и $\tilde{F}$. Однако аналитически это возможно лишь в простейших случаях. В других случаях это можно выразить графически или с помощью расчетов на ЭВМ.

Обозначим:

$$k_1 = \lim_{z \rightarrow 1} W_1(z); \quad k_2 = \lim_{p \rightarrow 0} W_{H2}(p),$$

тогда уравнения (9.55)—(9.57) можно представить в виде одного уравнения

$$\tilde{F}(\tilde{x}, \sigma_x) = \tilde{g}/k_2 - \tilde{x}/k_1 k_2. \quad (9.59)$$

Графическое решение этого уравнения дано на рис. 9.12, а, где пересечение наклонной прямой семейства характеристик $\tilde{F}(\tilde{x}, \sigma_x)$ дает отдельные точки зависимости $\tilde{x} = f_1(\sigma_x)$. Если регулярная составляющая $\tilde{g}$ линейно возрастает во времени, но $\tilde{e} = \text{const}$, то, дифференцируя (9.56) по времени, получим для производных

$$\tilde{\dot{g}} = \tilde{F} \lim_{p \rightarrow 0} p W_{H2}(p) = k_3 \tilde{F}. \quad (9.60)$$

Из условия $e = \text{const}$ следует, что $\lim_{p \rightarrow \infty} W_{H2}(p)$ при $p \rightarrow \infty$ стремится к бесконечности.

Из (9.60) следует

$$\tilde{F} = \tilde{\dot{g}}/k_3, \quad (9.61)$$

где $\tilde{\dot{g}} = \text{const}$ — постоянная составляющая первой производной задающего воздействия.

Если $\tilde{g}$ возрастает по квадратичному закону, то из $\tilde{e} = \text{const}$ следует, что $\lim_{p \rightarrow 0} p W_{\text{нз}}(p)$ при $p \rightarrow 0$ стремится к бесконечности. Поэтому равенство (9.56) следует продифференцировать дважды. В результате получим

$$\tilde{F} = \tilde{g}/k_4, \quad (9.62)$$

где k_4 — предел, к которому стремится $p^2 W_{\text{нз}}(p)$ при $p \rightarrow 0$, а $\tilde{g}$ — постоянная составляющая второй производной задающего воздействия.

При известном значении $\tilde{F}$ искомая зависимость $\tilde{x} = f_1(\sigma_x)$ может быть найдена из того же семейства кривых $\tilde{F}(\tilde{x}, \sigma_x)$ на рис. 9.12, а, если пересечь их горизонтальной прямой на уровне $\tilde{F}$. Это показано на рис. 9.12, а в виде штриховой горизонтальной прямой. Точки пересечения ее с кривыми $\tilde{F}(\tilde{x}, \sigma_x)$ являются отдельными точками искомой зависимости $\tilde{x} = f_1(\sigma_x)$.

Расчет прохождения случайной составляющей делается следующим образом. Спектральная плотность ошибки может быть записана как

$$S_e^*(\lambda, q^0) = |H_e^*(j\lambda, q^0)|^2 S_g^*(\lambda), \quad (9.63)$$

где $S_g^*(\lambda)$ — спектральная плотность входного сигнала в функции псевдочастоты.

Частотная передаточная функция для ошибки

$$H_e^*(j\lambda, q^0) = [1 + W^*(j\lambda, q^0)]^{-1} \quad (9.64)$$

зависит от эквивалентного коэффициента передачи $q^0 = q^0(\tilde{x}, \sigma_x)$.

Дисперсию случайной составляющей на входе нелинейного звена найдем согласно п. 9.2

$$\begin{aligned} D_x = \sigma_x^2 &= \int_0^1 d\varepsilon \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|W_1^*(j\lambda, \varepsilon)|^2 S_e^*(\lambda, q^0) d\lambda}{\left|1 + j\lambda \frac{T}{2}\right|^2} = \\ &= \int_0^1 d\varepsilon \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|W_1^*(j\lambda, \varepsilon)|^2 S_g^*(\lambda) d\lambda}{|1 + W^*(j\lambda, q^0)|^2 \left|1 + j\lambda \frac{T}{2}\right|^2}. \end{aligned} \quad (9.65)$$

Частотная передаточная функция части канала управления от его входа до выхода нелинейного звена определяется формулами:

$$W_1^*(j\lambda, \varepsilon) = W_1(z, \varepsilon); \quad (9.66)$$

$$W_1(z, \varepsilon) = (D(z) \delta/\delta_1) W_{10}(z, \varepsilon), \quad (9.67)$$

где $z = (1 + j\lambda T/2)/(1 - j\lambda T/2)$; $W_{10}(z, \varepsilon)$ — дискретная передаточная функция части канала управления, содержащей непрерывное звено с передаточной функцией и экстраполятор.

Уравнение (9.65) содержит два неизвестных — $\tilde{x}$ и σ_x , поскольку $q^0 = q^0(\tilde{x}, \sigma_x)$. В принципе это уравнение разрешимо и позволяет найти зависимость $\tilde{x} = f_2(\sigma_x)$. Однако аналитически это возможно лишь в простейших случаях. В других случаях это возможно с использованием графических решений или при использовании ЭВМ. Для графического решения полезно построить зависимость $q^0 = q^0(\tilde{x}, \sigma_x)$ в функции σ_x для фиксированных значений $\tilde{x}$. Такие зависимости в виде $q^0 = q^0(\sigma_x)$ при $x = \text{const}$ даны на рис. 9.12, б.

После определения известными методами интеграла (9.65) получается зависимость σ_x от эквивалентного коэффициента передачи q^0 . Задаваясь различными его значениями, можно найти эту зависимость на графике рис. 9.12, б (показана штриховой линией). Для этих построений можно предварительно произвести нормировку, т. е. перейти от q^0 к φ и от σ_x к σ_1 и отложить значения этих величин по осям графика (см., например, рис. 9.6—9.9). Точки пересечений штриховой линии с исходным семейством кривых $q^0 = q^0(\tilde{x}, \sigma_x)$ дают вторую (после уже полученной выше) функциональную зависимость.

Можно построить обе полученные зависимости $\tilde{x} = f_1(\sigma_x)$ и $\tilde{x} = f_2(\sigma_x)$ на одном графике. Пересечение этих кривых дает искомый режим, характеризуемый некоторыми математическим ожиданием $\tilde{x}$ и среднеквадратичным значением случайной величины σ_x на входе нелинейного звена. Эти величины позволяют найти $\tilde{F}$ и q^0 , а затем — установившуюся ошибку по формуле (9.55) и дисперсию случайной составляющей ошибки по ее спектральной плотности (9.63).

Воздействие помехи. Если на входе ЦАС действует помеха $u(t)$, а не полезный сигнал $g(t)$, расчет имеет следующие особенности. Вместо спектральной плотности (9.63) необходимо использовать спектральную плотность помехи в канале ошибки

$$S_{ev}^*(\lambda) = |H_e^*(j\lambda, q^0)|^2 S_v^*(\lambda), \quad (9.68)$$

где $H_e(j\lambda, q^0)$ по-прежнему определяется формулой (9.64); $S_v^*(\lambda)$ — спектральная плотность помехи.

Для дальнейшего расчета берется (9.65) с заменой $S_e^*(\lambda, q^0)$ на $S_{ev}^*(\lambda, q^0)$.

Рассчитывая дисперсию ошибки, после определения q^0 следует вместо интегрирования спектральной плотности (9.63) применить формулу, справедливую для расчета при действии на входе помехи:

$$\sigma_e^2 = \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|H^*(j\lambda, q^0)|^2 S_v^*(\lambda) d\lambda}{\left|1 + j\lambda \frac{T}{2}\right|^2}, \quad (9.69)$$

где частотная передаточная функция замкнутой системы

$$H^*(j\lambda, q^0) = W^*(j\lambda, q^0) / [1 + W^*(j\lambda, q^0)]. \quad (9.70)$$

Остальные расчеты аналогичны изложенным выше (при совместном действии на систему некоррелированных задающего сигнала и помехи особенность расчета состоит лишь в определении спектральной плотности сигнала в канале ошибки; эта спектральная плотность определяется обычными способами, как в пп. 7.5 и 7.6, но вместо $W^*(j\lambda)$ используется $W^*(j\lambda, q^0)$).

9.4. ПРИМЕРНАЯ СХЕМА РАСЧЕТА ЗАМКНУТОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦАС

Описание системы. Порядок расчета системы рассмотрим на примере замкнутой нелинейной ЦАС, схема которой дана на рис. 9.13. Передаточная функция объекта управления

$$W_H(p) = k_H/p (1 + T_1 p);$$

ей соответствует дискретная передаточная функция

$$W_0(z) = \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{k_H}{p^2 (1 + T_1 p)} \right\} = \frac{k_H T}{z-1} - \frac{k_H T_1 (1-d)}{z-d},$$

где $d = \exp(-T/T_1)$. Передаточная функция цифрового устройства, согласно рис. 9.13:

$$D(z) = \frac{1}{1-a} \frac{z-a}{z} = \frac{1}{1-a} - \frac{a}{1-a} z^{-1}, \quad 0 < a < 1.$$

Передаточная функция разомкнутого канала управления с учетом линеаризованных входного и выходного преобразователей определяется как

$$\begin{aligned} W(z) &= \frac{\delta}{\delta_1} D(z) W_0(z) = \frac{\delta}{\delta_1} \frac{1}{1-a} \frac{z-a}{z} \left[\frac{k_H T}{z-1} - \frac{k_H T_1 (1-d)}{z-d} \right] = \\ &= \frac{K}{1-a} \frac{z-a}{z} \left[\frac{T}{z-1} - \frac{T_1 (1-d)}{z-d} \right], \end{aligned}$$

где $K = \delta k_H \delta_1^{-1}$ — общий коэффициент усиления разомкнутого канала.

Частотная передаточная функция разомкнутого канала

$$W^*(j\lambda) = \frac{\delta}{\delta_1} D^*(j\lambda) W_0^*(j\lambda) = \frac{1 + j\lambda \tau}{1 + j\lambda \frac{T}{2}} \frac{K \left(1 - j\lambda \frac{T}{2} \right)}{j\lambda (1 + j\lambda T_0)},$$

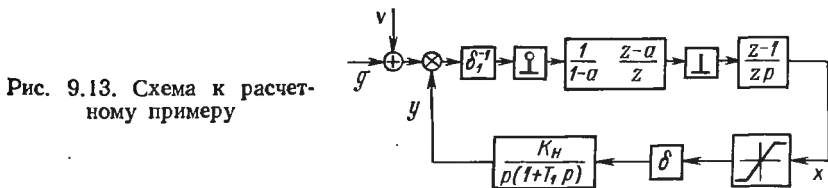


Рис. 9.13. Схема к расчетному примеру

где постоянные времени $\tau = (1 + a) T / (1 - a) 2$;

$$T_0 = \frac{1+d}{1-d} \frac{T}{2} = \frac{T}{2} \operatorname{cth} \frac{T}{2T_1}.$$

Эффект квантования на входе отобразим эквивалентным шумом с дисперсией

$$D_v = i\delta_1^2/12,$$

где i — число квантующих элементов, причем примем здесь $i \geq 2$; цены единиц младшего разряда входного преобразователя — δ_1 и выходного — δ .

Пусть выполнены условия отсутствия шума квантования выходного преобразователя. В данном случае эти условия состоят в том, что $(1 - a)^{-1}$ и $a(1 - a)^{-1}$ должны быть целыми.

Зададим следующие исходные данные: постоянная времени $T_1 = 1$ с, общий коэффициент усиления разомкнутой системы $K = \delta k_n \delta_1^{-1} = 32$ с⁻¹, постоянная времени $\tau = 0,076$ с, период дискретности $T = 0,008$ с, коэффициент передачи непрерывной части $k_n = 16$ В·с, максимальная требуемая скорость объекта управления $V_{\max} = 40$ с⁻¹ при управляющем воздействии $u_{\max} = 2,5$ В.

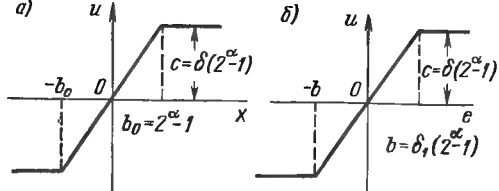
Требуется найти постоянную составляющую ошибки при движении системы с постоянной скоростью $V = 32$ с⁻¹ и среднеквадратичное значение случайной составляющей ошибки, вызванной шумом квантования во входных преобразователях при их числе $i = 4$ и при числе разрядов выходного преобразователя $\alpha = 2, 3, 4$.

Шумы квантования в каждом входном преобразователе имеют равномерный закон распределения в интервале $\pm 0,5\delta_1$. Сочетание четырех таких распределений имеет результирующее распределение, близкое к нормальному, что позволяет использовать изложенную выше методику.

Нелинейное звено НЗ образовано ограничением разрядной сетки выходного преобразователя. Параметры нелинейной характеристики (см. рис. 9.8): $b_0 = c_0 = 2^\alpha - 1$, где α — число разрядов выходного преобразователя.

Согласование выхода цифрового устройства с объектом управления. Условие согласования выхода цифрового устройства с объектом управления заключается в том, чтобы при любом числе разрядов выходного преобразователя максимальное значение управляющего воздействия, прикладываемого к объекту, было неизменным, т. е. $u_{\max} = \delta (2^\alpha - 1) = \text{const}$. Поэтому, рассматривая нелинейную характеристику совместно со звеном, имеющим коэффициент передачи δ (рис. 9.13), можно представить ее в виде $u(x)$, как показано на рис. 9.14, а. Ширина линейной части вдоль оси абсцисс от $-b_0$ до b_0 определяется числом разрядов α .

Рис. 9.14. Нелинейные характеристики к расчетному примеру: a — канала управления; b — то же совместно с АЦП



Ширина линейной части вдоль оси ординат жестко задана и равна $2c = 2u_{\max}$.

Если теперь нелинейную характеристику рассматривать совместно с характеристикой звена, коэффициент передачи которого δ_1^{-1} (см. рис. 9.13), то можно представить нелинейную характеристику в виде u (е), как показано на рис. 9.14, б.

Общий коэффициент усиления канала должен равняться заданному, т. е. быть неизменным. Отсюда следует, что должна обеспечиваться неизменность соотношения

$$\delta/\delta_1 = K/k_n = c/b = 32/16 = 2 \text{ В.}$$

Следовательно, для нелинейной характеристики u (е), рис. 9.14, будут фиксированы величины $c = \delta (2^\alpha - 1) = 2,5 \text{ В}$ и $b = \delta_1 (2^\alpha - 1) = 1,25$.

Варьирование числа разрядов выходного преобразователя в данном случае возможно только изменением цены единицы младшего разряда входного преобразователя. При этом должна пропорционально изменяться цена единицы младшего разряда выходного преобразователя. Коэффициент передачи цифрового устройства считаем равным единице, тогда в установившемся режиме число единиц младшего разряда на выходе цифрового устройства равно числу единиц младшего разряда на входе.

Уменьшение цены младшего разряда входных преобразователей ведет к снижению уровня шума квантования, так как дисперсия шума пропорциональна δ_1^2 .

Цены единицы младшего разряда будут равны при двух разрядах: $\delta_1 = 0,417$ и $\delta = 0,835 \text{ В}$, при трех разрядах: $\delta_1 = 0,178$ и $\delta = 0,357 \text{ В}$ и при четырех — $\delta_1 = 0,0834$ и $\delta = 0,167 \text{ В}$.

Определение передаточных функций и спектральных плотностей. Запишем формулы, необходимые согласно изложенной выше методике расчета. Передаточная функция части канала от входа до нелинейного звена

$$W_1(z) = \frac{\delta}{\delta_1} \frac{1}{1-a} \frac{z-a}{z}.$$

Соответствующая ей частотная передаточная функция

$$W_1^*(j\lambda) = \frac{\delta}{\delta_1} \frac{1+j\lambda T}{1+j\lambda \frac{T}{2}} = \frac{c}{b} \frac{1+j\lambda T}{1+j\lambda \frac{T}{2}}.$$

Отсюда установившееся значение

$$k_1 = \lim_{s \rightarrow 1} W_1(z) = \lim_{\lambda \rightarrow 0} W_1^*(j\lambda) = c/b.$$

Передаточная функция от выхода нелинейного звена (взятого совместно со звеном с коэффициентом передачи δ) до выхода системы $W_{2n}(p)$ представляет собой передаточную функцию объекта управления

$$W_n(p) = k_n/p (1 + T_1 p).$$

Установившееся значение

$$k_3 = \lim_{p \rightarrow 0} p W_n(p) = k_n = 16 \text{ В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Спектральная плотность шума квантования $S_v^*(\lambda) = i\delta_1^2/12$. Для определения спектральной плотности ошибки представим общий коэффициент усиления с учетом нелинейного звена в виде

$$K^0 = k_n q^0 = k_n \frac{c}{b} \varphi(\tilde{x}, \sigma_x) = k_n \frac{\delta}{\delta_1} \varphi(\tilde{x}, \sigma_x) = K \varphi(\tilde{x}, \sigma_x).$$

Здесь в нормированном коэффициенте передачи $\varphi(\tilde{x}, \sigma_x)$ учтены нелинейности канала управления. Спектральная плотность помехи в канале ошибки определяется формулой (9.68). Тогда получим

$$\begin{aligned} S_{ev}^*(\lambda, K^0) &= |1 + W^*(j\lambda, K^0)|^{-2} S_v^*(\lambda) = \\ &= \frac{i\delta_1^2}{12} \frac{(T_9^2 \lambda^4 + \lambda^2) \left(1 + \lambda^2 \frac{T^2}{4}\right)}{\frac{T T_9}{2} (j\lambda)^3 + \left(T_9 + \frac{T}{2} - K^0 \frac{\tau T}{2}\right) (j\lambda)^2 + \\ &\quad + \left(1 + K^0 \tau - \frac{K^0 T}{2}\right) j\lambda + K^0}^2. \end{aligned}$$

Спектральная плотность случайной составляющей на входе нелинейного звена

$$\begin{aligned} S_x^*(j\lambda, K^0) &= S_{ev}^*(\lambda, K^0) \left(\frac{\delta}{\delta_1}\right)^2 \left| \frac{1 + j\lambda \tau}{1 + j\lambda \tau \frac{T}{2}} \right|^2 = \\ &= \frac{i\delta^2}{12} \frac{\tau^2 T_9^2 \lambda^6 + (\tau^2 + T_9^2) \lambda^4 + \lambda^2}{|a_0 (j\lambda)^4 + a_1 (j\lambda)^3 + a_2 (j\lambda)^2 + a_3 j\lambda + a_4|^2}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{T^2 T_9}{4}; \quad a_1 = T T_9 + \frac{T^2}{4} - K^0 \frac{\tau T^2}{4}; \quad a_2 = T_9 + T - \frac{K^0 T^2}{4}; \\ a_3 &= 1 + K^0 \tau; \quad a_4 = K^0. \end{aligned}$$

Расчет математических ожиданий и дисперсий. Расчет начнем с определения математического ожидания величины $u = \tilde{u} + u_0 = \tilde{F} + F^0$. Согласно (9.61)

$$\tilde{u} = \tilde{g}/k_3 = V/k_n = 32/16 = 2 \text{ В}.$$

Теперь по образцу использования графика $\tilde{F}(\tilde{x})$ на рис. 9.12, а найдем зависимость $\tilde{x}_1 = f_1(\sigma_x)$. Для этого возьмем график зависимости $\tilde{F}/c(\tilde{x}_1)$ на рис. 9.8, б, относящийся к линейному звену с насыщением, т. е. к рассматриваемому в данной задаче виду нелинейного звена. Построим на этом графике зависимость $\tilde{u}_0/u_{\max} = 32/40 = 0,8$. Это штриховая горизонтальная прямая на высоте $\tilde{F}/c = 0,8$.

Точки пересечения этой горизонтальной прямой с исходным семейством кривых дает искомую зависимость $\tilde{x} = f_1(\sigma_x)$ или $\tilde{x}_1 = f_1(\sigma_1)$.

Теперь найдем дисперсию σ_x , интегрируя спектральную плотность $S_x^*(\lambda)$ по всем частотам,

$$\sigma_x^2 \approx \frac{i\delta^2}{12} \frac{2\tau}{T} \left[1 + \frac{T}{2T_0(K^0\tau + 1)} \right] = \frac{i\delta^2}{12} \frac{2\tau}{T} \left(1 + \frac{\text{th} \frac{T}{2T_1}}{\varphi K\tau + 1} \right).$$

Нормированное значение среднеквадратичной величины

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x}{b} = \frac{\sigma_x}{\delta(2^\alpha - 1)} \frac{1}{2^\alpha - 1} \sqrt{\frac{i\tau}{6T} \left(1 + \frac{\text{th} \frac{T}{2T_1}}{\varphi K\tau + 1} \right)}.$$

Подставляя числа, получим

$$\sigma_1 = \frac{2,52}{2^\alpha - 1} \sqrt{1 + \frac{0,004}{2,38\varphi + 1}}.$$

Эта зависимость построена на рис. 9.15 в виде штриховых вертикальных линий для α , равного 2, 3 и 4; там же построено семейство кривых $\varphi = \varphi(\sigma_1) = \varphi(\sigma_x/b)$ при фиксированных $\tilde{x}_1 = \tilde{x}/b$. Эти кривые можно получить перестроением, например, графика $\varphi_2(\tilde{x}_1)$, приведенного на рис. 9.8. В данном случае указанное семейство кривых построено следующим образом.

Запишем эквивалентный коэффициент передачи линейного звена с насыщением в виде

$$q^0 = \frac{c}{\sigma_x} \varphi_2(\tilde{x}, \sigma_x) = \frac{c}{\sigma_x} \frac{\sigma_x}{b} \varphi(\tilde{x}, \sigma_x) = \frac{c}{b} \varphi(\tilde{x}, \sigma_x),$$

где согласно (9.51)

$$\varphi(\tilde{x}, \sigma_x) = \frac{1}{2} \left[\Phi\left(\frac{b + \tilde{x}}{\sigma_x}\right) + \Phi\left(\frac{|b - \tilde{x}|}{\sigma_x}\right) \text{sign}(b - \tilde{x}) \right].$$

На основе этого выражения и построено семейство кривых на рис. 9.15. Пересечение штриховых линий с этими кривыми дает искомую зависимость $\tilde{x} = f_2(\sigma_x)$ или $\tilde{x}_1 = f_2(\sigma_1)$.

Найденные зависимости $\tilde{x}_1 = f_1(\sigma_1)$ и $\tilde{x}_1 = f_2(\sigma_1)$ построены на общем графике, рис. 9.16. Они имеют точки пересечения A_1

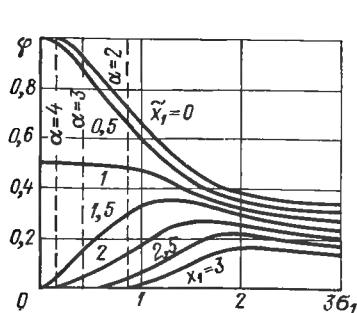


Рис. 9.15. К расчету зависимости $\bar{x} = f_2(\sigma_x)$;
 — — — кривые коэффициента передачи φ ; — — — зависимости среднеквадратичного значения от числа разрядов

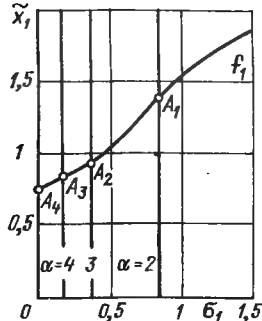


Рис. 9.16. Определение математического ожидания и дисперсии на входе нелинейного звена

при $\alpha = 2$, A_2 при $\alpha = 3$, A_3 при $\alpha = 4$. Точка A_4 соответствует бесконечному числу разрядов выходного преобразователя ($\delta_1 = 0$ и $\sigma_1 = 0$).

По точке A_1 , соответствующей двум разрядам выходного преобразователя, находим: $\bar{x}_1 = 1,38$; $\bar{x} = b\bar{x}_1 = 1,25 \cdot 1,38 = 1,58$; $\sigma_1 = 0,85$; $\sigma_x = b\sigma_1 = 1,25 \cdot 0,85 = 1,06$. При трех разрядах по точке A_2 находим: $\bar{x}_1 = 0,95$; $\bar{x} = 1,19$; $\sigma_1 = 0,36$; $\sigma_x = 0,45$. При четырех разрядах по точке A_3 : $\bar{x}_1 = 0,85$; $\bar{x} = 1,06$; $\sigma_1 = 0,17$; $\sigma_x = 0,213$.

По этим данным можно найти ошибку ЦАС. Значения $\bar{x}$ будут равны математическому ожиданию ошибки $\bar{e}$, поскольку коэффициент передачи от входа системы до входа нелинейного звена равен единице. Следовательно, при двух разрядах получим $\bar{e} = 1,58$; при трех — 1,19 и при четырех — 1,06. Для сравнения напомним, что при отсутствии нелинейного звена $\bar{e} = V/K = 1$. Таким образом, шум квантования во входных преобразователях увеличивает постоянное значение ошибки при движении с постоянной скоростью тем больше, чем меньше число разрядов в выходном преобразователе. Для расчета случайной составляющей необходимо по уже найденным $\bar{x}$ и σ_x найти эквивалентный коэффициент передачи q^0 или коэффициент φ . Это возможно [14] по формуле

$$\varphi = \frac{1}{2} \left[\Phi\left(\frac{b + \bar{x}}{\sigma_x}\right) + \Phi\left(\frac{|b - \bar{x}|}{\sigma_x}\right) \text{sign}(b - \bar{x}) \right].$$

Подстановка сюда полученных значений $\bar{x}$ и σ_x дает для двухразрядного преобразователя $\varphi = 0,375$; для трехразрядного — 0,547 и для четырехразрядного — 0,808.

Согласно формуле (9.69), для спектральной плотности ошибки при $K^0 = \varphi K$ имеем

$$S_e^*(\lambda, K^0) = \left| \frac{W^*(j\lambda, K^0)}{1 + W^*(j\lambda, K^0)} \right|^2 S_v^*(\lambda) =$$

$$= \frac{i\delta_1^2}{12} \frac{\varphi^2 K^2 (1 + \lambda^2 \tau^2) \left(1 + \frac{\lambda^2 T^2}{4} \right)}{\left| \frac{TT_0}{2} (j\lambda)^3 + \left(T_0 + \frac{T}{2} - \varphi K \frac{\tau T}{2} \right) (j\lambda)^2 + \right.}$$

$$\left. + \left(1 + \varphi K \tau - \frac{\varphi K T}{2} \right) j\lambda + \varphi K \right|^2}.$$

Интегрирование этой спектральной плотности дает средне-квадратичное значение случайной составляющей ошибки, равное 0,77; 0,36 и 0,18 для 2, 3 и 4 разрядов соответственно.

В рассмотренном расчете не учтена возможность появления периодических режимов из-за квантования по уровню [14, 18].

Следует отметить, что приведенные в главе характеристики нелинейных звеньев являются идеализированными и лишь приближенно отображают характеристики реальных звеньев.

Г л а в а 10

ОПТИМАЛЬНЫЙ СИНТЕЗ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

10.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О СИНТЕЗЕ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Статические и динамические требования. В процессе разработки систем автоматического управления и регулирования приходится учитывать весьма разнообразный комплекс требований, связанных с различными их характеристиками. Эти требования можно объединить в некоторые основные группы.

К первой группе следует отнести требования, связанные со статическими и динамическими свойствами. Среди них важнейшее место занимают точностные характеристики. Они определяют ошибки, которые могут иметь место в системе управления в различных режимах. На ранних стадиях развития теории автоматического управления главенствовал детерминистский подход, когда входные воздействия, полезные и возмущающие, задавались в виде известных функций времени. При этом, конечно, нельзя было гарантировать, что в реальной системе все будет происходить подобным же образом.

Затем стал использоваться статистический подход, когда воздействия считались случайными функциями времени, но с известными их характеристиками. Для линейных систем задание корреляционных функций или спектральных плотностей воздействий позволило не только решить задачу об оценке точности рассматриваемой системы, но и спроектировать ее оптимальным образом в смысле получения экстремального (чаще всего минимального) значения некоторой оценки точности.

Такой подход вызвал появление большого числа работ, посвященных решению проблемы оптимального построения систем управления.

Были разработаны критерии качества (критерии оптимальности) в виде функционалов, которые следовало минимизировать в процессе синтеза системы. Можно, например, сформулировать задачу оптимального управления как такую задачу, когда при работе в течение длительного времени установившееся значение дисперсии ошибки минимально при заданных полезном входном воздействии и возмущениях. Возможны формулировки понятия оптимальности на основе минимизации времени переходного процесса, минимизации потребления энергии и т. п.

Появление оптимальных методов проектирования характерно не только для области автоматического управления и регулирования. Эти методы находят в настоящее время использование практически во всех областях науки, техники, экономики. Однако достигнутые успехи в части построения оптимальных систем автоматического управления в ряде случаев имеют лишь методическое, а не практическое значение. Это обусловлено тем, что решение задачи оптимизации требует знания априорной информации о воздействиях в системе в смысле знания их статистических характеристик (корреляционных функций, спектральных плотностей или иных эквивалентных исходных данных).

Эта информация, как правило, достоверно неизвестна, что приводит во многих случаях к невозможности спроектировать хорошо работающую оптимальную систему. В принципе возможно построение оптимальных систем, в которых происходит уточнение априорной информации о входных воздействиях. Однако это приводит в большинстве случаев к значительному усложнению системы, что сказывается на других ее показателях (стоимости, надежности и др.).

Вероятно, в настоящее время и в ближайшем будущем одной из основных форм задания точности систем управления и регулирования остается задание допустимых ошибок (максимальных, среднеквадратичных и др.). Методы синтеза, основанные на таких формах задания точности, будут рассмотрены в гл. 11. Это не исключает использования оптимальных методов в тех случаях, когда существуют достаточно надежные исходные данные по входным воздействиям и требуемым критериям качества. Вероятно, со временем по мере накопления статистики круг задач,

имеющийся оптимальное решение, будет непрерывно расширяться.

Решение задач, относящихся к первой группе требований, называется динамическим синтезом систем управления и регулирования.

Материал этой главы посвящен решению задачи динамического синтеза при априорно известных статистических характеристиках входных воздействий. Естественно, что в таких условиях задача динамического синтеза должна решаться оптимальным образом. Для этой цели используются оптимальные фильтры Винера и Калмана.

Винеровская фильтрация соответствует получению наилучших точностных показателей в установившемся режиме. Для получения наилучших показателей также и в переходном режиме используются фильтры Калмана.

Другие требования при синтезе. Ко второй группе относятся требования, связанные с надежностью работы системы управления, ее устойчивостью к влиянию внешних воздействий (климатических, механических, химических) и способностью сохранять свои характеристики в течение заданного промежутка времени. Сюда относятся в первую очередь такие требования, как вероятность безотказной работы, интервал рабочих температур, виброустойчивость и вибропрочность, ресурс, требуемое время, условия хранения и т. п.

К третьей группе относятся требования, связанные с характером эксплуатации системы управления. Сюда относятся условия обслуживания системы в процессе ее работы, квалификация обслуживающего персонала, возможность ремонта и восстановления, периодичность производства проверок и т. д.

К четвертой группе относятся требования, связанные с допустимыми массой, габаритными размерами и потреблением энергии. Кроме общего уровня мощности потребления часто важными являются вид энергии (постоянный или переменный ток, пневмопитание), а также стабильность источников питания.

К пятой группе относятся требования, связанные с технологичностью изготовления системы управления. Сюда могут относиться такие требования, как необходимость использования уже освоенных или унифицированных элементов и узлов, простота сборочных и регулировочных операций, экономические показатели и т. п.

К шестой группе относятся требования, связанные с общей ситуацией, имеющей место при проектировании. Сюда относятся требования патентной новизны и чистоты, необходимость использования имеющихся научных, конструкторских и производственных заделов, наличие сложившихся исследовательских и конструкторских кадров и др.

Из этого рассмотрения видно, что в процессе проектирования системы управления необходимо учитывать весьма большой круг

технических требований. Они могут вступать в противоречие друг с другом. В принципе возможно построение оптимальной системы управления, когда из этих частных требований формируется единый критерий качества системы, экстремальное значение которого будет соответствовать оптимальному построению системы. Однако современное состояние теории оптимизации не позволяет надеяться, что эта задача получит строгое и обоснованное решение в ближайшие годы.

Критерии запаса устойчивости. При синтезе систем управления выполнение требований по точности (в смысле ограничения максимальных или среднеквадратичных ошибок) приводит часто к необходимости иметь такое значение общего коэффициента усиления разомкнутого контура системы, при котором она либо теряет устойчивость, либо имеет сильную склонность к колебанию, определяемую близостью к границе колебательной устойчивости. Это приводит, как правило, к необходимости использовать в системе корректирующие (демпфирующие) средства.

Достаточность удаления системы от колебательной границы устойчивости может определяться различными критериями. Используются, например, в работах [14, 18] такие оценки, как колебательность (отношение мнимой части корня характеристического уравнения к вещественной), запасы устойчивости по амплитуде и по фазе, перерегулирование, показатель колебательности и др. Все эти критерии в общем приводят к цели. При расчете систем управления частотными методами, и, в частности, по логарифмическим частотным характеристикам, удобно использование и частотных оценок запаса устойчивости. Для этой цели наиболее удобен показатель колебательности, равный отношению максимального пика амплитудной частотной характеристики замкнутой системы к ее начальной ординате на нулевой частоте.

Критерии быстродействия. Наиболее универсальным показателем быстродействия системы управления является время, протекающее от момента ее включения до момента, когда она начинает выполнять свои функции. В это время входят различные составляющие. К их числу относятся, например, время разгона двигателей, время достижения требуемого температурного режима, длительность переходного процесса и т. п.

В некоторых случаях понятие быстродействия имеет более узкое значение и может оцениваться по времени переходного процесса, полосе пропускания, степени устойчивости и т. п., т. е. в этом случае принимаются во внимание только динамические характеристики самой системы управления.

В отличие от критериев запаса устойчивости для характеристики быстродействия не существует универсальных оценок. Они должны устанавливаться в каждом конкретном случае в зависимости от требований, предъявляемых к системе управления в части времени готовности к выполнению возложенных на нее функций. Это время может быть самым различным: от нескольких часов

в крупных энергетических установках до нескольких миллисекунд в электронных системах управления.

Особенности использования микропроцессоров. При использовании в цифровых системах управления микропроцессоров приходится учитывать ряд факторов. Прежде всего следует отметить, что специализированные микропроцессорные вычислительные устройства, создаваемые для использования в цифровых системах, могут иметь в своем составе несколько микропроцессоров, что позволяет разделять решаемые задачи между отдельными процессорами. Это может иметь целью повышение надежности при введении дублирования или мажоритарной обработки, использование иерархического построения системы, разделения каналов с различной скоростью обработки информации и др.

В большинстве случаев вследствие ограниченности разрядной сетки микропроцессоров оказывается невозможным использование дополнительных младших разрядов в арифметическом устройстве, что необходимо иметь в виду при составлении алгоритма работы цифровой части системы управления. Следствием этого является отсутствие округления (шумов квантования) в выходном преобразователе микроЭВМ. При использовании одного процессора может возникать проблема ограниченности быстродействия цифровой части при достаточно сложной необходимой обработке поступающей информации.

10.2. ЦИФРОВЫЕ ВИНЕРОВСКИЕ ФИЛЬТРЫ

Общие сведения. При синтезе системы управления по критерию минимума среднеквадратичной ошибки может быть поставлена задача нахождения оптимальной структуры и параметров дискретной системы, если известны статистические характеристики полезного сигнала и помехи, действующие непосредственно на ее входе.

Заметим, что использование винеровской фильтрации предполагает, что полезный сигнал и помеха соответствуют стационарным случайным сигналам. Минимум среднеквадратичной ошибки соответствует также стационарному случаю, т. е. после завершения в системе управления переходных процессов и получении на ее выходе установившегося режима.

В отличие от этого калмановская фильтрация обеспечивает оптимальность (т. е. минимум среднеквадратичной ошибки) и в переходном режиме.

Постановку задачи винеровской фильтрации поясняет рис. 10.1, где $u[n]$ — полезный сигнал; $v[n]$ — помеха; $r[n]$ —

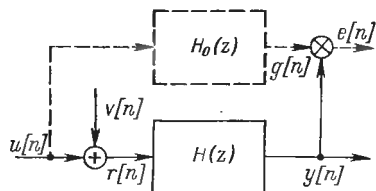
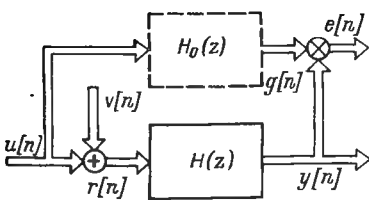


Рис. 10.1. Фильтр Винера



ошибки системы управления; $H_0(z)$ — оператор обработки полезного сигнала; $H(z)$ — передаточная функция замкнутой системы управления.

В качестве критерия оптимальности рассматривается минимум дисперсии ошибки

$$\sigma^2 = \bar{e}^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N e^2[n]. \quad (10.1)$$

Если $H_0(z) = 1$, то это будет задача оптимального сглаживания, т. е. выделения сигнала $g[n] = u[n]$ из аддитивной смеси сигнала и помехи. При равенстве помехи нулю решение задачи сглаживания имеет тривиальный вид: $H(z) = 1$.

В задачах оптимального статистического упреждения $H_0(z) = \exp(\rho\tau_0) = z^l$, где время упреждения $\tau_0 = lT$; l — число тактов, на которое делается упреждение (предсказание). При нахождении оптимальной частотной передаточной функции $H(z)$ конструктор должен попытаться реализовать ее посредством использования тех элементов, которыми он располагает и из которых должна быть построена система управления. Так как в большинстве практических случаев точное воспроизведение оптимальной передаточной функции оказывается невозможным, то приходится использовать квазиоптимальную или субоптимальную систему, более или менее близко совпадающую по своим параметрам с оптимальной.

Задача винеровской фильтрации может быть решена и для многомерного случая, когда рассматриваются матрицы-столбцы величин $u[n]$, $v[n]$ и $y[n]$. Схема для этого случая изображена на рис. 10.2. Ее следует рассматривать как многомерную. В качестве критерия оптимальности здесь принимается минимум математического ожидания $M\{e'[n]\Gamma e[n]\}$, где Γ — любая положительно определенная матрица, а $e[n]$ — матрица-столбец ошибок. В этом случае минимизируется и каждая составляющая $e[n]$.

Уравнение фильтра Винера. В соответствии с рис. 10.1 дисперсия ошибки

$$\sigma^2 = M\{(g[n] - y[n])^2\}. \quad (10.2)$$

На основании гл. 7 формула (10.2) может быть записана следующим образом:

$$\sigma^2 = \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [|H_0^*(j\lambda)|^2 S_u^*(\lambda) + |H^*(j\lambda)|^2 S_r^*(\lambda) - \\ - H^*(j\lambda) S_{rg}^*(-j\lambda) - H^*(-j\lambda) S_{rg}^*(j\lambda)] (1 + \lambda^2 T^2/4)^{-1} d\lambda. \quad (10.3)$$

Здесь введены спектральные плотности полезного сигнала $S_u^*(\lambda)$, суммарного сигнала на входе $S_r^*(\lambda)$, взаимная спектральная плотность суммарного входного сигнала и задающего воздействия $S_{rg}^*(j\lambda) = S_{ug}^*(j\lambda) = H_0^*(j\lambda) S_u^*(\lambda)$.

Так как сумма двух последних слагаемых в формуле (10.3) равна удвоенной вещественной части одного слагаемого, то имеем

$$\sigma^2 = \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [|H_0^*(j\lambda)|^2 S_u^*(\lambda) + |H^*(j\lambda)|^2 S_r^*(\lambda) - \\ - 2\operatorname{Re} H^*(j\lambda) S_{ug}^*(-j\lambda)] (1 + \lambda^2 T^2/4)^{-1} d\lambda. \quad (10.4)$$

Добавим и вычтем в квадратных скобках формулы (10.4) член $S_{ug}^*/[S_r^*(1 + \lambda^2 T^2/4)]$. В результате получим

$$\sigma^2 = \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{|H_0^*(j\lambda)|^2 S_u^*(\lambda)}{1 + \lambda^2 T^2/4} + \left| \frac{H^*(j\lambda)}{1 + j\lambda T/2} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{S_{ug}^*(\lambda)}{(1 + j\lambda T/2) S_r^*(\lambda)} \right|^2 S_r^*(\lambda) - \frac{|S_{ug}^*(j\lambda)|^2}{(1 + \lambda^2 T^2/4) S_r^*(\lambda)} \right] d\lambda. \quad (10.5)$$

При получении формулы (10.5) использовано то обстоятельство, что квадрат модуля разности двух комплексных величин

$$|a - b|^2 = |a|^2 + |b|^2 - 2\operatorname{Re} ab_1,$$

где b_1 — комплексно-сопряженная величина с величиной b .

Можно ввести понятие передаточной функции идеальной системы

$$L^*(j\lambda) = S_{ug}^*(j\lambda)/S_r^*(\lambda). \quad (10.6)$$

Из выражения (10.5) видно, что при $H^* = L^*$ дисперсия ошибки приобретает минимальное значение. Так, для случая $H_0^* = 1$, т. е. при выделении полезного сигнала из его смеси с помехой и при отсутствии корреляции между полезным сигналом и помехой $S_r^*(\lambda) = S_u^*(\lambda) + S_v^*(\lambda)$, имеем

$$L^*(j\lambda) = S_u^*(\lambda)/[S_u^*(\lambda) + S_v^*(\lambda)]. \quad (10.7)$$

Однако формула (10.7) получена без учета физической реализуемости фильтра. Это условие сводится к тому, чтобы импульсная характеристика фильтра $h[n]$ тождественно равнялась нулю при $n < 0$, т. е. до начала приложения входного воздействия.

При этом передаточная функция $H^*(j\lambda)$ должна иметь все полюсы в левой полуплоскости переменной $j\lambda$.

Определение оптимальной передаточной функции с условием физической реализуемости может быть сделано решением вариационной задачи для формулы (10.5). При этом необходимо дать передаточной функции приращение δH^* . В формулу (10.5) нужно подставить $(H^* + \eta \delta H^*)$, где η — произвольная постоянная. Дисперсия ошибки будет достигать минимума при $\partial \sigma^2 / \partial \eta = 0$, т. е. при условии, что H^* соответствует оптимальной передаточной функции. При выполнении этих действий может быть получено условие минимума дисперсии ошибки

$$\frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{H^*(j\lambda) S_r^*(\lambda)}{1 + j\lambda T/2} - \frac{S_{ug}^*(j\lambda)}{1 + j\lambda T/2} \right] \frac{\delta H^*(-j\lambda) d\lambda}{1 - j\lambda T/2} = 0. \quad (10.8)$$

В формуле (10.8) выполним следующие преобразования. Спектральная плотность суммарного входного сигнала

$$S_r^*(\lambda) = S_u^*(\lambda) + S_v^*(\lambda) + S_{uv}^*(\lambda) + S_{vu}^*(\lambda) \quad (10.9)$$

может быть представлена в виде произведения двух комплексно-сопряженных величин, что носит название факторизации,

$$S_r^*(\lambda) = \Psi^*(j\lambda) \Psi^*(-j\lambda) = [S_r^*(\lambda)]^+ [S_r^*(\lambda)]^-. \quad (10.10)$$

Сомножитель $\Psi^*(j\lambda) = [S_r^*(\lambda)]^+$ содержит все полюса и нули в левой полуплоскости величины $j\lambda$ (верхней полуплоскости величины λ), а сомножитель $\Psi^*(-j\lambda) = [S_r^*(\lambda)]^-$ — в правой полуплоскости. Тогда формулу (10.8) можно переписать в следующем виде:

$$\begin{aligned} & \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{H^*(j\lambda) \Psi^*(j\lambda)}{1 + j\lambda T/2} - \frac{S_{ug}^*(j\lambda)}{\Psi^*(-j\lambda) (1 + j\lambda T/2)} \right] \times \\ & \times \frac{\Psi^*(-j\lambda) \delta H^*(j\lambda) d\lambda}{1 - j\lambda T/2} = 0. \end{aligned} \quad (10.11)$$

Далее разобьем второе слагаемое в квадратных скобках (10.11) на две части так, чтобы одна из них содержала бы все полюсы и нули в левой полуплоскости переменной $j\lambda$, а вторая — в правой,

$$\begin{aligned} \frac{S_{ug}^*(j\lambda)}{(1 + j\lambda T/2) \Psi^*(-j\lambda)} &= \left[\frac{S_{ug}^*(j\lambda)}{(1 + j\lambda T/2) \Psi^*(-j\lambda)} \right]_+ + \\ &+ \left[\frac{S_{ug}^*(j\lambda)}{(1 + j\lambda T/2) \Psi^*(-j\lambda)} \right]_-. \end{aligned} \quad (10.12)$$

Второе слагаемое (10.12) при подстановке в формулу (10.11) дает при интегрировании нуль. Это вытекает из того, что при замене интегрирования вдоль оси мнимых на интегрирование по замкнутому контуру, охватывающему всю левую полупло-

скость, интеграл от функции, не имеющей полюсов в этой области, равен нулю.

Таким образом, из (10.11) может быть получено выражение для оптимальной передаточной функции

$$\begin{aligned} H^*(j\lambda) &= \frac{1 + j\lambda T/2}{\Psi^*(j\lambda)} \left[\frac{S_{ug}^*(j\lambda)}{(1 + j\lambda T/2) \Psi^*(-j\lambda)} \right]_+ = \\ &= \frac{1 + j\lambda T/2}{\Psi^*(j\lambda)} \left[\frac{H_0^*(j\lambda) S_u^*(\lambda)}{(1 + j\lambda T/2) \Psi^*(-j/\lambda)} \right]_+. \end{aligned} \quad (10.13)$$

Второй сомножитель (10.13) может быть представлен в следующем виде

$$\frac{S_{ug}^*(j\lambda)}{(1 + j\lambda T/2) \Psi^*(-j\lambda)} = F^*(j\lambda) + \sum_{i=1}^q \frac{a_i}{j\lambda + \alpha_i} + \sum_{k=1}^n \frac{b_k}{j\lambda + \beta_k}, \quad (10.14)$$

где $F^*(j\lambda)$ — некоторый полином; α_i — корни, лежащие в левой полуплоскости; β_k — корни, лежащие в правой полуплоскости; a_i и b_k — коэффициенты разложения на простые дроби (предполагается, что корни — однократные).

В этом случае реализуемая часть (10.14)

$$F^*(j\lambda) + \sum_{i=1}^q \frac{a_i}{j\lambda + \alpha_i} = \frac{B^*(j\lambda)}{1 + j\lambda T/2},$$

а формула (10.13) приобретает вид

$$H^*(j\lambda) = B^*(j\lambda) / \Psi^*(j\lambda). \quad (10.15)$$

Здесь использована функция

$$B^*(j\lambda) = (1 + j\lambda T/2) \left[\frac{S_{ug}^*(j\lambda)}{(1 + j\lambda T/2) \Psi^*(-j\lambda)} \right]_+. \quad (10.16)$$

Переход к дискретной передаточной функции оптимального фильтра может быть сделан подстановкой $j\lambda = 2(z+1)/[(z+1)T]$. В результате получим

$$H(z) = H^* \left(\frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \right). \quad (10.17)$$

Ошибки в оптимальных системах. Минимальная дисперсия ошибки, которая будет иметь место в оптимальной системе, определяется выражением (10.4). Заметим, что подстановка в него значения оптимальной передаточной функции (10.13) позволяет его упростить:

$$\sigma_{\min}^2 = \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|H_0^*(j\lambda)|^2 S_u^*(\lambda) d\lambda}{1 + \lambda^2 T^2/4} - \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|H^*(j\lambda)|^2 S_r^*(\lambda) d\lambda}{1 + \lambda^2 T^2/4}. \quad (10.18)$$

Из формулы (10.18) следует, что в оптимальной системе дисперсия ошибки равна разности дисперсий задающего воздействия и выходной величины

$$\sigma_{\min}^2 = \overline{g^2[n]} - \overline{y^2[n]}. \quad (10.19)$$

Формула (10.18) позволяет использовать выражение (10.15) для расчета дисперсии ошибки. Из формулы (10.15) следует, что

$$|H^*(j\lambda)|^2 = \frac{|B^*(j\lambda)|^2}{|\Psi^*(j\lambda)|^2} = \frac{|B^*(j\lambda)|^2}{S_r^*(\lambda)}.$$

Подстановка этого выражения в формулу (10.18) дает

$$\sigma_{\min}^2 = \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S_g^*(\lambda) d\lambda}{1 + \lambda^2 T^2/4} - \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|B^*(j\lambda)|^2 d\lambda}{1 + \lambda^2 T^2/4}. \quad (10.20)$$

Последнее выражение можно представить в другом виде. Первое слагаемое его соответствует дисперсии задающего воздействия, равной начальному значению корреляционной функции, т. е. $R_g(0)$. Второе слагаемое в соответствии с формулой (5.48) представляет собой сумму квадратов решетчатой функции

$$\frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|B^*(j\lambda)|^2 d\lambda}{|1 + j\lambda T/2|^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \beta^2[n]. \quad (10.21)$$

Эта решетчатая функция связана с функцией $B^*(j\lambda)$ преобразованием

$$B(z) = B^*\left(\frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}\right) = Z \beta\{[n]\}. \quad (10.22)$$

В соответствии с изложенным формула (10.21) может быть представлена в следующем виде:

$$\sigma_{\min}^2 = R_g[0] - \sum_{n=0}^{\infty} \beta^2[n]. \quad (10.23)$$

Однако все рассмотренные формулы для расчета дисперсии ошибки непригодны в том случае, когда спектральная плотность $S_g^*(\lambda)$ имеет множитель λ^{2l} в знаменателе. При этом в формулах (10.18), (10.20) и (10.23) первое и второе слагаемые стремятся к бесконечности, хотя их разность может оставаться конечной. Последний случай соответствует тому, что квадрат модуля передаточной функции для ошибки $|H_0^* - H^*|^2$ будет иметь такой же множитель λ^{2l} в числителе. Поэтому, несмотря на то, что входной процесс будет нестационарен с возрастающей во времени дисперсией, ошибка системы будет соответствовать стационарному процессу с конечной и постоянной дисперсией. При отсутствии кор-

реляции между полезным сигналом и помехой расчетная формула может быть представлена (см. гл. 7) в виде

$$\begin{aligned}\sigma_{\min}^2 &= \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|H_0^*(j\lambda) - H^*(j\lambda)|^2 S_u^*(\lambda) d\lambda}{1 + \lambda^2 T^2/4} + \\ &+ \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|H^*(j\lambda)|^2 S_v^*(\lambda) d\lambda}{1 + \lambda^2 T^2/4} = \\ &= \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|1 - H^*(j\lambda)/H_0^*(j\lambda)|^2 S_g^*(\lambda) d\lambda}{|1 + j\lambda T/2|^2} + \\ &+ \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|H^*(j\lambda)|^2 S_v^*(\lambda) d\lambda}{|1 + j\lambda T/2|^2}.\end{aligned}\quad (10.24)$$

Формула (10.13) для оптимальной передаточной функции может быть несколько изменена. При выполнении условия, когда период дискретности значительно меньше времени корреляции полезного сигнала, что бывает в большинстве случаев, делитель $(1 + j\lambda T/2)$ может быть вынесен из квадратных скобок и сокращен с аналогичным множителем.

В результате получим для оптимальной передаточной функции

$$H^*(j\lambda) \approx \frac{1}{\Psi^*(j\lambda)} \left[\frac{H_0^*(j\lambda) S_u^*(\lambda)}{\Psi^*(-j\lambda)} \right]_+ = \frac{B^*(j\lambda)}{\Psi^*(j\lambda)}, \quad (10.25)$$

где реализуемая часть выражения в квадратных скобках для этого случая

$$B^*(j\lambda) = F^*(j\lambda) + \sum_{i=1}^q \frac{a_i}{j\lambda + \alpha_i}. \quad (10.26)$$

При этом формулы (10.15), (10.20) и (10.23) сохраняют свой вид.

Использование формул (10.23) или (10.26) для определения оптимальной передаточной функции дает обычно несущественную разницу в полученной дисперсии ошибки. Поэтому целесообразно пользоваться той из них, которая приводит к более простому выражению для оптимальной передаточной функции при контроле дополнительной ошибки, вносимой некоторым отходом от условий строгой оптимальности.

Системы с белым шумом на входе. Рассмотрим случай действия на входе системы помехи типа дискретного белого шума со спектральной плотностью $S_v^*(\lambda) = D_v$, где D_v — дисперсия шума. Примем, что преобразующий оператор $H_0^*(j\lambda) = 1$.

Спектральная плотность входной смеси полезного сигнала и помехи

$$S_r^*(\lambda) = S_g^*(\lambda) + D_v.$$

В результате факторизации спектральной плотности смеси (10.10) имеем

$$\Psi^*(j\lambda) = [S_g^*(\lambda) + D_v]^+. \quad (10.27)$$

Оптимальная частотная передаточная функция

$$H^*(j\lambda) = \frac{1 + j\lambda T/2}{\Psi^*(j\lambda)} \left\{ \frac{S_g^*(\lambda)}{(1 + j\lambda T/2) [S_g^*(\lambda) + D_v]^-} \right\}_+. \quad (10.28)$$

Введем предположение, что спектральная плотность полезного сигнала может быть представлена дробно-рациональной функцией

$$S_g^*(\lambda) = \frac{S_1^*(\lambda)}{S_2^*(\lambda)} = \frac{\Psi_1^*(j\lambda) \Psi_1^*(-j\lambda)}{\Psi_2^*(j\lambda) \Psi_2^*(-j\lambda)}.$$

В этом случае формулу (10.27) можно переписать следующим образом:

$$\Psi^*(j\lambda) = \left[\frac{S_1^*(\lambda)}{S_2^*(\lambda)} + D_v \right]^+ = \left[\frac{S_1^*(\lambda) + D_v S_2^*(\lambda)}{S_2^*(\lambda)} \right]^+ = \frac{\Psi_3^*(j\lambda)}{\Psi_2^*(j\lambda)}.$$

Тогда знаменатель формулы (10.28) будет иметь вид

$$\Psi^*(-j\lambda) = [S_g^*(\lambda) + D_v]^- = \frac{\Psi_3^*(j\lambda)}{\Psi_2^*(j\lambda)}.$$

Выражение в фигурных скобках (10.28) может быть записано следующим образом:

$$\left\{ \frac{S_g^*(\lambda)}{(1 + j\lambda T/2) [S_g^*(\lambda) + D_v]^-} \right\} = \left\{ \frac{1}{1 + j\lambda T/2} \left[[S_g^*(\lambda) + D_v]^+ - \frac{D_v}{[S_g^*(\lambda) + D_v]^-} \right] \right\} = \left\{ \frac{1}{1 + j\lambda T/2} \left[\Psi^*(j\lambda) - \frac{D_v \Psi_2^*(-j\lambda)}{\Psi_3^*(-j\lambda)} \right] \right\}. \quad (10.29)$$

Так как второе слагаемое в квадратных скобках (10.29) содержит полюса и нули, лежащие только в правой полуплоскости, то для подстановки в формулу (10.28) нужно определить только постоянный член, даваемый единственным полюсом от сомножителя $1/(1 + j\lambda T/2)$. Таким образом, реализуемая часть выражения в фигурных скобках (10.27) в данном случае будет

$$B^*(j\lambda) = \frac{\Psi^*(j\lambda) - c_0}{1 + j\lambda T/2},$$

а сама формула (10.28) для случая действия на входе белого шума приобретает вид

$$H^*(j\lambda) = \frac{1 + j\lambda T/2}{\Psi^*(j\lambda)} B^*(j\lambda) = 1 - \frac{c_0}{\Psi^*(j\lambda)}. \quad (10.30)$$

Заметим, что второе слагаемое в формуле (10.30) представляет собой передаточную функцию для ошибки $H_e^* = 1 - H^* = c_0/\Psi^*$.

На основании формулы разложения на простые дроби для коэффициента, соответствующего полюсу $j\lambda = -2/T$, в формуле (10.29) можно записать

$$c_0 = \frac{D_v \Psi_2^*(2/T)}{\Psi_3^*(2/T)} = \frac{D_v}{\sqrt{S_g^*(2/T) + D_v}}. \quad (10.31)$$

В случае использования приближенной формулы (10.25) выражение для передаточной функции (10.30) сохраняет свой вид, но входящий в него коэффициент должен определяться по формуле

$$c_0 = \frac{D_v \Psi_2^*(\infty)}{\Psi_3^*(\infty)} = \sqrt{\frac{D_v^2 S_2^*(\infty)}{S_1^*(\infty) + D_v S_2^*(\infty)}} = \frac{D_v}{\sqrt{S_g^*(\infty) + D_v}}. \quad (10.32)$$

Здесь возможны два случая. Если степень полинома S_1^* меньше степени полинома S_2^* , то $c_0 = \sqrt{D_v}$. Если степени равны, то коэффициент c_0 должен рассчитываться по формуле (10.32), причем $c_0 < \sqrt{D_v}$.

Передаточная функция разомкнутой системы. Так как в системах управления при $H_0(z) = 1$, как правило, используется единичная главная обратная связь, то представляет интерес нахождение передаточной функции разомкнутой системы, которую определяют известным соотношением [18]

$$W^*(j\lambda) = H^*(j\lambda) / [1 - H^*(j\lambda)]. \quad (10.33)$$

Для случая, когда помеха представляет собой дискретный белый шум, формулу (10.33) можно упростить, используя выражение (10.30)

$$W^*(j\lambda) = \Psi^*(j\lambda) / c_0 - 1. \quad (10.34)$$

Из выражения (10.34) видно, что полюса передаточной функции разомкнутой системы совпадают с полюсами $\Psi^*(j\lambda)$, которые, в свою очередь, совпадают с полюсами спектральной плотности полезного сигнала $S_g^*(\lambda)$. Так как для функции $\Psi^*(j\lambda)$ было принято, что все ее полюса и нули лежат в левой полуплоскости для переменной $j\lambda$, то разомкнутая оптимальная система оказывается устойчивым фильтром, который может также иметь чисто мнимые полюса.

Известный вид частотной передаточной функции разомкнутой системы $W^*(j\lambda)$ позволяет найти дискретную передаточную функцию $W(z)$ подстановкой $j\lambda = 2(z - 1) / [(z + 1)T]$.

В задачах управления каким-либо объектом от микропроцессорного устройства при известных передаточных функциях объекта $W_0(z)$ или $W_0^*(j\lambda)$ может быть найдена требуемая корректирующая программа, реализуемая микропроцессорным устройством, по требуемой передаточной функции цифровой части:

$$D(z) = W(z) / W_0(z); \quad D^*(j\lambda) = W^*(j\lambda) / W_0^*(j\lambda). \quad (10.35)$$

Вследствие ограничений, накладываемых на реализуемые микропроцессорным устройством программы, точного осуществления оптимального построения системы по выражениям (10.35) можно и не достичь. В этих случаях следует искать приближенную реализацию оптимальной системы.

Пример 10.1. Рассмотрим случай выделения полезного сигнала с корреляционной функцией $R_u(\tau) = D_1 \exp(-\tau/T_1)$ из смеси с помехой, имеющей корреляционную функцию $R_v(\tau) = D_2 \exp(-\tau/T_2)$. При дискретизации таких процессов будут получены корреляционные функции $R_u[m] = D_1 \exp(-mT/T_1)$ и $R_v[m] = D_2 \exp(-mT/T_2)$, где T — период дискретности. Спектральные плотности (см. гл. 7) будут иметь вид при $H_0^*(j\lambda) = 1$:

$$S_g^*(\lambda) = \frac{2T_{1g}(1 + \lambda^2 T_{1g}^2/4) D_1}{T(1 + \lambda^2 T_{1g}^2)}; \quad S_v^*(\lambda) = \frac{2T_{2g}(1 + \lambda^2 T_{2g}^2/4) D_2}{T(1 + \lambda^2 T_{2g}^2)},$$

где введены эквивалентные постоянные времени $T_{1g} = T \operatorname{cth}(T/2T_1)/2$ и $T_{2g} = T \operatorname{cth}(T/2T_2)/2$.

В соответствии с (10.10) имеем при отсутствии корреляции между полезным сигналом и помехой

$$\Psi^*(j\lambda) = \sqrt{A} \frac{(1 + j\lambda T/2)(1 + j\lambda \tau)}{(1 + j\lambda T_{1g})(1 + j\lambda T_{2g})},$$

где $A = 2(D_1 T_{1g} + D_2 T_{2g})/T$; $\tau^2 = T_{1g} T_{2g} (D_1 T_{2g} + D_2 T_{1g})/(D_1 T_{1g} + D_2 T_{2g})$.

В соответствии с формулой (10.13) имеем

$$H^*(j\lambda) \approx \frac{(1 + j\lambda T_{1g})(1 + j\lambda T_{2g})}{\sqrt{A}(1 + j\lambda \tau)} \left[\frac{2T_{1g} D_1 (1 - j\lambda T_{2g})}{T \sqrt{A} (1 + j\lambda T_{1g})(1 - j\lambda \tau)} \right]_+.$$

Реализуемая часть выражения в квадратных скобках дает функцию (10.16)

$$B^*(j\lambda) = \frac{2T_{1g} D_1 (1 + T_{2g}/T_{1g})(1 + j\lambda T/2)}{T \sqrt{A} (1 + \tau/T_{1g})(1 + j\lambda T_{1g})}.$$

В результате оптимальная передаточная функция (10.15)

$$H^*(j\lambda) = \frac{D_1 (T_{1g} + T_{2g})}{(D_1 T_{1g} + D_2 T_{2g})(1 + \tau/T_{1g})} \frac{1}{1 + j\lambda \tau}.$$

Заметим, что при отсутствии помех будет получено $H^* = 1$.

В соответствии с (10.20) дисперсия ошибки в оптимальной системе

$$\begin{aligned} \sigma_{\min}^2 &= D_1 - \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|B^*(j\lambda)|^2 d\lambda}{|1 + j\lambda T/2|^2} = \\ &= D_1 \left[1 - \frac{D_1 T_{1g} (1 + T_{2g}/T_{1g})^2}{(D_1 T_{1g} + D_2 T_{2g})(1 + \tau/T_{1g})^2} \right]. \end{aligned}$$

При отсутствии помех $D_2 = 0$, $\tau = T_{2g}$ и $\sigma_{\min}^2 = 0$.

Пример 10.2. Рассмотрим случай выделения полезного сигнала со спектральной плотностью $S_g^*(\lambda) = A/\lambda^2$ из смеси с дискретным белым шумом, уровень которого равен D_v .

Воспользуемся здесь приближенной формулой (10.25), приводящей к более простому результату. В соответствии с формулой (10.10) имеем

$$\Psi^*(j\lambda) = \left[\frac{A}{\lambda^2} + D_v \right]^+ = \frac{\sqrt{A} (1 + j\lambda\tau)}{j\lambda},$$

где $\tau^2 = D_v/A$.

Далее из выражения (10.25) находим

$$H^*(j\lambda) = \frac{j\lambda}{\sqrt{A}(1 + j\lambda\tau)} \left[\frac{A(-j\lambda)}{\lambda^2 \sqrt{A}(1 - j\lambda\tau)} \right]_+ = \frac{1}{1 + j\lambda\tau}.$$

Использование формулы (10.30) приводит к тому же результату

$$H^*(j\lambda) = 1 - \frac{c_0}{\Psi^*(j\lambda)} = 1 - \frac{j\lambda \sqrt{D_v}}{\sqrt{A}(1 + j\lambda\tau)} = \frac{1}{1 + j\lambda\tau}.$$

Из выражения (10.34) может быть найдена передаточная функция разомкнутой системы $W^*(j\lambda) = 1/(j\lambda\tau)$.

Расчет дисперсии ошибки по формуле (10.20) в этом случае оказывается невозможным, так как оба интеграла расходятся, поэтому можно использовать формулу (10.24). В соответствии с этой формулой

$$\begin{aligned} \sigma_{\min}^2 &= \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|1 - H^*(j\lambda)|^2 S_g^*(\lambda) d\lambda}{|1 + j\lambda T/2|^2} + \\ &+ \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|H^*(j\lambda)|^2 S_v^*(\lambda) d\lambda}{|1 + j\lambda T/2|^2} = \\ &= \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(A\tau^2 + D_v) d\lambda}{\left| \frac{\tau T}{2} (j\lambda)^2 + \left(\tau + \frac{T}{2} \right) j\lambda + 1 \right|^2} = \frac{T \sqrt{A D_v}}{1 + \frac{T}{2} \sqrt{A/D_v}}. \end{aligned}$$

Из последнего выражения не следует делать вывод, что при $T \rightarrow 0$ будет стремиться к нулю дисперсия ошибки. Это объясняется тем, что при малых значениях периода дискретности будет оказываться несправедливым предположение о сводимости помехи к дискретному белому шуму, так как начнут сказываться корреляционные связи между соседними дискретами.

Используем теперь для нахождения оптимальной передаточной функции формулы (10.30) и (10.31), которые соответствуют исходному выражению (10.13). В соответствии с формулой (10.31) постоянный коэффициент

$$c_0 = \frac{D_v}{\sqrt{S_g^*(2/T) + D_v}} = \frac{D_v}{\sqrt{AT^2/4 + D_v}}.$$

В результате передаточная функция оптимальной системы будет

$$H^*(j\lambda) = 1 - \frac{j\lambda\tau}{(1 + j\lambda\tau)\sqrt{1 + T^2/(4\tau^2)}} = \frac{1 + j\lambda\tau_1}{1 + j\lambda\tau},$$

где постоянная времени

$$\tau_1 = \tau(\sqrt{1 + T^2/(4\tau^2)} - 1)/\sqrt{1 + T^2/(4\tau^2)}.$$

Использование формулы (10.24) дает дисперсию ошибки в оптимальном случае

$$\sigma_{\min}^2 = \frac{T\sqrt{AD_v}}{1 + \frac{T}{2}\sqrt{A/D_v}} \frac{1 + \frac{T^2}{8\tau^2} + \frac{T^2}{64\tau^2}}{1 + \frac{T^2}{4\tau^2}} \approx \frac{T\sqrt{AD_v}}{1 + \frac{T}{2}\sqrt{A/D_v}} \left(1 - \frac{7T^2}{64\tau^2}\right).$$

Сравнение этого результата с предыдущим показывает, что использование точного выражения (10.13) дает некоторый выигрыш в точности. Однако вследствие малости отношения T/τ этот выигрыш не имеет практического значения. Вместе с тем, передаточная функция оптимальной системы оказывается более сложной.

Прогнозирование. В тех случаях, когда требуется воспроизведение полезного сигнала $u[n]$ с упреждением на l тактов, т. е. при $g[n] = u[n + l]$, оператор преобразования будет $H_0(z) = z^l$. При этом в формуле для оптимальной передаточной функции (10.28) можно вернуться от частотных передаточных функций к функциям аргумента z . Это делается подстановкой $j\lambda = 2(z - 1)/[(z + 1)T]$. В результате получим

$$H(z) = \frac{2z}{(z + 1)\Psi(z)} \left[\frac{(z + 1)S_u(z)z^l}{2z\Psi(z^{-1})} \right]_+, \quad (10.36)$$

где $\Psi(z)$ — сомножитель спектральной плотности смеси $r = u + v$, которому соответствуют корни, лежащие внутри круга единичного радиуса; знак «+» за скобкой означает операцию выделения реализуемой части передаточной функции, которой соответствуют полюсы и нули внутри круга единичного радиуса.

В частном случае прогнозирования при отсутствии помех $S_r = S_u$. Поэтому формула (10.36) приобретает вид

$$H(z) = \frac{2z}{(z + 1)\Psi(z)} \left[\frac{z + 1}{2z} \Psi(z) z^l \right]_+. \quad (10.37)$$

Для отыскания решетчатой функции, соответствующей реализуемой части в квадратных скобках (10.36), можно в соответствии с формулой (10.22) воспользоваться обратным z -преобразованием

$$\beta[n] = Z^{-1}\{B(z)\} = Z^{-1}\left\{ \frac{2z}{(z + 1)\Psi(z)} \left[\frac{(z + 1)S_u(z)z^l}{2z\Psi(z^{-1})} \right] \right\}_+. \quad (10.38)$$

Если $\beta_n[n]$ есть искоемое обратное преобразование при отсутствии предсказания ($l = 0$), то на основании теоремы сдвига

в $\beta[n] = \beta_n[n+l]$. Тогда передаточная функция $B_n(z)$ будет соответствовать реализуемой части выражения в квадратных скобках (10.33) при отсутствии предсказания. Аналогичным образом для приведенной весовой функции оптимального фильтра можно записать при наличии предсказания $h[n] = h_n[n+l]$.

Значение выходной величины фильтра в момент времени $t = (n+l)T$ можно вычислить через переменные состояния, которые представим в виде матрицы-столбца $x_0[n] = \|x[n]; x[n-1]; \dots; x[n-N+1]\|'$, где N — порядок разностного уравнения, описывающего фильтр и переходную матрицу

$$\Phi[l] = \begin{bmatrix} \Phi_{11}[l] & \Phi_{12}[l] & \dots & \Phi_{1N}[l] \\ \Phi_{21}[l] & \Phi_{22}[l] & \dots & \Phi_{2N}[l] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Phi_{N1}[l] & \Phi_{N2}[l] & \dots & \Phi_{NN}[l] \end{bmatrix}, \quad (10.39)$$

которая связывает между собой переменные состояния в моменты времени $t = nT$ и $t = (n+l)T$.

Переходная матрица описывается теми же уравнениями, что и рассматриваемый фильтр, но без правой части и при единичных начальных условиях. Для выходной величины фильтра можно записать следующее выражение:

$$y[n+l] = C\Phi[l]x_0[n]. \quad (10.40)$$

В формуле (10.40) прямоугольная матрица коэффициентов $C = \|c_{ij}\|$ имеет размер $R \times N$, где R — число отыскиваемых выходных величин фильтра (в одномерной задаче $R = 1$). Значения коэффициентов c_{ij} определяются соотношениями между выходными величинами фильтра и переменными состояниями.

Характеристическое уравнение для переходной матрицы должно иметь вид

$$\prod_{i=1}^{q_1} (z - z_i) \prod_{j=1}^{q_2} (z - z_j) = 0, \quad (10.41)$$

где z_i ($i = 1, 2, \dots, q_1$) — полюсы функции, определяемой вторым сомножителем в формуле (10.33), а z_j — нули функции $\Psi(z)$.

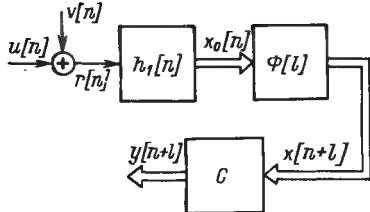
Оптимальный фильтр с прогнозированием изображен на рис. 10.3. В частном случае, когда помехи отсутствуют, оптимальную передаточную функцию без предсказания можно представить как

$$H_n(z) = \frac{\Psi(z)}{\Psi(z)} = \frac{\Psi_1(z)\Psi_2(z)}{\Psi_1(z)\Psi_2(z)} = 1,$$

где принято, что $\Psi(z) = \Psi_1(z)/\Psi_2(z)$.

Тогда приведенная весовая функция этого фильтра $h_n[n] = \delta_0[n]$ совпадает с единичной решетчатой импульсной функцией, и характеристическое уравнение для переходной матрицы будет $\Psi_1\Psi_2 = 0$.

Рис. 10.3. Прогнозирующий фильтр



Если прогнозирование производится на фиксированное число тактов $l = \text{const}$, то переходная матрица представляет собой совокупность постоянных коэффициентов. Если необходимо произвести в быстром темпе просмотр будущих значений

прогнозируемой величины, то переходная матрица реализуется в виде дискретного фильтра, протекание процессов в котором после выставки начальных условий

$$x_0[n] = \|x[0], x[0-1], \dots, x[0-N+1]\|',$$

должно определяться периодом дискретности $T_0 = T/m$, где $m < 1$ — масштаб времени.

Этот фильтр должен соответствовать дифференциальному уравнению $\Psi_1(z)\Psi_2(z) = 0$ с введением начальных условий.

Дисперсия ошибки в соответствии с (10.23) может быть представлена в виде

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{min}}^2 &= R_g[0] - \sum_{n=0}^{\infty} \beta^2[n] = R_u[0] - \sum_{n=l}^{\infty} \beta_n^2[n+l] = \\ &= R_u[0] - \sum_{n=0}^{\infty} \beta_n^2[n] + \sum_{n=0}^{l-1} \beta_n^2[n].\end{aligned}\quad (10.42)$$

Формула (10.42) может быть записана в следующем виде:

$$\sigma_{\text{min}}^2 = \sigma_{1\text{min}}^2 + \sigma_{2\text{min}}^2. \quad (10.43)$$

Здесь $\sigma_{1\text{min}}^2$ — дисперсия ошибки при отсутствии прогноза, которая определяется формулой (10.23) для решетчатой функции $\beta_n[n]$; вторая составляющая (10.43) представляет собой ошибку прогноза

$$\sigma_{2\text{min}}^2 = \sum_{n=0}^{l-1} \beta_n^2[n], \quad (10.44)$$

где $\beta_n[n]$ определяется формулой (10.38) для случая $l = 0$.

При прогнозировании на один такт вперед $l = 1$ и $\sigma_{2\text{min}}^2 = \beta_n^2[0]$.

Пример 10.3. Рассмотрим прогнозирование случайного процесса со спектральной плотностью вида

$$S_u^*(\lambda) = \frac{2D_u T_{\text{э}} (1 + \lambda^2 T_{\text{э}}^2/4)}{T (1 + \lambda^2 T_{\text{э}}^2)},$$

где эквивалентная постоянная времени

$$T_{\text{э}} = \frac{T}{2} \frac{1+d}{1-d} = \frac{T}{2} \text{cth} \frac{T}{2T_1}; \quad d = e^{-T/T_1} < 1;$$

T_1 — постоянная времени исходного непрерывного экспоненциально коррелированного процесса с дисперсией D_u .

Пусть требуется прогнозировать значения входной величины $u[n]$ на l тактов вперед по результатам текущего измерения этой величины и при отсутствии помех. Определим вначале

$$\Psi^*(j\lambda) = [S_u^*(\lambda)]^\dagger = \sqrt{\frac{2D_u T_0}{T}} \frac{1 + j\lambda T/2}{1 + j\lambda T_0}.$$

Перейдем к аргументу z подстановкой $j\lambda = 2(z-1)/(z+1)T$

$$\Psi(z) = \sqrt{\frac{2D_u T_0}{T}} \frac{(1-d)z}{z-d} = \sqrt{D_u(1-d^2)} \frac{z}{z-d}.$$

Характеристическое уравнение (10.41), определяющее переходную матрицу $z(z-d)=0$, имеет два корня: $z_1 = d$ и $z_2 = 0$. Переходная матрица состоит из одного элемента $\Phi_{11}[l] = d^l$. В данном случае матрица $C = 1$, а передаточная функция оптимального фильтра без предсказания $H_n(z) = 1$. Поэтому формула (10.37) приобретает вид

$$y[n+l] = u[n] d^l.$$

Таким образом, прогнозирующее устройство в данном случае представляет собой безынерционное звено (аттенуатор), коэффициент передачи которого должен уменьшаться с ростом числа тактов, на которое осуществляется предсказание. Для нахождения ошибки прогноза определим функцию $\beta_n[n]$ по выражению (10.36), но при отсутствии предсказания

$$\begin{aligned} \beta_n[n] &= Z^{-1}\{B(z)\} = Z^{-1}\left\{\frac{2z}{z+1} \left[\frac{z+1}{2z} \Psi(z)\right]_+\right\} = \\ &= Z^{-1}\{\Psi(z)\} = Z^{-1}\{z \sqrt{D_u(1-d^2)}/(z-d)\} = \\ &= d^n \sqrt{D_u(1-d^2)}. \end{aligned}$$

Ошибка прогнозирования в соответствии с формулой (10.44)

$$\sigma_{\text{min}}^2 = \sum_{n=0}^{l-1} D_u(1-d^2) d^{2n} = D_u(1-d^{2l}) = D_u(1-e^{-2lT/T_1}).$$

Из полученного выражения видно, что при $l=0$ (отсутствие предсказания) дисперсия ошибки прогноза равна нулю. При $l \rightarrow \infty$ дисперсия ошибки стремится к D_u .

Определение периода дискретности и вторичная оптимизация.

Найденное значения дисперсии ошибки σ_{min}^2 , которое получается в винеровском фильтре, обычно является функцией периода дискретности, т. е. $\sigma_{\text{min}}^2 = f_1(T)$. Это дает возможность в некоторых случаях так выбирать период дискретности, чтобы дисперсия ошибки или ее среднеквадратичное значение не превышали бы допустимых значений. Этим дискретный винеровский фильтр

отличается от непрерывного. Последний дает теоретический минимум среднеквадратичной ошибки, тогда как при дискретной реализации вносится дополнительная ошибка, которая может существенно исказить результат.

В некоторых случаях, особенно при реализации цифрового дифференцирования решетчатых последовательностей, может оказаться, что дисперсия ошибки имеет минимум при некотором значении периода дискретности. Это дает возможность произвести вторичную оптимизацию винеровского фильтра и найти период дискретности, минимизирующий дисперсию ошибки на основании выражения $\partial \sigma_{\min}^2 / \partial T = 0$. Если этот период можно реализовать в микропроцессорном устройстве, то будет получено оптимальное решение задачи в цифровом виде.

В тех случаях, когда помеха на входе представляет собой шум квантования, дисперсия ошибки оказывается функцией двух переменных: периода дискретности T и цены единицы младшего разряда входного преобразователя δ_A , т. е. $\sigma_{\min}^2 = f_2(T, \delta_A)$. Тогда задача выбора T и δ_A может быть решена комплексно из условия, чтобы среднеквадратичное значение ошибки не превышало допустимого значения.

10.3. ЦИФРОВЫЕ КАЛМАНОВСКИЕ ФИЛЬТРЫ

Общие сведения. Если фильтры Винера дают оптимальное решение задачи для установившегося режима, то фильтры Калмана дают оптимальное решение не только в установившемся режиме, но и в любой момент времени, т. е. и в переходном режиме. В установившемся режиме оптимальные решения задач у этих фильтров совпадают. В отличие от винеровской задачи при построении калмановского фильтра (рис. 10.4) используется понятие формирующего фильтра ($\Phi\Phi$). Этот фильтр из многомерного дискретного белого шума $u[n]$ вырабатывает многомерный полезный сигнал $x[n]$. Формирующий фильтр представляет собой некоторую динамическую систему, описываемую линейными разностными уравнениями в общем случае с переменными коэффициентами.

Данный фильтр, возбуждаемый белым шумом, представляет собой модель входного процесса системы управления (систему-аналог). Состояние этой модели в каждый момент времени определяется совокупностью переменных состояния $x[n]$, число которых обуславливается видом входного сигнала, т. е. его корреляционной функцией или спектральной плотностью. Определение состояния системы-аналога производится измерительным устрой-

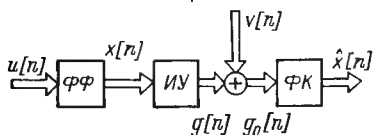


Рис. 10.4. Фильтр Калмана

ством (ИУ), которое на своем выходе дает совокупность входных сигналов системы управления $g[n]$, т. е. многомерный входной сигнал, искаженный аддитивной помехой $v[n]$, представляющей собой многомерный белый шум с гауссовым распределением.

Требуется построить динамическую систему — фильтр Калмана (ФК), которая дает наилучшую оценку многомерной величины в виде совокупности выходных величин фильтра $\hat{x}[n]$. Далее, из этой совокупности могут формироваться по линейным зависимостям выходные величины системы управления: $y[n] = \parallel y_i[n] \parallel$.

К оценке $\hat{x}[n]$ предъявляется требование несмещенности, т. е. ее математическое ожидание

$$M\{\hat{x}[n]\} = M\{x[n]\}, \quad nT \geq n_0T. \quad (10.45)$$

Выражение (10.45) записывается также в другом виде. При заданных измерениях величины $x[n]$ от момента n_0T до момента nT оценка $\hat{x}[n_1/n]$ в некоторый момент времени n_1T должна обладать свойством

$$M\{\hat{x}[n_1/n]\} = M\{x[n_1]\}.$$

Кроме того, накладывается условие минимума дисперсии ошибки оценки, которое записывается в виде

$$M\{\varepsilon' \Gamma \varepsilon\} = \min, \quad \varepsilon[n_1/n] = x[n_1] - \hat{x}[n_1/n], \quad (10.46)$$

где Γ — любая положительно определенная матрица; матричное произведение $\varepsilon' \Gamma \varepsilon$ представляет собой квадратичную форму с весовой матрицей Γ .

Выражение (10.46) означает, что оценка $\hat{x}[n_1/n]$ величины $x[n_1]$ удовлетворяет условию минимума дисперсии ошибки каждой из составляющих совокупности величин $x[n_1]$. При $n_1 = n$ получается задача фильтрации, а при $n_1 > n$ — задачи оптимального прогнозирования.

Формирующие фильтры. Модель процесса описывается разностным уравнением, в котором в качестве переменных состояния принимаются значения решетчатой функции $x[n]$, имеющей k компонент и образующей матрицу-столбец, которая может отождествляться с некоторым вектором.

Матричное уравнение для многомерного вектора $x[n]$ имеет вид

$$\begin{cases} x[n+1] = \Phi[n+1, n]x[n] + B[n]u[n]; \\ g_0[n] = C[n]x[n] + v[n] = g[n] + v[n], \end{cases} \quad (10.47)$$

где $x[n]$ — матрица-столбец (вектор); $u[n]$ — матрица-столбец (вектор) сигналов на входе системы с r компонентами; $g[n]$ — матрица-столбец (вектор) задающих воздействий; $g_0[n]$ — матрица-столбец (вектор) наблюдаемых величин, содержащая l компонент; $\Phi[n+1, n]$ — матрица перехода состояний размером $k \times k$; $B[n]$ — матрица входных сигналов размера $l \times k$.

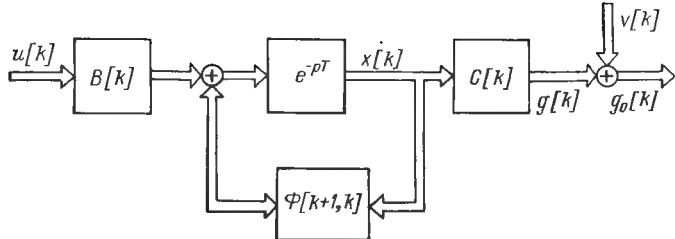


Рис. 10.5. Матричная структура формирующего фильтра

Матричная структурная схема модели процесса для дискретных входных величин в общем случае наличия помех измерения изображена на рис. 10.5. В ней использовано k линий задержки, а элементы $f_{ij}[n+1, n]$ квадратной матрицы

$$\Phi[n+1, n] = \begin{bmatrix} f_{11}[n+1, n] & \dots & f_{1k}[n+1, n] \\ \dots & \dots & \dots \\ f_{k1}[n+1, n] & \dots & f_{kk}[n+1, n] \end{bmatrix} \quad (10.48)$$

соответствуют коэффициентам передачи с выхода j -й линии задержки на период дискретности T на вход i -й линии задержки.

Входной сигнал $u[n]$ представляет собой многомерную случайную гауссову решетчатую последовательность типа дискретного белого шума с нулевым математическим ожиданием и корреляционной матрицей

$$\text{cov} \{u[n]; u[n+m]\} = M \{u[n] u^T[n+m]\} = Q[n] \delta_0[m], \quad (10.49)$$

где $Q[n]$ — симметрическая положительно определенная матрица размера $r \times r$; $\delta_0[m]$ — единичная импульсная функция.

Предполагается отыскание оптимальной оценки в момент времени $t = nT$ по результатам предыдущих измерений (включая и момент времени $t = nT$) и при наличии помех измерения. В начальный момент t_0 состояние системы характеризуется матрицей-столбцом (вектором) $x[0]$ с гауссовым распределением и заданными математическим ожиданием и корреляционной матрицей (10.49). Здесь предполагается отсутствие корреляционной связи между $x[n]$, $u[n]$ и $v[n]$. Матрица $\Phi[n+1, n]$ является переходной для разностных уравнений (10.47) и определяет переход от состояния, соответствующего времени nT , в состояние, соответствующее времени $(n+1)T$. Поэтому $\Phi[n, n]$ превращается в единичную матрицу I размером $k \times k$.

Алгоритм фильтра Калмана. Как следует из изложенного выше, в методе оптимальной фильтрации Калмана приняты два предположения. Первое заключается в том, что модель формирования входного сигнала (система-аналог) представляет собой линейную, в общем случае — нестационарную динамическую систему, воз-

буждающему белым шумом. К этому следует добавить, что структура модели сигнала должна быть известна точно. Если модель точно неизвестна, то все последующие расчеты могут оказаться не состоятельными.

Второе предположение состоит в том, что наблюдаемый сигнал содержит в качестве аддитивной составляющей помеху типа белого шума. Принятие гипотезы белого шума не является обязательным. Возможно расширение метода на случай «окрашенного» (коррелированного) шума, что приводит к некоторому усложнению модели входного сигнала.

Алгоритм оптимальной фильтрации Калмана включает в себя следующие составные части:

1) уравнение оптимального фильтра (оптимальной системы автоматического управления), на вход которого поступает наблюдаемый сигнал с выхода системы-аналога и который вырабатывает наилучшую оценку переменных состояния системы-аналога (наилучшее воспроизведение управляемой величины или величин на выходе системы управления);

2) уравнение для ошибок оптимальной линейной оценки (ошибок воспроизведения управляемой величины);

3) выражение для матричного коэффициента усиления оптимального фильтра через корреляционную матрицу ошибок оценки;

4) нелинейное уравнение для корреляционной матрицы ошибок оптимальной линейной оценки (корреляционное уравнение);

5) формулу предсказания при решении задачи упреждения.

Рассмотрим без вывода основные формулы, определяющие алгоритм калмановской фильтрации. Если предположить, что к моменту поступления n -го наблюдения была вычислена оценка на основании $(n - 1)$ -го (предыдущего) наблюдения, то доказывается, что оценка к моменту поступления $(n + 1)$ -го наблюдения по результатам n наблюдений должна представлять собой линейное выражение вида

$$\hat{x}[n + 1] = \Phi^*[n + 1, n] \hat{x}[n/n - 1] + K[n] g[n]. \quad (10.50)$$

Здесь

$$\Phi^*[n + 1, n] = \Phi[n + 1, n] - K[n] C[n], \quad (10.51)$$

где $\Phi[n + 1, n]$ — переходная матрица; $\Phi^*[n + 1, n]$ — переходная матрица линейной динамической системы, дающей ошибку оценки; $K[n]$ — матричный коэффициент усиления.

После подстановки имеем

$$\begin{aligned} \hat{x}[n + 1/n] &= \Phi[n + 1, n] \hat{x}[n/n - 1] + \\ &+ K[n] \{g[n] - C[n] \hat{x}[n/n - 1]\}. \end{aligned} \quad (10.52)$$

Произведение $\Phi[n + 1, n] \hat{x}[n/n - 1]$ — оценка функции $\hat{x}[n + 1/n]$, полученная на основе первых $(n - 1)$ наблюдений, т. е. оценка прогноза. Выражение в фигурных скобках (10.52) есть

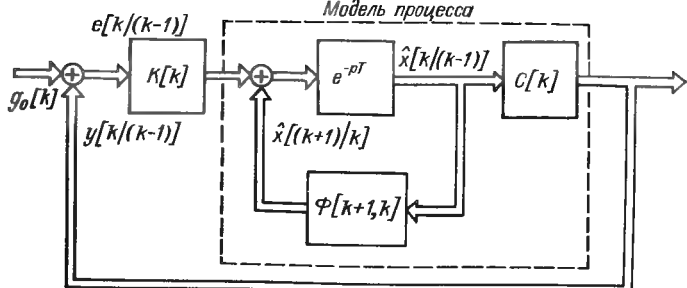


Рис. 10.6. Матричная структура оптимального фильтра

разность между результатом n -го наблюдения входной величины и оценкой его прогноза на основании наблюдений на момент времени $(n-1)T$. Матрица $K[n]$ играет роль весовой. При этом произведение $K[n]$ на величину разности в фигурных скобках образует приращение к оценке.

Обозначим ошибку отработки задающего воздействия в виде

$$e[n/n-1] = g_0[n] - C[n] \hat{x}[n/n-1] = g_0[n] - \hat{y}[n/n-1]. \quad (10.53)$$

В соответствии с формулами (10.52) и (10.53) может быть построена структурная схема оптимального фильтра так, как это изображено на рис. 10.6. Фильтр содержит линейную динамическую систему того же вида, что и исходная система формирования случайного процесса. При этом в каждый данный момент nT на выходе фильтра имеется оценка $\hat{y}[n/n-1]$, полученная по данным на момент времени $(n-1)T$, а на входе — последнее измерение $g_0[n]$ наблюдаемой величины.

Реализация фильтра требует знания модели случайного процесса и воспроизведения матричного коэффициента усиления $K[n]$.

Ошибка оценки переменных состояния определяется линейной динамической системой в соответствии с уравнением

$$\begin{aligned} e[n+1/n] &= x[n+1] - \hat{x}[n+1/n] = \\ &= \Phi[n+1, n] \hat{x}[n] + B[n] u[n] - \Phi^*[n+1, n] \hat{x}[n/n-1] - \\ &- K[n] \{v[n] + C[n] x[n]\} = \Phi^*[n+1, n] e[n/n-1] + \\ &+ B[n] u[n], \end{aligned} \quad (10.54)$$

где $\Phi^*[n+1, n]$ — переходная матрица для ошибки.

Из последнего выражения можно получить рекуррентное соотношение для корреляционной матрицы $P[n]$ ошибок оценки $e[n/n-1]$. Так как матрица-столбец $u[n]$ не зависит от матрицы-столбца ошибок $e[n/n-1]$, то

$$\begin{aligned} P[n+1] &= M \{e[n+1/n] e^T[n+1/n]\} = \\ &= \Phi^*[n+1, n] P[n] \Phi^{*T}[n+1, n] + Q[n], \end{aligned} \quad (10.55)$$

причем в соответствии с (10.49)

$$M \{u[n] u'[n]\} = Q[n],$$

где $Q[n]$ — симметрическая положительно определенная матрица.

Матричный коэффициент усиления определяется выражением

$$K[n+1] = \Phi[n+1, n] P[n] C'[n] \times \\ \times \{C[n] P[n] C'[n] + R[n]\}^{-1}. \quad (10.56)$$

Подставив (10.51) в формулу (10.55) и используя также выражение для матричного коэффициента усиления, можно получить рекуррентные соотношения для корреляционной матрицы в двух видах:

$$\left. \begin{aligned} P[n+1] &= \{\Phi[n+1, n] - K[n] C[n]\} \times \\ &\times P[n] \{\Phi[n+1, n] - K[n] C[n]\}' + Q[n]; \\ P[n+1] &= \Phi[n+1, n] \{P[n] - P[n] C' [n] \times \\ &\times (C[n] P[n] C' [n])^{-1} P[n] C[n]\} \Phi' [n+1, n] + Q[n]. \end{aligned} \right\} \quad (10.57)$$

Второе равенство (10.57) представляет собой нелинейное рекуррентное уравнение для корреляционной матрицы, которое и может быть использовано для ее нахождения.

Начальное значение этой матрицы представляет собой диагональную матрицу $P[0] = M \{[x[0] - \bar{x}] [x[0] - \bar{x}']\}$ и предполагается известным. Здесь $x[0]$ — матрица-столбец начальных значений переменных состояния, а $\bar{x}$ — матрица-столбец их математических ожиданий.

Оценка точности отработки задающего воздействия может быть получена из формулы (10.53)

$$e[n+1/n] = g[n+1] - y[n+1/n] = C[n+1] \{x[n+1] - \\ - \hat{x}[n+1/n]\} = C[n+1] e[n+1/n]. \quad (10.58)$$

Это дает корреляционную матрицу ошибок отработки задающего воздействия

$$P_e[n+1/n] = C[n+1] P[n+1/n] C'[n+1], \quad (10.59)$$

которая может быть определена из корреляционной матрицы для оценки переменных состояния (10.57).

Отметим некоторые обобщения метода оптимальной фильтрации Калмана. В изложенных выше основах предполагалось, что помеха представляет собой белый шум. Возможна постановка вопроса оптимальной фильтрации и в тех случаях, когда эта помеха представляет собой «окрашенный» шум.

Требование того, чтобы дисперсии входных случайных процессов были заранее известны, может быть снято. В ряде работ, например [93], принят метод, согласно которому законы распределения случайных процессов считаются нормальными, но с неизвестными дисперсиями. В результате предлагается оптимальный

фильтр, который нрядку с оценкой переменных состояния системы позволяет дать оценку также и неизвестным дисперсиям. Этот фильтр, по сути дела, оказывается расширенным фильтром Калмана. При использовании оптимальной калмановской фильтрации в цифровых системах управления возможны два подхода.

1. Если нет особых ограничений на минимальный период дискретности, используемой в системе ЦВМ, то представляется возможным выбрать период дискретности настолько малым, что вся система может рассматриваться как непрерывная. В этом случае можно использовать непрерывный вариант оптимального фильтра, который и должен быть реализован в цифровой автоматической системе [14].

2. Если период дискретности не может быть принят достаточно малым и приходится учитывать его влияние, то должен рассматриваться дискретный вариант оптимального фильтра с его последующей реализацией в цифровой автоматической системе. Заметим, что в этом случае результаты могут быть худшими, чем в первом случае. Качество дискретного фильтра иногда можно улучшить, если освободиться от ограничения, накладываемого на число удерживаемых в памяти ЦВМ дискрет входного сигнала. Это число определяется в фильтрах Калмана порядком уравнения, описывающего формирующий фильтр. При увеличении этого числа возможно введение дополнительной обработки входных сигналов, приближающей свойства дискретного фильтра к свойствам непрерывного, но без уменьшения периода дискретности.

Пример 10.4. Рассмотрим задачу построения оптимальной системы управления с ЦВМ, если на входе действует нестационарный процесс первого порядка, получающийся в результате действия белого шума с интенсивностью Q на входе формирующего фильтра с дискретной передаточной функцией, соответствующей сумматору,

$$H_{\Phi}(z) = \frac{z}{z-1} = \frac{1}{1-z^{-1}}.$$

В этом случае частотная передаточная функция формирующего фильтра будет $H_{\Phi}^*(j\lambda) = (1 + j\lambda T/2)/(j\lambda T)$, где T — период дискретности, а $\lambda = 2T^{-1} \operatorname{tg}(\omega T/2)$ — псевдочастота.

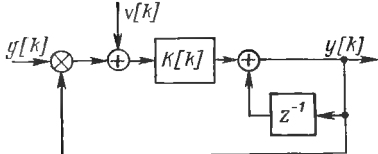
Таким образом, полезному сообщению соответствует спектральная плотность

$$S_g^*(\lambda) = Q |H_{\Phi}^*(j\lambda)|^2 = \frac{Q(1 + \lambda^2 T^2/4)}{\lambda^2 T^2} = \frac{D_1(1 + \lambda^2 T^2/4)}{\lambda^2}. \quad (10.60)$$

Объект управления представляет собой интегрирующее звено с передаточной функцией $W_H(p) = k_0/p$ и дискретной передаточной функцией при использовании экстраполятора нулевого порядка

$$W_0(z) = Z\left\{\frac{W_H(p)}{p}\right\} = Z\left\{\frac{k_0}{p^2}\right\} = \frac{k_0 T}{z-1}. \quad (10.61)$$

Рис. 10.7. Оптимальный фильтр к примеру 10.4



В качестве помехи рассмотрим шумы квантования во входном преобразователе, представляющие собой белый шум со спектральной плотностью $S_v^*(\lambda) = S_v^* = \delta_A^2/12$, где δ_A — цена единицы младшего разряда во входном преобразователе. Структурная схема оптимального фильтра изображена на рис. 10.7. Для рассматриваемого случая $\Phi = 1$; $B = 1$; $C = 1$; $Q = D_1 T^2$ и $R = S_v^*$.

В соответствии с формулой (10.56) коэффициент усиления определяется выражением

$$K[n] = \frac{P[n-1] + D_1 T^2}{P[n-1] + D_1 T^2 + S_v^*}. \quad (10.62)$$

Рекуррентное уравнение (10.57), определяющее корреляционную матрицу, приобретает вид

$$P[n] = \left(1 - \frac{P[n-1] + D_1 T^2}{P[n-1] + D_1 T^2 + S_v^*} \right) (P[n+1] + D_1 T^2). \quad (10.63)$$

Установившееся значение корреляционной функции можно найти решением уравнения

$$P[\infty] = \left(1 - \frac{P[\infty] + D_1 T^2}{P[\infty] + D_1 T^2 + S_v^*} \right) (P[\infty] + D_1 T^2).$$

Положительный корень этого уравнения соответствует установившейся дисперсии ошибки

$$P[\infty] = \frac{D_1 T^2}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + 4S_v^*/(D_1 T^2)} \right).$$

Установившееся значение — коэффициент усиления из (10.62)

$$K[\infty] = K = \frac{1 + \sqrt{1 + 4S_v^*/(D_1 T^2)}}{1 + \sqrt{1 + 4S_v^*/(D_1 T^2)} + 2S_v^*/(D_1 T^2)}.$$

Однако схема на рис. 10.7 не может быть реализована, так как объект имеет передаточную функцию (10.61), отличающуюся от передаточной функции формирующего фильтра $H_\Phi(z)$. Цифровая коррекция здесь также невозможна, так как требует введения множителя z , т. е. упреждения на один такт.

Примем в качестве приближенной модели процесса формулу (10.61), что будет означать отход от оптимального построения

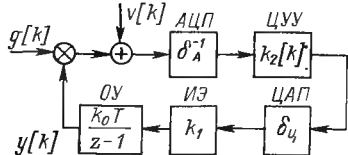


Рис. 10.8. Реализуемый оптимальный фильтр к при-
меру 10.4

фильтра. Реализуемая структура системы изображена на рис. 10.8. На схеме использованы следующие обозначения: АЦП — входной преобразователь непрерывной величины в код с коэффициентом передачи δ_A^{-1} , где δ_A — цена младшего разряда; ЦАП — выходной преобразователь кода в непрерывную величину с коэффициентом передачи, равным цене его младшего разряда $\delta_{\text{Ц}}$; ИЭ — исполнительный элемент с коэффициентом передачи k_1 ; ОУ — объект управления. Цифровое управляющее устройство должно вырабатывать коэффициент передачи

$$k_2[n] = \delta_A K [n] / (\delta_{\text{Ц}} k_0 k_1 T)$$

в соответствии с формулами (10.62) и (10.73).

Оценим дополнительную ошибку, вызванную отходом от оптимального построения системы, по установившейся дисперсии ошибки. Передаточная функция разомкнутой системы при оптимальном построении (см. рис. 10.7) $W(z) = Kz/(z-1)$. Частотная передаточная функция для этого случая

$$W^*(j\lambda) = K(1 + j\lambda T/2)/(j\lambda T).$$

Эти же функции для субоптимальной системы (рис. 10.8):

$$W_1(z) = K/(z-1); \quad W_1^*(j\lambda) = K(1 - j\lambda T/2)/(j\lambda T).$$

Дисперсия установившейся ошибки в оптимальной системе

$$\sigma_{\min}^2 = \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S_g^*(\lambda) d\lambda}{|1 + W^*(j\lambda)|^2 (1 + \lambda^2 T^2/4)} + \\ + \frac{S_v^* T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{W^*(j\lambda)}{1 + W^*(j\lambda)} \right|^2 \frac{d\lambda}{(1 + \lambda^2 T^2/4)} = \frac{D_1 T^2 + S_v^* K^2}{2K(1 + K/2)}.$$

Аналогичный расчет для субоптимальной системы дает

$$\sigma^2 = (D_1 T^2 + S_v^* K^2) / [2K(1 - K/2)].$$

Относительное возрастание установившейся дисперсии в субоптимальной системе выражается как

$$(\sigma^2 - \sigma_{\min}^2) / \sigma_{\min}^2 = K / (1 - K/2). \quad (10.64)$$

Заметим, что при малых значениях периода дискретности коэффициент усиления в установившемся режиме определяется приближенным равенством

$$K \approx \sqrt{D_1 T^2 / S_v^*}.$$

Поэтому формула (10.64) приобретает вид

$$\frac{\sigma^2 - \sigma_{\min}^2}{\sigma_{\min}^2} = \frac{\sqrt{D_1 T^2 / S_v^*}}{1 + 0,5 \sqrt{D_1 T^2 / S_v^*}}.$$

При $T \rightarrow 0$ установившиеся дисперсии ошибки в оптимальной и субоптимальной системах совпадают, что отвечает физике явления.

Прогнозирование. При оптимальном прогнозировании на l тактов формула для выработки оценки переменных состояния имеет вид

$$\hat{x}[(n+l)/n] = \Phi[(n+l)/n] \hat{x}[n]. \quad (10.65)$$

В случае прогнозирования выходных величин системы имеем

$$\hat{y}[(n+l)/n] = C[n] \hat{x}[(n+l)/n]. \quad (10.66)$$

Эти два выражения и должны использоваться для реализации задачи прогнозирования.

Г л а в а 11

РОБАСТНЫЙ СИНТЕЗ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

11.1. ПРОБЛЕМА ИССЛЕДОВАНИЯ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ПРИ НЕПОЛНОЙ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Понятие робастных систем. Методы оптимальной линейной фильтрации, строгость и изящество которых столь привлекательны, часто не удается эффективно применить на практике при исследовании линеаризованных цифровых систем из-за отсутствия полного и достоверного спектрально-корреляционного описания воздействий или нестабильности условий работы системы. Это стимулирует разработку других методов исследования, позволяющих решать задачи анализа и синтеза систем в условиях, когда невозможно или затруднительно получение полной априорной информации о режиме функционирования системы. Подобные методы обычно реализуют либо адаптивный, либо робастный подход к проблеме «априорной неопределенности».

Использование принципов адаптации может дать кардинальный способ разрешения проблемы. Однако трудности реализации и плохие динамические свойства контура адаптации часто становятся непреодолимыми препятствиями на этом пути. Конечно, дальнейшее развитие теории адаптации и совершенствование цифровых

средств реализации соответствующих алгоритмов должны повыситься эффективность использования адаптивных систем, но вряд ли этого будет достаточно для полного снятия проблемы.

Вместе с тем удовлетворительной работы системы управления в условиях изменения характеристик внешних воздействий и некоторой нестабильности ее собственных параметров часто можно добиться без использования адаптации. Для этого необходимо синтезировать систему с постоянными параметрами таким образом, чтобы даже при действии указанных возмущающих факторов качество ее работы не опускалось ниже допустимого уровня. Подобные системы, рассматриваемые как альтернатива адаптивным системам, получили название робастных [16, 112, 117] (от англ. *robust* — грубый, сильный).

Робастные системы не способны соперничать по качеству управления с адаптивными системами, которые могут оптимально перестраиваться вслед за изменением характеристик внешних воздействий. Однако в тех случаях, когда не требуется предельно высокое качество управления, существенное преимущество робастных систем, состоящее в простоте реализации, неоспоримо.

Синтез робастных систем автоматического управления может быть проведен на основе различных идей, методов и частных методик. Весьма полезными при этом оказываются результаты, полученные в теории чувствительности и теории инвариантности. Часто используется минимаксный метод, когда система синтезируется как оптимальная (например, по критерию минимума среднеквадратичной ошибки) при наиболее неблагоприятных характеристиках внешних воздействий.

Применительно к широкому классу систем автоматического управления эффективен подход, связанный с использованием для описания динамических свойств задающего воздействия не спектральных плотностей, а более грубых, но и более достоверных числовых характеристик. Вследствие того, что при синтезе системы спектральная плотность задающего воздействия не используется, возможные изменения ее формы не могут повлечь за собой нарушение требований к качеству управления, что обеспечивает робастность системы. Именно такой метод синтеза рассматривается далее в настоящей главе.

Модели входных воздействий. Излагаемый метод предназначен для исследования в основном линейных (точнее, линеаризованных) стационарных робастных систем. Это обуславливает целесообразность использования стационарных эргодических моделей воздействий, при определении характеристик которых не учитываются те их реализации или явно выделяющиеся отрезки реализаций, которые соответствуют заведомо облегченным режимам работы системы. Допускается, что для реального воздействия в отличие от его модели свойства стационарности и эргодичности выполняются лишь весьма приближенно.

Часто задающее воздействие существенно нестационарно, но стационарна его K -я производная. Подобные воздействия относятся к классу случайных процессов со стационарными K -ми приращениями. В этом случае будем рассматривать не само воздействие, а его K -ю производную $g^{(K)}(t)$.

Будем считать все воздействия центрированными по следующим причинам. Если математическое ожидание воздействия известно, то система обычно строится так, что вырабатывается некоторый компенсирующий сигнал, устраняющий влияние математического ожидания на точность управления. Если математическое ожидание неизвестно, а средний квадрат воздействия известен, то можно принять гипотезу о нулевом математическом ожидании, а дисперсию положить равной среднему квадрату. Физическая трактовка допущения о нулевом математическом ожидании состоит в том, что спектральная составляющая воздействия на частоте $\omega' = 0$ (постоянная составляющая) переносится на частоту $\omega'' \rightarrow 0$. Это практически не может повлиять на результаты исследования системы.

Кроме свойств стационарности, эргодичности и центрированности для входных воздействий должен быть известен или найден хотя бы некоторый минимум информации о различиях в динамике изменений задающего и возмущающего воздействий (или их отдельных составляющих), без которого постановка задачи синтеза системы бессмысленна. Для возмущающего воздействия $v(t)$ такая информация обычно богаче и даже может быть полной, когда считается известной спектральная плотность $S_v(\omega)$. Правомерность этого допущения связана с малой полосой пропускания системы по отношению к ширине спектра возмущающего воздействия. Для задающего воздействия $g(t)$ будем считать доступными лишь некоторые интегральные характеристики спектральной плотности. Их можно трактовать как обобщенные моменты неизвестной спектральной плотности $S_g(\omega)$ относительно определенной системы базисных функций $\{u_i(\omega)\}_{i=0}^N \in [0, \infty)$:

$$M_i = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} u_i(\omega) S_g(\omega) d\omega. \quad (11.1)$$

Поскольку точные значения дисперсий составляющих результирующей ошибки управления также вычисляются по формулам вида (11.1), для получения их хороших оценок желательно, чтобы функции $\{u_i(\omega)\}_0^N$ были близки по форме к квадратам соответствующих АЧХ системы. Однако для различных вариантов синтезируемой системы управления эти АЧХ могут сильно различаться, в связи с чем целесообразно выбрать базисные функции простейшей формы, а квадраты АЧХ приближать их линейными комбинациями. Таким условиям очень хорошо удовлетворяют четные степенные функции $u_i(\omega) = \omega^{2i}$. Это обстоятельство удачно

сочетается с очевидным физическим смыслом обобщенных моментов (11.1) при четных степенных базисных функциях — они являются дисперсиями i -х производных воздействия

$$D_i = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \omega^{2i} S_g(\omega) d\omega, \quad i = \overline{K, N}, \quad 0 \leq K \leq N. \quad (11.2)$$

Граничные значения нескольких дисперсий D_i , найденные при теоретическом анализе условий работы системы или путем экспериментальных исследований, являются типичным набором априорных данных о задающем воздействии. Иногда экспериментально измеряются дисперсии не точных, а реальных (сглаженных) производных воздействия

$$D_{ri} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left(\frac{k_{\text{дс}}^2 \omega^2}{1 + \omega^2 T_c^2} \right)^i S_g(\omega) d\omega, \quad (11.3)$$

где $k_{\text{дс}}$ и T_c — параметры дифференцирующе-сглаживающих устройств, или обобщенные моменты другого вида.

Заметим, что дисперсии производных реально существующего процесса $\{D_i\}_0^N$ должны удовлетворять неравенству

$$\frac{D_1}{D_0} \leq \sqrt{\frac{D_2}{D_0}} \leq \frac{D_2}{D_1} \leq \sqrt{\frac{D_3}{D_1}} \leq \frac{D_3}{D_2} \leq \dots \leq \sqrt{\frac{D_N}{D_{N-2}}} \leq \frac{D_N}{D_{N-1}}. \quad (11.4)$$

Вместо спектральной плотности возмущающего воздействия в принципе можно также использовать ее обобщенные моменты, причем в этом случае удобны базисные функции, соответствующие АЧХ фильтров нижних частот. При оценке максимальных значений ошибки управления должны использоваться не дисперсии, а максимальные значения производных задающего воздействия $\{g_M^{(i)}\}_K^N$, гарантирующие выполнение неравенств

$$|g^{(i)}(t)| \leq g_M^{(i)}, \quad t \in (-\infty, \infty), \quad i = \overline{K, N}, \quad 0 \leq K \leq N. \quad (11.5)$$

В работе [16] показано, что величины $\{g_M^{(i)}\}_K^N$ можно трактовать как обобщенные моменты модуля спектральной плотности амплитуды (а не мощности) задающего воздействия. Они должны удовлетворять неравенству

$$g_M^{(N-1)} / g_M^{(N-2)} \leq \sqrt{2g_M^{(N)} / g_M^{(N-2)}} \leq 2g_M^{(N)} / g_M^{(N-1)}. \quad (11.6)$$

Полезными при исследовании точности управления оказываются такие качественные характеристики кривых $S_g(\omega)$ и $S_v(\omega)$, как унимодальность, монотонность, непрерывность и им подобные.

В ряде случаев удастся использовать информацию о реальной ширине спектра воздействия и принять допущение об отсут-

ствии спектральных составляющих в области $|\omega| > \omega_{\text{гр}}$, где $\omega_{\text{гр}}$ — некоторая граничная частота. Теоретически спектральная плотность стационарного истинно случайного процесса не может быть финитной функцией, что означало бы возможность его точной экстраполяции на любой интервал времени. Однако нет принципиальных препятствий для использования такой модели воздействия при исследовании автоматических систем, описывающихся дифференциальными или разностными уравнениями конечного порядка. Важно лишь, чтобы при этом не были отброшены спектральные составляющие, существенно влияющие на точность системы. Если непрерывное воздействие $g(t)$ подвергается квантованию во времени, то для решетчатого процесса $g[n] = g(t)|_{t=nt}$ целесообразно рассматривать первую обратную разность $\nabla g[n] = g[n] - g[n-1]$ как аналог первой производной (вернее, дифференциала) процесса $g(t)$ и i -ю обратную разность $\nabla^i g[n] = \nabla^{i-1} g[n] - \nabla^{i-1} g[n-1]$ как аналог i -й производной. Дисперсия i -й разности D_{∇^i} связана с дисперсией i -й производной неравенством $D_{\nabla^i} \leq D_i T^{2i}$, которое при достаточно малом периоде дискретности переходит в приближенное равенство

$$D_{\nabla^i} \approx D_i T^{2i}. \quad (11.7)$$

Аналогичная формула связывает максимальные значения i -й разности и i -й производной

$$\nabla_M^i = g_M^{(i)} T^i. \quad (11.8)$$

Значение $\nabla^i g[n] = g_M^{(i)} T^i$ получается при исходном непрерывном воздействии, i -я производная которого имеет вид меандра с периодом $2T$ и скачкообразно изменяется между уровнями $\pm g_M^{(i)}$. Заметим, что i -я производная такого псевдослучайного воздействия имеет δ -образный закон распределения, вследствие чего у нее максимальное значение совпадает со среднеквадратичным, что и подтверждается при сравнении формул (11.7) и (11.8).

Показатели точности управления. Изменение характеристик входных воздействий в рамках допустимого класса, выделяемого заданием числовых характеристик, приводит к изменению фактического значения показателя точности робастной системы J в тех или иных границах $J \in [J_{\min}, J_{\max}]$, достигаемых при некоторых наиболее или наименее благоприятных свойствах воздействий. Однако часто возникает ситуация, когда найти эти экстремальные свойства воздействия принципиально нельзя и отыскиваются лишь строгие оценки показателя точности $\underline{J} \leq J \leq \bar{J}$, причем $[J_{\min}, J_{\max}] \subset [\underline{J}, \bar{J}]$. Тогда критерий синтеза робастной системы приходится формулировать с использованием строгой оценки (обычно верхней), а не точной границы показателя J , и не связывать его с каким-либо конкретным описанием экстремальных свойств воздействия, например, его спектра.

В качестве показателя точности J целесообразно использовать либо среднеквадратичное, либо практически максимальное значение суммарной ошибки.

Достоинства и недостатки использования среднеквадратичной ошибки как показателя точности хорошо известны, а специфика робастных систем проявляется здесь лишь в необходимости нахождения ее верхней оценки или, если это возможно, точной верхней границы.

Максимальная ошибка e_m , т. е. верхняя граница интервала возможных абсолютных значений текущей ошибки $e(t)$, во многих случаях является наиболее адекватной характеристикой точности отработки системой задающего воздействия. Однако строго максимальная ошибка плохо характеризует качество подавления системой широкополосного возмущающего воздействия. Обычно такое подавление делает невозможным прохождение со входа на выход системы всех спектральных составляющих этого воздействия $v(t)$, кроме инфранизкочастотных, которые образуют соответствующую составляющую результирующей ошибки $e_v(t)$. Максимальное значение составляющей $e_v(t)$ совпадает с максимальной величиной воздействия $v(t)$ или даже превышает ее при наличии у системы резонансных свойств. Ограничение производных воздействия $v(t)$ сверху не изменяет ситуацию, так как даже возмущение $v(t) = \text{const}$ полностью пройдет на выход системы. Однако среднеквадратичная ошибка σ_{ev} от широкополосного возмущающего воздействия существенно меньше среднеквадратичной величины самого воздействия, что и свидетельствует о сглаживающих свойствах системы.

Сильное сглаживание возмущающего воздействия приводит в силу центральной предельной теоремы к нормализации закона распределения ошибки $e_v(t)$. Это дает возможность, зная среднеквадратичную величину σ_{ev} или хотя бы ее верхнюю оценку, рассчитать практически максимальную величину такой ошибки e_{vp} [16], превышение которой возможно лишь с заданной малой вероятностью p . Для нормально распределенной центрированной ошибки выполняется соотношение $p = 1 - 2\Phi(e_{vp}/\sigma_{ev})$, где $\Phi(x)$ — интеграл вероятностей. Отсюда при $e_{vp}/\sigma_{ev} = 3$ получим $p = 3 \cdot 10^{-8}$, при $e_{vp}/\sigma_{ev} = 4 \div 5$ — $p = 6 \cdot 10^{-8} \div 6 \cdot 10^{-7}$, т. е. при $e_{vp} \geq 3\sigma_{ev}$ вероятность события $|e_v(t_*)| > e_{vp}$ очень мала и резко уменьшается с повышением e_{vp} . Это позволяет принять в качестве практически максимального значения ошибки от широкополосного возмущающего воздействия величину $e_{vp} = 3\sigma_{ev}$ или в особо ответственных случаях $e_{vp} = 5\sigma_{ev}$.

Практически максимальную ошибку можно связать также с вероятностью превышения ошибкой величины e_{vp} хотя бы один раз за время работы системы. В случаях, поддающихся аналитическому анализу, при этом конкретизируется значение коэффициента в формуле $e_{vp} = (3 \div 5) \sigma_{ev}$. Для нахождения максимальной результирующей ошибки e_m при наличии задающего и воз-

максимальную динамическую ошибку e_{gM} (от задающего воздействия $g(t)$) и практически максимальную ошибку от возмущающего воздействия e_{op} : $e_M = e_{gM} + e_{op}$.

Подчеркнем, что введенное понятие практически максимальной величины нельзя использовать для динамической ошибки, которая при неизвестном законе распределения задающего воздействия может быть распределена произвольно.

Оценка достоверных характеристик входных воздействий. Достоверность и точность результатов при оценке характеристик воздействий на основе обработки экспериментальных данных или аналитически, исходя из других известных характеристик, непосредственно определяют эффективность решения задачи синтеза системы.

Слабая сторона экспериментальной оценки корреляционных функций и спектральных плотностей воздействий состоит не только в необходимости работы с большим объемом экспериментальных данных, но и в подборе математических моделей, аппроксимирующих и экстраполирующих экспериментальные кривые, что всегда связано с субъективными предположениями. Экспериментальная оценка дисперсий производных воздействий и других их числовых характеристик значительно более проста. Для вычисления оценки D_{iT} дисперсии i -й производной воздействия по реализации этой производной $g^{(i)}(t)$, наблюдаемой на конечном интервале $t \in [0, T_H]$, используется формула

$$D_{iT} = \frac{1}{T_H} \int_0^{T_H} [g^{(i)}(t)]^2 dt.$$

Реализации производных могут быть получены соответствующим выбором измерительной аппаратуры или последовательным дифференцированием воздействий. В целях уменьшения влияния шумов используются дифференцирующе-сглаживающие устройства [13].

Существенно, что для получения хорошей оценки одной из производных воздействий требуются практически те же вычислительные затраты, что и для оценки одной точки корреляционной функции. Поэтому оценка дисперсий нескольких производных воздействия — значительно более простая задача, чем построение аналитической модели корреляционной функции, для чего требуется несколько десятков экспериментальных точек. Если правомерно принятие гипотезы о гауссовом законе распределения задающего или возмущающего воздействия, то дисперсии этого воздействия и нескольких его производных можно легко найти на основе анализа экспериментально полученных статистических характеристик особых точек.

К статистическим характеристикам особых точек воздействия $g(t)$ отнесем среднее число пересечений n_{oc} кривой $g(t)$ заданного

уровня C_0 , среднее число экстремумов m_0 или среднее число максимумов $m_0/2$, среднее число перегибов p_0 . К статистическим характеристикам особых точек i -й производной N -кратно дифференцируемого воздействия ($i \leq N$) отнесем среднее число пересечений n_{ic} кривой $g^{(i)}(t)$ заданного уровня C_i , среднее число экстремумов этой кривой m_i и среднее число ее перегибов p_i . При $C_i = 0$, когда $n_{ic} = n_{i0}$, очевидна справедливость формул $m_i = n_{(i+1)0}$, $p_i = n_{(i+2)0}$.

Среднее число особых точек оценивается в результате подсчета общего числа особых точек исследуемой реализации и его деления на длительность реализации.

Величина n_{ic} выражается формулой

$$n_{ic} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{D_{i+1}}{D_i}} \exp\left(-\frac{C_i^2}{2D_i}\right). \quad (11.9)$$

При $C_i = 0$ (11.9) дает среднее число «нулей» i -й производной

$$n_{i0} = \pi^{-1} \sqrt{D_{i+1}/D_i}, \quad (11.10)$$

где $\sqrt{D_{i+1}/D_i} = \omega_{\text{ср } i}$ — среднеквадратичная частота в спектре i -й производной воздействия.

Из выражений (11.9) и (11.10) для дисперсий производных получим формулы:

$$\left. \begin{aligned} D_i &= (C_i^2/2) [\ln(n_{i0}/n_{ie})]^{-1}; & D_{i+1} &= \pi^2 n_{i0}^2 D_i; \\ D_{i+2} &= \pi^2 m_i^2 D_{i+1} = \pi^4 n_{i0}^2 m_i^2 D_i; \\ D_{i+3} &= \pi^2 p_i^2 D_{i+2} = \pi^4 m_i^2 p_i^2 D_{i+1} = \pi^6 n_{i0}^2 m_i^2 p_i^2 D_i. \end{aligned} \right\} \quad (11.11)$$

Таким образом, найденные по кривой $g^{(i)}(t)$ величины n_{ic} , n_{i0} , m_i и p_i позволяют вычислить дисперсии производных i -го, $(i+1)$ -го, $(i+2)$ -го и $(i+3)$ -го порядков при $i \leq N-3$. При $i = 0$ из (11.11) получим дисперсии воздействия и его трех производных.

Естественно, точность оценок дисперсий производных по особым точкам определяется точностью оценок характеристик самих особых точек. Последняя зависит от корреляционных свойств воздействия и длительности обрабатываемой реализации T_n . Величину T_n следует выбирать так, чтобы число особых точек в пределах рассматриваемой реализации было не менее 10^2 .

Идея использования теоретического анализа для нахождения характеристик входного воздействия состоит в том, чтобы связать их с характеристиками какого-либо другого случайного процесса, математическая модель которого известна, или выявить некоторые ограничения, накладываемые на воздействие исходя из его физической природы, а также конструктивных особенностей и тактики использования аппаратуры. Подобное исследование дает возможность получить необходимую для синтеза системы апри-

орную информацию без экспериментальной оценки характеристик воздействий.

Строгость теоретического исследования особенно убедительна в случае, если удастся выявить некоторый исходный процесс с известными характеристиками, из которого воздействие получается в результате определенных функциональных преобразований. В этом случае возможно нахождение характеристик воздействия с той же достоверностью, какой обладает модель исходного процесса.

Теоретический анализ числовых характеристик воздействия обычно дает более достоверные результаты, чем анализ спектральной плотности. Прежде всего это относится к максимальным значениям задающего воздействия и двух его производных, физическая сущность которых наиболее ощутима. Важно также, что монотонная зависимость меры сложности (трудности) условий работы системы от каждой из названных величин упрощает выбор их совокупности, соответствующей экстремальным условиям. Иногда оцениваются также высшие производные или интеграл от воздействия. Если задающее воздействие является линейным или угловым перемещением, то при таком анализе используются значения массы или момента инерции объекта, максимальные значения амплитуды и длительности импульса силы или момента вращения, крутизны фронта этого импульса и тому подобные характеристики. При оценке дисперсий производных воздействия их удобно связать с дисперсиями производных исходного процесса. Можно установить также связь среднеквадратичных и максимальных значений производных, оценив вид соответствующих законов распределения. Наконец, опытный разработчик может указать числовые значения исходя из своих эвристических представлений о типовых режимах функционирования синтезируемой системы и о допустимой мере риска задания облегченных режимов. Контроль выполнения соотношений (11.4) и (11.6) позволяет избежать грубых ошибок.

Иногда целесообразно представить воздействие в виде суммы двух или нескольких составляющих, обладающих различными числовыми характеристиками производных.

11.2. ОГРАНИЧЕНИЕ МЕРЫ ДИНАМИЧЕСКОЙ ОШИБКИ

Оценка дисперсии динамической ошибки. Пусть $S_g^*(\lambda)$ — спектральная плотность решетчатого случайного процесса $g[n] = g(t)|_{t=nT}$, являющегося дискретными отсчетами задающего воздействия. Если $H_e^*(j\lambda)$ — частотная передаточная функция замкнутой системы для ошибки, то дисперсия динамической ошибки управления выражается формулой

$$D_{eg} = \frac{T}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{|H_e^*(j\lambda)|^2 S_g^*(\lambda)}{1 + \lambda^2 T^2/4} d\lambda. \quad (11.12)$$

Однако непосредственное использование формулы (11.12) невозможно, поскольку вид спектральной плотности воздействия неизвестен. Поэтому поставим задачу нахождения верхней и нижней оценок величины D_{eg} , ограничивающих интервал ее возможных значений $D_{eg} \in [\underline{D}_{eg}, \bar{D}_{eg}]$. При решении воспользуемся известными дисперсиями производных процесса $g(t)$, которые с учетом (11.7) дают дисперсии разностей решетчатого процесса $\{D_{\nabla i}\}_K^N$.

С другой стороны, дисперсии разностей выражаются через спектральную плотность решетчатого процесса формулой

$$D_{\nabla i} = \frac{T}{\pi} \int_0^{\infty} \left(\frac{\lambda^2 T^2}{1 + \lambda^2 T^2/4} \right)^i \frac{S_g^*(\lambda)}{1 + \lambda^2 T^2/4} d\lambda, \quad i = \overline{K, N}. \quad (11.13)$$

Таким образом, можно считать, что известны обобщенные моменты спектральной плотности $S_g^*(\lambda)$ вида (11.1).

Введем полиномы:

$$\begin{aligned} C_{2N}(\lambda) &= \sum_{i=K}^N c_i \left(\frac{\lambda^2}{1 + \lambda^2 T^2/4} \right)^i; \\ Q_{2N}(\lambda) &= \sum_{i=K}^N q_i \left(\frac{\lambda^2}{1 + \lambda^2 T^2/4} \right)^i. \end{aligned} \quad (11.14)$$

Пусть коэффициенты этих полиномов $\{c_i\}_K^N, \{q_i\}_K^N \in (-\infty, \infty)$ подобраны так, что обеспечивается выполнение неравенства

$$Q_{2N}(\lambda) \leq |H_z^*(j\lambda)|^2 \leq C_{2N}(\lambda), \quad (11.15)$$

по крайней мере в той области частот, где возможны спектральные составляющие задающего воздействия.

Тогда с учетом (11.12)—(11.15) верхняя и нижняя оценки дисперсии ошибки составят:

$$\begin{aligned} \bar{D}_{eg} &= \sum_{i=K}^N c_i D_{\nabla i} T^{-2i} = \sum_{i=K}^N c_i D_i; \\ \underline{D}_{eg} &= \sum_{i=K}^N q_i D_{\nabla i} T^{-2i} = \sum_{i=K}^N q_i D_i. \end{aligned} \quad (11.16)$$

Если значения коэффициентов полиномов $C_{2N}(\lambda)$ и $Q_{2N}(\lambda)$ оптимизировать по критериям $\bar{D}_{eg} \rightarrow \min_c$ и $\underline{D}_{eg} \rightarrow \max_q$ при выполнении ограничения (11.15), то оценки (11.16) будут наиболее сильными среди всех возможных строгих оценок.

Существенно следующее: в системах с высокой точностью управления период дискретности T должен быть достаточно малым для того чтобы практически все спектральные составляющие

воздействия удовлетворяли условию $|\omega| \ll 2/T$; тогда фактический верхний предел интегрирования в (11.13) будет намного меньше $2/T$ (при чем $\lambda \approx \omega$). Следовательно, эту формулу можно записать в виде

$$D_{Vi} \cong \frac{T}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{(\lambda T)^{2i} S_g^*(\lambda)}{1 + \lambda^2 T^2/4} d\lambda, \quad i = \overline{K, N},$$

а полиномы $C_{2N}(\lambda)$ и $Q_{2N}(\lambda)$ взять степенными и вместо выражения (11.14) использовать выражения:

$$C_{2N}(\lambda) = \sum_{i=K}^N c_i \lambda^{2i}; \quad Q_{2N}(\lambda) = \sum_{i=K}^N q_i \lambda^{2i}. \quad (11.17)$$

После принятия таких допущений методика нахождения и оптимизации коэффициентов $\{c_i\}_K^N$ и $\{q_i\}_K^N$ практически не отличается от методики решения подобных задач для непрерывных систем, подробно описанной в работе [16].

Примерный вид графиков функций $|H_e^*(j\lambda)|^2$, $C_{2N}(\lambda)$ и $Q_{2N}(\lambda)$ для общего случая использования формул (11.15) и (11.17) показан на рис. 11.1, а, для случая ограниченного частотой $\lambda_{гр}$ спектра воздействия — на рис. 11.1, б.

Наличие дополнительной информации о спектральной плотности $S_g^*(\lambda)$ кроме числовых интегральных характеристик (11.13) может позволить усилить оценки (11.16). Например, если известно, что $S_g^*(\lambda)$ — невозрастающая функция в интервале $\lambda \in [0, \infty)$, то кривая $C_{2N}(\lambda)$ ($Q_{2N}(\lambda)$) может проходить с частичным нарушением условия (11.15) так, как показано на рис. 11.1, в, где площади двух заштрихованных фигур равны. Это усиливает оценки. Можно использовать также утверждение о невозрастании функции $S_g^*(\lambda)$ в некотором интервале $\lambda \in [\gamma, \infty)$, $\gamma > 0$, утверждение о невозрастании функции $\lambda^2 S_g^*(\lambda)$ и другие подобные сведения [76].

Условия ограничения дисперсии ошибки. Выясним, каким условиям должна удовлетворять частотная передаточная функция системы, чтобы вычисляемая по формуле (11.16) верхняя оценка дисперсии динами-

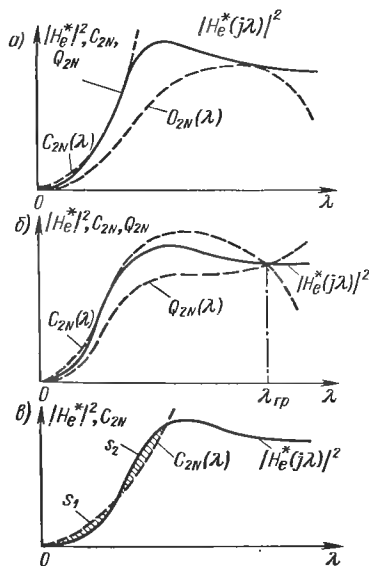


Рис. 11.1. Графики функций $|H_e^*(j\lambda)|^2$, $C_{2N}(\lambda)$, $Q_{2N}(\lambda)$: а — общий случай; б — при ограниченной ширине спектра воздействия; в — при нарушении условия (11.15)

ческой ошибки $\bar{D}_{eg}$ не превышала некоторой допустимой величины D_e^0 .

Подвергнув факторизации полином $C_{2N}(\lambda)$, описываемый формулой (11.17), представим его в виде

$$C_{2N}(\lambda) = \Gamma_N(j\lambda) \Gamma_N(-j\lambda), \quad (11.18)$$

где

$$\Gamma_N(j\lambda) = \gamma_K(j\lambda)^K + \lambda_{K+1}(j\lambda)^{K+1} + \dots + \gamma_N(j\lambda)^N; \quad (11.19)$$

$\{\gamma_i\}_K^N \in [0, \infty)$. Тогда из правой части неравенства (11.15) получим требование

$$|H_e^*(j\lambda)| \leq |\Gamma(j\lambda)|. \quad (11.20)$$

Коэффициенты полиномов $C_{2N}(\lambda)$ и $\Gamma_N(j\lambda)$ связаны соотношениями:

$$\begin{aligned} c_0 &= \gamma_0^2, \quad c_1 = \gamma_1^2 - 2\gamma_0\gamma_2; \\ c_2 &= \gamma_2^2 - 2\gamma_1\gamma_3 + 2\gamma_0\gamma_4, \quad \dots, \quad c_N = \gamma_N^2. \end{aligned} \quad (11.21)$$

Из (11.16), (11.21) и условия $\bar{D}_{eg} = D_e^0$ следует, что при $K = 0$

$$\gamma_0^2 D_0 + (\gamma_1^2 - 2\gamma_0\gamma_2) D_1 + (\gamma_2^2 - 2\gamma_1\gamma_3 + 2\gamma_0\gamma_4) D_2 + \dots + \gamma_N^2 D_N = D_e^0$$

или в несколько иной форме

$$\gamma_0 = \frac{\sqrt{D_e^0}}{\sqrt{D_0 + [(\gamma_1^2 - 2\gamma_0\gamma_2) D_1 + (\gamma_2^2 - 2\gamma_1\gamma_3 + 2\gamma_0\gamma_4) D_2 + \dots + \gamma_N^2 D_N] \gamma_0^{-2}}}. \quad (11.22)$$

С учетом (11.19) и (11.22) перепишем (11.20) в виде

$$\begin{aligned} |H_e^*(j\lambda)| &\leq \gamma_0 [1 + \gamma_1 \gamma_0^{-1} j\lambda + \gamma_2 \gamma_0^{-1} (j\lambda)^2 + \dots + \gamma_N \gamma_0^{-1} (j\lambda)^N] = \\ &= \frac{\sqrt{D_e^0} [1 + \gamma_1 \gamma_0^{-1} j\lambda + \gamma_2 \gamma_0^{-1} (j\lambda)^2 + \dots + \gamma_N \gamma_0^{-1} (j\lambda)^N]}{\sqrt{D_0 + [(\gamma_1^2 - 2\gamma_0\gamma_2) D_1 + (\gamma_2^2 - 2\gamma_1\gamma_3 + 2\gamma_0\gamma_4) D_2 + \dots + \gamma_N^2 D_N] \gamma_0^{-2}}} \end{aligned}$$

и окончательно

$$|H_e^*(j\lambda)| \leq |\gamma_0 + \gamma_1 j\lambda + \gamma_2 (j\lambda)^2 + \dots + \gamma_N (j\lambda)^N| / K_*, \quad (11.23)$$

где

$$K_* = \frac{\sqrt{[\gamma_0 D_0 + (\gamma_1^2 - 2\gamma_0\gamma_2) D_1 + (\gamma_2^2 - 2\gamma_1\gamma_3 + 2\gamma_0\gamma_4) D_2 + \dots + \gamma_N^2 D_N] D_e^0}}{D_e^0}. \quad (11.24)$$

Выполнение неравенства (11.23) является достаточным условием, гарантирующим ограничение дисперсии ошибки величиной D_e^0 .

Далее учтем, что в системах с единичной главной обратной связью выполняется соотношение

$$H_e^*(j\lambda) = [1 + W^*(j\lambda)]^{-1} = H^*(j\lambda) / W^*(j\lambda),$$

где $H^*(j\lambda) = W^*(j\lambda) / [1 + W^*(j\lambda)]$ и $W^*(j\lambda)$ — частотные передаточные функции соответственно замкнутой и разомкнутой систем.

Это позволяет записать эквивалентное (11.23) требование

$$|W^*(j\lambda)| \geq \frac{K_* |H^*(j\lambda)|}{|\gamma_0 + \gamma_1 j\lambda + \gamma_2 (j\lambda)^2 + \dots + \gamma_N (j\lambda)^N|}. \quad (11.25)$$

Исключая зависимость числителя (11.25) от псевдочастоты, следовало бы вместо функции $|H^*(j\lambda)|$ подставить ее максимальное значение $\max_{\lambda} |H^*(j\lambda)| \approx M$, где $M \geq 1$ — показатель коле-

бательности замкнутой системы. Однако при этом требование оказалось бы завышенным для области низких псевдочастот, где $|H^*(j\lambda)| \approx 1$. Поэтому для указанной области применительно к общему случаю $K \geq 0$, когда $\gamma_i = 0$ при $i = 0, K-1$, перепишем выражение (11.25) в виде

$$|W^*(j\lambda)| \geq \frac{K_*}{|\gamma_K (j\lambda)^K + \gamma_{K+1} (j\lambda)^{K+1} + \dots + \gamma_N (j\lambda)^N|}. \quad (11.26)$$

Условие (11.26) можно отобразить запретной областью для точных ЛАХ разомкнутой системы. Форма запретной области с учетом (11.24) зависит от значений дисперсий $\{D_i\}_K^N$ и коэффициентов $\{\gamma_i\}_K^N$. Эти коэффициенты следует выбирать такими, чтобы соответствующая запретная область наименее препятствовала минимизации полосы пропускания системы и выполнению других предъявляемых к системе требований.

Например, если известны значения дисперсий $(N-2)$ -й, $(N-1)$ -й и N -й производных (разностей) воздействия, то из (11.24) и (11.26) при $\gamma_i = 0$, $i = 0, N-3$ получим

$$|W^*(j\lambda)| \geq \frac{\sqrt{[\gamma_{N-2}^2 D_{N-2} + (\gamma_{N-1}^2 - 2\gamma_{N-2}\gamma_N) D_{N-1} + \dots + \gamma_N^2 D_N] / D_e^0}}{\lambda^{N-2} \sqrt{\gamma_{N-2}^2 + (\gamma_{N-1}^2 - 2\gamma_{N-2}\gamma_N) \lambda^2 + \gamma_N^2 \lambda^4}}.$$

При каждом наборе значений коэффициентов γ_i требование (11.26) можно отобразить запретной областью на плоскости ЛАХ. Поскольку коэффициенты $\{\gamma_i\}_{N-2}^N \in [0, \infty)$ могут быть выбраны произвольно, в результате получим совокупность запретных областей. Прохождение точной ЛАХ за пределами хотя бы одной запретной области из этой совокупности является достаточным условием получения требуемой точности.

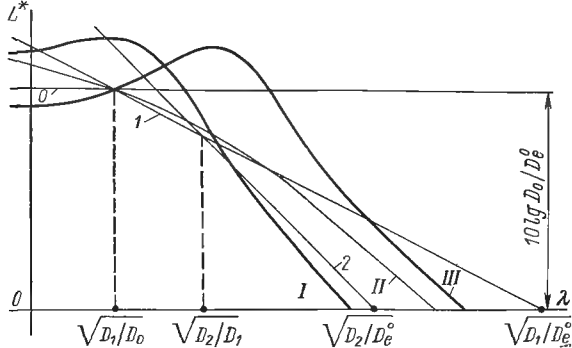


Рис. 11.2. Построение запретных областей для ЛАХ при $K = 0$; $N = 2$: 0, 1, 2 — прямые с нулевым, единичным и двойным наклонами; I, II, III — варианты расположения границ запретных областей

На рис. 11.2 показаны границы некоторых запретных областей для характерного случая, когда $N = 2$.

Вместо совокупности запретных областей на практике удобно произвести построение одной абсолютно запретной области, являющейся общей частью всех запретных областей. Аналитическое выражение для ее границы при произвольной величине N можно получить на основе рассмотрения режима отработки гармонического воздействия [16]. Оно имеет вид

$$|W^*(j\lambda)| \geq \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sqrt{(D_N D_{N-2} - D_{N-1}^2) / D_e^0}}{\lambda^{N-2} \sqrt{D_N - 2D_{N-1}\lambda^2 + D_{N-2}\lambda^4}} \\ \text{при } 0 \leq \lambda \leq \sqrt{\frac{D_{N-1}}{D_{N-2}}} \\ \text{и } \lambda \geq \sqrt{\frac{D_N}{D_{N-1}}}; \\ \frac{\sqrt{D_{N-1} / D_e^0}}{\lambda^{N-1}} \text{ при } \sqrt{\frac{D_{N-1}}{D_{N-2}}} < \\ < \lambda < \sqrt{\frac{D_N}{D_{N-1}}} \end{array} \right. \quad (11.27)$$

Поскольку при невыполнении условия (11.27) дисперсия ошибки отработки рассматриваемого воздействия обязательно превысит допустимую величину D_e^0 , то оно является необходимым для получения требуемой точности. Логарифмирование правой и левой частей неравенства (11.27) дает аналитическое выражение для границы абсолютной запретной области на плоскости ЛАХ. Однако достаточным для получения требуемой точности указанное условие не является, так как даже при его выполнении дисперсия ошибки может превысить значение величины D_e^0 за счет спектральных составляющих на других частотах.

Абсолютно запретная область, построенная в соответствии с неравенством (11.27) при $N = 2$, показана на рис. 11.3.

Форму абсолютной запретной области можно упростить, если принять допущение о неотрицательности всех коэффициентов знаменателя квадрата АЧХ синтезируемой системы в разомкнутом состоянии $|W^*(j\lambda)|^2 = |1 + b_1 j\lambda + \dots + b_{n-1} (j\lambda)^{n-1}|^2 |a_0 + a_1 j\lambda + \dots + a_n (j\lambda)^n|^2$, т. е. считать выполняющимися неравенства

$$a_0^2 \geq 0; \quad a_1^2 - 2a_0a_2 \geq 0; \quad a_2^2 - 2a_1a_3 + 2a_0a_4 \geq 0, \dots, \quad a_n^2 \geq 0. \quad (11.28)$$

Практически это означает, что непрерывный прототип разомкнутого контура системы не должен содержать колебательных звеньев с коэффициентом демпфирования менее 0,707, так как условия (11.28) могут быть нарушены в устойчивой системе только при наличии в знаменателе функции $|W^*(j\lambda)|$ сомножителя вида $|1 + 2\xi T_1 j\lambda + (j\lambda T_1)^2|^2 = 1 - 2T_1^2(1 - 2\xi^2)\lambda^2 + T_1^4\lambda^4$ при $\xi < 1/\sqrt{2} = 0,707$.

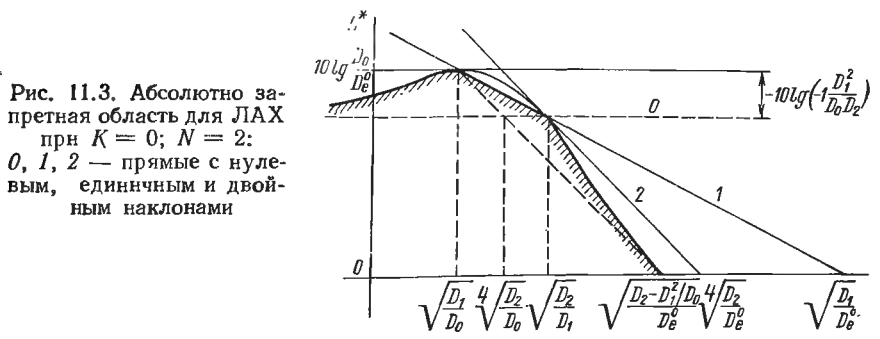
Тогда возможные значения коэффициентов γ_i в выражении (11.19) можно аналогично неравенствам (11.28) подчинить неравенствам:

$$\gamma_0^2 \geq 0; \quad \gamma_1^2 - 2\gamma_0\gamma_2 \geq 0; \quad \gamma_2^2 - 2\gamma_1\gamma_3 + 2\gamma_0\gamma_4 \geq 0, \dots, \quad \gamma_N^2 \geq 0.$$

В работе [16] доказано, что при этом необходимое условие обеспечения требуемой точности в отличие от (11.27) принимает вид:

$$|W^*(j\lambda)| \geq \begin{cases} \sqrt{D_{N-2}/D_e^0/\lambda^{N-2}} & \text{при } 0 \leq \lambda \leq \sqrt{D_{N-1}/D_{N-2}}; \\ \sqrt{D_{N-1}/D_e^0/\lambda^{N-1}} & \text{при } \sqrt{D_{N-1}/D_{N-2}} \leq \lambda \leq \sqrt{D_N/D_{N-1}}; \\ \sqrt{D_N/D_e^0/\lambda^N} & \text{при } \lambda \geq \sqrt{D_N/D_{N-1}}. \end{cases} \quad (11.29)$$

Выражение (11.29) можно обобщить и на случай произвольного числа известных дисперсий $\{D_i\}_K^N$. Соответствующая абсолютно запретная область показана на рис. 11.4.



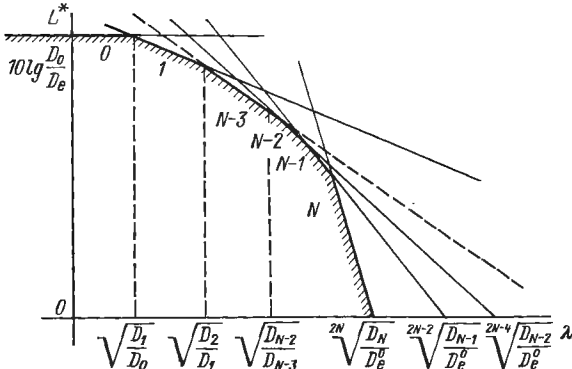


Рис. 11.4. Абсолютно запретная область для ЛАХ систем, удовлетворяющих условию (11.28): 0, 1, $N-3$, ..., N — прямые, с нулевым, единичным наклоном и наклонами $N-3$ и т. д.

Условия ограничения максимальной динамической ошибки. При известных максимальных значениях производных или разностей задающего воздействия ограничение максимальной динамической ошибки заключается в выделении класса систем, для которых оценка максимальной ошибки не превышает некоторой допустимой величины e_M^0 . Фактически принадлежность той или иной системы к такому классу определяется по виду ее частотной передаточной функции для ошибки $H_e^*(j\lambda)$, однако при использовании соотношения типа неравенства (11.25) можно наложить ограничения на АЧХ разомкнутого контура системы $|W^*(j\lambda)|$ и построить соответствующие запретные области в плоскости ЛАХ.

Найдем запретные области, соответствующие необходимым условиям ограничения максимальной ошибки e_M^0 , при ограничении производных задающего воздействия неравенствами (11.5) или его конечных разностей — неравенствами (11.8).

Пусть задающее воздействие является гармонической функцией $g(t) = g_{\max} \sin(\omega t + \varphi)$ с амплитудой $g_{\max}$, частотой ω и произвольной начальной фазой φ . Максимальное значение первой производной такого воздействия составит $\max g^{(1)}(t) = \max \{g_{\max} \omega \cos(\omega t + \varphi)\} = g_{\max} \omega$, максимальное значение i -й производной — $\max g^{(i)}(t) = g_{\max} \omega^i$. При этом неравенства (11.5) приобретают вид $g_{\max} \omega^i \leq g_M^{(i)}$, $i = \overline{K, N}$. Отсюда ясно, что амплитуда задающего воздействия не может быть произвольно большой и должна удовлетворять условию

$$g_{\max} \leq \min_i g_M^{(i)} / \omega^i, \quad i = \overline{K, N}. \quad (11.30)$$

Максимальная ошибка обработки цифровой системой гармонической решетчатой функции $g[n] = g(t)|_{t=nT}$ составит $e_{gM} = |H_e^*(j\lambda)| g_{\max}$, где $\lambda = 2T^{-1} \operatorname{tg}(\omega T/2)$. При значениях частоты, лежащих в пределах полосы пропускания системы, когда $|W^*(j\lambda)| \gg 1$, последнее выражение практически совпадает с вы-

ражением $e_{gM} = g_{\max}/|W^*(j\lambda)|$. Следовательно, должно выполняться условие

$$g_{\max}/|W^*(j\lambda)| \leq e_M^0. \quad (11.31)$$

Считая период дискретности T достаточно малым для того, чтобы в выражении (11.30) частоту ω можно было заменить псевдо-частотой λ , из соотношений (11.30) и (11.31) получим требование к частотной передаточной функции разомкнутого контура системы

$$|W^*(j\lambda)| \geq \frac{\min_i g_M^{(i)}/\lambda^i}{e_M^0} = \min \left\{ \frac{g_M^{(K)}}{e_M^0 \lambda^K}, \frac{g_M^{K+1}}{e_M^0 \lambda^{K+1}}, \dots, \frac{g_M^{(N)}}{e_M^0 \lambda^N} \right\}. \quad (11.32)$$

При нарушении условия (11.32) ошибка обработки гармонического воздействия превысит допустимую величину e_M^0 , вследствие чего это условие является необходимым для получения требуемой точности. Его можно отобразить абсолютно запретной областью на плоскости ЛАХ, граница которой в общем случае состоит из отрезков прямых с наклонами $-K20, -(K+1)20, \dots, -N20$ дБ/дек. Участок с наклоном $-i20$ дБ/дек соответствует интервалу псевдочастот $g_M^{(i)}/g_M^{(i+1)} \leq \lambda \leq g_M^{(i+1)}/g_M^{(i)}$. Такая абсолютно запретная область при $K=0$ и произвольной величине N показана на рис. 11.5.

Можно показать [16], что если учитывать воздействия произвольной формы, а не только гармонические, то динамическая ошибка способна превысить значение e_M^0 даже в том случае, когда неравенство (11.32) выполняется, но близко к равенству. Чтобы гарантировать получение требуемой точности при произвольной форме задающего воздействия, следует несколько поднять границу запретной области для ЛАХ, однако весьма незначительно (примерно на 3 дБ). Поэтому в первом приближении можно считать, что прохождение ЛАХ за пределами запретной области, соответствующей неравенству (11.32), является не только необходимым, но и достаточным условием ограничения динамической ошибки e_M^0 .

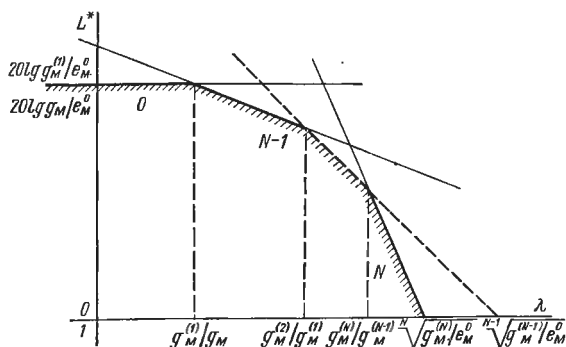


Рис. 11.5. Абсолютно запретная область для ЛАХ:
 $0, 1, N-1, N$ — прямые с нулевым, единичным наклоном и наклонами $N-1, N$

Методика учета ошибки от возмущающего воздействия. Если кроме задающего воздействия к системе приложено возмущающее воздействие, то появляется дополнительная составляющая ошибки управления, которая должна быть учтена при обеспечении требуемой точности. Ясно, что для этого следует расширить запретные области для ЛАХ, построенные в п. 11.2 при рассмотрении только динамической составляющей ошибки. Если возмущающее воздействие приложено или приведено ко входу системы, т. е. непосредственно складывается с задающим воздействием, то при расширении полосы пропускания замкнутой системы ошибка от возмущающего воздействия будет увеличиваться, а динамическая ошибка — уменьшаться. Поэтому при выборе передаточной функции системы существует решение, являющееся оптимальным в смысле получения наивысшей точности. Если спектральные плотности воздействия известны, то такое решение легко найти, например, как винеровский фильтр. Экстремизацию показателя точности можно произвести и при неполной априорной информации о свойствах воздействий (см. п. 11.4). Однако здесь рассмотрим задачу о нахождении класса передаточных функций, обеспечивающих заданную точность. Этому классу передаточных функций можно сопоставить разрешенную область на плоскости ЛАХ разомкнутой системы. Если задача имеет решение, то такая разрешенная область должна с той или иной широтой охватывать ЛАХ, оптимальную по критерию наивысшей точности. В отличие от рассмотренных в п. 11.2 примеров разрешенная область ограничена не только снизу, но и сверху, так как чрезмерное расширение полосы пропускания системы также может привести к нарушению требований по точности за счет возрастания ошибки от возмущающего воздействия.

Нахождение границ описанной разрешенной области в общем случае связано с весьма трудоемкими выкладками. Поэтому целесообразность ее построения может быть оправдана, по-видимому, лишь в частной, но характерной для практики ситуации, когда спектральная плотность возмущающего воздействия известна и равномерна в пределах предполагаемой полосы пропускания синтезируемой системы. В остальных случаях синтез можно проводить путем последовательных приближений к приемлемому решению с использованием запретных областей, построенных при учете только динамической составляющей ошибки.

Пусть спектральная плотность возмущающего воздействия выражается формулой $S_v^*(\lambda) = S_v$. Тогда дисперсия ошибки и практически максимальная ошибка (см. п. 11.1) от возмущающего воздействия составят:

$$D_{ev} = S_v T \Delta \lambda_{\Sigma}; \quad e_{vp} = 3\sigma_{ev} = 3\sqrt{S_v T \Delta \lambda_{\Sigma}}, \quad (11.33)$$

где $\Delta \lambda_{\Sigma}$ — эквивалентная полоса пропускания замкнутой системы для белого шума [14].

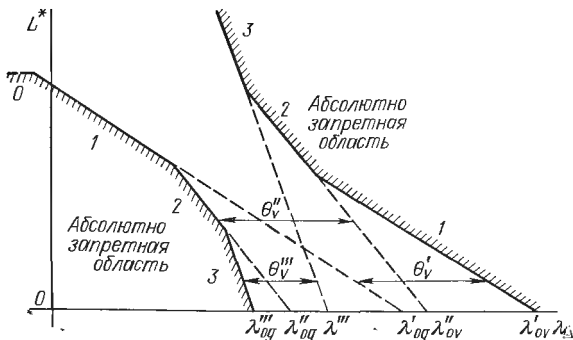


Рис. 11.6. Абсолютно запретная область для ЛАХ при учете динамической ошибки и ошибки от возмущающего воздействия: 0, 1, 2, 3 — прямые с нулевым, единичным, двойным и тройным наклонами

В книге [16] показано, что величина $\Delta\lambda_0$ с хорошей точностью может быть оценена непосредственно по ЛАХ разомкнутого контура системы. Для этого следует найти базовую псевдочастоту λ_0 и учесть наклон -120 дБ/дек асимптоты, пересечение которой с осью абсцисс дает эту базовую псевдочастоту, а затем использовать формулу

$$\Delta\lambda_0 \approx \lambda_0 l/2. \quad (11.34)$$

Формула (11.34) позволяет существенно упростить исследование робастных (и не только робастных) систем и расширить круг задач синтеза, решение которых можно получить аналитически или графически без перехода к численным методам оптимизации.

Построение запретных областей для ЛАХ. Используя выражение (11.34), перепишем формулы (11.33) в виде:

$$D_{ev} \approx S_v T \lambda_0 l/2; \quad e_{vp} \approx 3 \sqrt{S_v T \lambda_0 l/2}.$$

Положив $D_{ev} = D_e^0$, $e_{vp} = e_M^0$, найдем максимальное возможное значение базовой частоты λ_{ov} , при превышении которого требования по точности будут нарушены даже в случае нулевой динамической ошибки $\lambda_{ov} = 2D_e^0/(S_v T l)$ или $\lambda_{ov} = 2(e_M^0)^2/(9S_v T l)$.

Неравенство $\lambda_0 \ll \lambda_{ov}$, выполнение которого является необходимым условием получения требуемой точности, можно отобразить абсолютно запретной областью на плоскости ЛАХ разомкнутой системы. Для построения этой абсолютно запретной области надо отметить на оси абсцисс точки:

$$\lambda_{ov}' = \frac{2D_e^0}{S_v T} \left(\text{или } \lambda_{ov}' = \frac{2(e_M^0)^2}{9S_v T} \right);$$

$$\lambda_{ov}'' = \frac{\lambda_{ov}'}{2}; \quad \lambda_{ov}''' = \frac{\lambda_{ov}'}{3}. \quad (11.35)$$

и провести через них прямые с наклонами соответственно -20 , -40 и -60 дБ/дек. Такое построение произведено на рис. 11.6. Там же построена абсолютно запретная область при учете только динамической ошибки (см. п. 11.2) для случая $K = 1$, $N = 3$.

Ее границы образуют также отрезками прямых единичного, двойного и тройного наклонов, положение которых определяется базовыми частотами:

$$\lambda'_{0g} = \sqrt{D_1/D_e^0}; \quad \lambda''_{0g} = \sqrt[4]{D_2/D_e^0}; \quad \lambda'''_{0g} = \sqrt[6]{D_3/D_e^0} \quad (11.36)$$

в случае задания дисперсий или

$$\lambda'_{0g} = g_M^{(1)}/e_M^0; \quad \lambda''_{0g} = \sqrt{g_M^{(2)}/e_M^0}; \quad \lambda'''_{0g} = \sqrt[3]{g_M^{(3)}/e_M^0} \quad (11.37)$$

в случае задания максимальных значений.

Из рисунка видно, что разрешенная область для ЛАХ оказывается ограниченной и снизу, и сверху. Если для частот λ_{0v} и λ_{0g} с каким-либо одним верхним индексом нарушается условие $\lambda_{0v} > \lambda_{0g}$, то это свидетельствует о невозможности получения требуемой точности при использовании ЛАХ с соответствующим наклоном. Но выполнения этого условия еще не достаточно для получения требуемой точности. Например, если $\lambda'_{0v} < \lambda'_{0g}$, $\lambda''_{0v} > \lambda''_{0g}$, $\lambda'''_{0v} > \lambda'''_{0g}$, то получение требуемой точности в системе с ЛАХ единичного наклона невозможно. Однако даже при $\lambda'_{0v} < \lambda'_{0g}$ еще нельзя утверждать, что подбором ЛАХ единичного наклона можно обеспечить требуемую точность. Для справедливости такого утверждения неравенство $\lambda'_{0v} > \lambda'_{0g}$ должно выполняться с определенным запасом.

Оценка возможности получения требуемой точности. Найдем минимальное возможное отношение частот $\lambda_{0v}/\lambda_{0g}$ с одинаковыми верхними индексами, достаточное для существования ЛАХ, обеспечивающей требуемую точность. Выражения для дисперсии и максимального значения суммарной ошибки запишем с использованием базовой частоты λ_0 , соответствующей асимптоте ЛАХ с наклоном — 120 дБ/дек:

$$D_e = \frac{D_l}{\lambda_0^{2l}} + \frac{S_v T \lambda_0 l}{2};$$

$$e_M = \frac{g_M^{(l)}}{\lambda_0^l} + 3 \sqrt{\frac{S_v T \lambda_0 l}{2}}. \quad (11.38)$$

Введя нормированную к величине λ_{0g} базовую псевдочастоту $\theta = \lambda_0/\lambda_{0g}$ и использовав обозначение $\theta_v = \lambda_{0v}/\lambda_{0g}$, с учетом (11.35)—(11.37) представим выражение (11.38) в виде:

$$D_e = \frac{D_l}{(\lambda_{0g}\theta)^{2l}} + \frac{S_v T \lambda_{0v} \theta l}{2\theta_v} = \left(\frac{1}{\theta^{2l}} + \frac{\theta}{\theta_v} \right) D_e^0;$$

$$e_M = \frac{g_M^{(l)}}{(\lambda_{0g}\theta)^l} + 3 \sqrt{\frac{S_v T \lambda_{0v} \theta l}{2\theta_v}} = \left(\frac{1}{\theta^l} + \sqrt{\frac{\theta}{\theta_v}} \right) e_M^0.$$

Отсюда для получения требуемой точности, когда $D_e \ll D_e^0$ или $e_m \leq e_m^0$, величина θ должна быть выбрана так, чтобы выполнялось условие

$$1/\theta^{2l} + \theta/\theta_v \leq 1 \quad (11.39)$$

при ограничении дисперсии ошибки и

$$1/\theta' + \sqrt{\theta/\theta_v} \leq 1 \quad (11.40)$$

при ограничении максимальной ошибки.

В точках $\theta = \theta_{01} = (2l\theta_v)^{1/(2l+1)}$ и $\theta = \theta_{02} = (2l\sqrt{\theta_v})^{2/(2l+1)}$ левые части неравенств (11.39) и (11.40) соответственно достигают минимумов:

$$\frac{1}{\theta_{01}^{2l}} + \frac{\theta_{01}}{\theta_v} = \frac{1+2l}{(2l\theta_v)^{2l/(2l+1)}}; \quad \frac{1}{\theta_{02}'} + \sqrt{\frac{\theta_{02}}{\theta_v}} = \frac{1+2l}{(2l\sqrt{\theta_v})^{2l/(2l+1)}}.$$

Выполнение неравенств (11.39) и (11.40) возможно только в случае, когда эти минимумы меньше единицы, что дает требования

$$\theta_v \geq (1+2l)^{1+1/2l}/2l \quad (11.41)$$

при ограничении дисперсии ошибки и

$$\theta_v \geq (1+2l)^{2+1/l}/4l \quad (11.42)$$

при ограничении максимальной ошибки.

При нарушении условий (11.41), (11.42) становится невозможным получение требуемой точности в системе с ЛАХ, имеющей асимптоту с наклоном — 120 дБ/дек. Минимальные допустимые значения величины θ_v , рассчитанные в соответствии с формулами (11.41) и (11.42), приведены в табл. 11.1. Там же даны оптимальные значения нормированной базовой частоты θ_{01} и θ_{02} .

В предельном случае, когда неравенство (11.41) или (11.42) обращается в равенство, достижение требуемой точности возможно лишь при использовании ЛАХ с базовой псевдочастотой $\lambda_0 = \theta_{01}\lambda_{ог}$ или $\lambda_0 = \theta_{02}\lambda_{ог}$. При увеличении значения θ_v интервал допустимых по условиям точности базовых псевдочастот расширяется, причем его нижняя граница приближается к величине $\lambda_{ог}$.

Таблица 11.1

ЗНАЧЕНИЯ НОРМИРОВАННОЙ БАЗОВОЙ ПСЕВДОЧАСТОТЫ,
ОБЕСПЕЧИВАЮЩИЕ ПОЛУЧЕНИЕ ЗАДАННОЙ ТОЧНОСТИ

Наклон асимптоты ЛАХ	Ограничение дисперсии ошибки		Ограничение максимальной ошибки	
	θ_v	θ_{01}	θ_v	θ_{02}
1	2,60	1,73	6,75	3,00
2	1,87	1,50	3,49	2,24
3	1,61	1,38	2,60	1,91

Если синтез требуется проводить исходя из условия минимизации полосы пропускания системы при получении заданной точности, то представляет интерес нахождение минимального возможного значения базовой псевдочастоты $\lambda_0 = \theta \lambda_{0g}$. При условии, что величина θ_v существенно превышает приведенные в табл. 11.1 предельные значения, минимальная возможная нормированная базовая псевдочастота должна быть близка к единице. Положив в формуле (11.39) $\theta \approx 1$, получим $1/\theta^{2l} + 1/\theta_v \leq 1$ или

$$\theta \geq [\theta_v/(\theta_v - 1)]^{1/2l}. \quad (11.43)$$

Аналогичным образом из формулы (11.40) для случая ограничения максимальной ошибки получим

$$\theta \geq [\sqrt{\theta_v}/(\sqrt{\theta_v} - 1)]^{1/l}. \quad (11.44)$$

При $\theta_v > 10^2$ практически допустимым является значение $\theta = 1$ или $\lambda_0 = \lambda_{0g}$, т. е. синтез можно проводить без учета возмущающего воздействия.

Оценку возможности достижения требуемой точности при учете динамической ошибки и ошибки от возмущающего воздействия можно произвести и без выполнения построений, показанных на рис. 11.6. Для этого следует проверить выполнение неравенств (11.41), (11.42), имея в виду, что

$$\theta_v = \lambda_{0v}/\lambda_{0g} = 2(D_e^0)^{1+1/2l}/(lD_e^{1/2l}S_vT)$$

при ограничении дисперсии ошибки и

$$\theta_v = \lambda_{0v}/\lambda_{0g} = 2(e_M^0)^{2+1/l}/[9l(g_M^{(l)})^{1/l}S_vT]$$

при ограничении максимальной ошибки.

Тогда получим требования:

$$D_e^0 \geq \left[\frac{(1+2l)^{2l+1}}{4^{2l}} D_e (S_vT)^{2l} \right]^{\frac{1}{2l+1}},$$

$$e_M^0 \geq \left[\frac{9^l (1+2l)^{2l+1}}{8^l l^l} g_M^{(l)} (S_vT)^l \right]^{\frac{1}{2l+1}}$$

или при $l = 1$

$$D_e^0 \geq 1,19 (D_1 S_v^2 T^2)^{1/3}, \quad e_M^0 \geq 3,12 (g_M^{(1)} S_v T)^{1/3}; \quad (11.45)$$

при $l = 2$

$$D_e^0 \geq 1,65 (D_2 S_v^4 T^4)^{1/5}, \quad e_M^0 \geq 3,97 (g_M^{(2)} S_v^2 T^2)^{1/5}; \quad (11.46)$$

при $l = 3$

$$D_e^0 \geq 2,13 (D_3 S_v^6 T^6)^{1/8}, \quad e_M^0 \geq 4,60 (g_M^{(3)} S_v^3 T^3)^{1/7}. \quad (11.47)$$

Если неравенства (11.45)–(11.47) не выполняются, то задача синтеза системы с заданным показателем точности не имеет ре-

шения; если эти неравенства выполняются с многократным запасом, то синтез можно производить практически без учета возмущающего воздействия.

11.4. ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ ПО КРИТЕРИЮ НАИВЫСШЕЙ ТОЧНОСТИ

Методика оптимизации. Аналогично тому, как при известных спектральных плотностях задающего и возмущающего воздействий ставится задача синтеза винеровского фильтра, минимизирующего дисперсию суммарной ошибки, при известных обобщениях или степенных моментах этих спектральных плотностей можно поставить задачу синтеза системы, в которой минимальна верхняя оценка дисперсии суммарной ошибки. Возможна также оптимизация системы по критерию минимума верхней оценки суммарной максимальной ошибки, если имеющаяся априорная информация позволяет определить оценку для любого допустимого варианта системы. В обоих случаях можно говорить об оптимизации робастной системы по критерию наивысшей точности.

Целевая функция оптимизации должна содержать столько слагаемых, сколько взаимно некоррелированных воздействий приложено к системе. Минимальное число таких слагаемых — два. Слагаемые, характеризующие динамическую ошибку, могут быть записаны в неявном виде [см. формулы (11.16)] через коэффициенты $\{c_i\}_K^N$. Это часто заставляет отыскивать не аналитическое, а численное решение задачи параметрической оптимизации с использованием стандартной процедуры экстремизации функции нескольких переменных и обращений к подпрограмме оптимизации коэффициентов $\{c_i\}_K^N$.

Примеры численной оптимизации робастных систем рассмотрены в работе [16]. При известных дисперсии или максимальном значении только N -й производной задающего воздействия и уровне спектральной плотности возмущающего воздействия S_ν задача оптимизации по критерию наивысшей точности имеет аналитическое решение и сводится к оптимизации параметров частотной передаточной функции вида

$$W^*(j\lambda) = K_N \Pi(j\lambda) / (j\lambda)^N, \quad (11.48)$$

соответствующей системе N -го порядка астатизмом N -го порядка, $N \geq 1$. Здесь K_N — добротность; $\Pi(j\lambda)$ — полином степени $N - 1$ относительно $j\lambda$, причем $\Pi(j0) = 1$.

Физическая трактовка этого эффекта связана с тем, что передаточные функции вида (11.48) дают минимальную полосу пропускания замкнутой системы при определенной добротности и выполнении специфических требований по запасу устойчивости.

Расчетные формулы. Если известна дисперсия только первой производной задающего воздействия, то выражение (11.48) выражается в простейшую формулу

$$W^*(j\lambda) = K_1 / (j\lambda). \quad (11.49)$$

Тогда целевая функция оптимизации записывается в виде

$$\overline{D}_e(K_1) = \overline{D}_{eg}(K_1) + D_{ev}(K_1) = D_1/K_1^2 + S_v T K_1/2 \rightarrow \min.$$

Ее исследование на экстремум дает:

$$K_1^0 = 2^{2/3} D_1^{1/3} (S_v T)^{-1/3} = 1,59 D_1^{1/3} (S_v T)^{-1/3}; \quad (11.50)$$

$$\overline{D}_{e \min} = \overline{D}_e(K_1^0) = 3 \cdot 2^{-4/3} D_1^{1/3} (S_v T)^{2/3} = 1,19 D_1^{1/3} (S_v T)^{2/3}. \quad (11.51)$$

Если известно максимальное значение только первой производной задающего воздействия, то аналогичным образом получим:

$$e_M(K_1) = g_M^1/K_1 + 3\sqrt{K_1 S_v/2} \rightarrow \min;$$

$$K_1^0 = 2 \cdot 3^{-1/3} (g_M^{(1)})^{2/3} (S_v T)^{-1/3} = 0,962 (g_M^{(1)})^{2/3} (S_v T)^{-1/3}; \quad (11.52)$$

$$e_{M \min} = e_M(K_1^0) = 3^{5/3} \cdot 2^{-1} (g_M^1 S_v T)^{1/3} = 3,12 (g_M^1 S_v T)^{1/3}. \quad (11.53)$$

Если известна дисперсия только второй производной задающего воздействия, то для параметров передаточной функции

$$W^*(j\lambda) = K_2(1 + j\lambda\tau)/(j\lambda)^2, \quad (11.54)$$

определив коэффициент аппроксимирующего полинома c_2 из условия $c_2 = \max_{\lambda \in [0, \infty]} |H_e^*(j\lambda)|^2/\lambda^4$ и используя точную формулу для $\Delta\lambda_0$, при $K_2\tau^2 \leq 2$ примем целевую функцию оптимизации

$$\begin{aligned} \overline{D}_e(K_2, \tau) &= D_2[K_2^3\tau^2(1 - K_2\tau^2/4)]^{-1} + \\ &+ S_v T(1 + K_2\tau^2)(2\tau)^{-1} \rightarrow \min. \end{aligned}$$

В результате исследования этой функции на экстремум получим:

$$K_2^0 = 8 \cdot 3^{-1/5} \cdot 5^{-4/5} D_2^{2/5} (S_v T)^{-2/5} = 1,77 D_2^{2/5} (S_v T)^{-2/5}; \quad (11.55)$$

$$\tau^0 = \sqrt{3/(2K_2^0)} = 1,22/\sqrt{K_2^0} = 0,92 (S_v T/D_2)^{1/5}; \quad (11.56)$$

$$\begin{aligned} \overline{D}_{e \min} &= \overline{D}_e(K_2^0, \tau^0) = (5/4)(5/3)^{3/5} D_2^{1/5} (S_v T)^{4/5} = \\ &= 1,70 D_2^{1/5} (S_v T)^{4/5}. \end{aligned} \quad (11.57)$$

Оптимальная замкнутая система имеет слабоколебательную переходную характеристику с перерегулированием $\sigma = 24,3\%$. АЧХ замкнутой системы характеризуется показателем колебательности $M = 1,33$. Если необходимо обеспечить некоторое другое значение показателя колебательности, то через соотношение [13]

$$K_2\tau^2 = 2(M^2 - M\sqrt{M^2 - 1})/(M^2 - 1),$$

это накладывает ограничение на оптимизируемые параметры и несколько снижает потенциальную точность.

Если известно максимальное значение только второй производной задающего воздействия, то, исследуя целевую функцию $e_M(K_2, \tau) \rightarrow \min$, получим [16]:

$$K_2^0 = 1,55 (g_M^2)^{4/5} / (S_v T)^{2/5}; \quad (11.58)$$

$$\tau^0 = \sqrt{3/(2K_2^0)} = 1,22 \sqrt{K_2^0} = 0,98 (S_v T)^{1/5} | (g_M^{(2)})^{2/5}; \quad (11.59)$$

$$e_{M \min} = e_M(K_2^0, \tau^0) = 4,23 (g_M^2)^{1/5} (S_v T)^{2/5}. \quad (11.60)$$

Заметим, что как из формулы (11.56), так и из формулы (11.59) следует $K_2^0 (\tau^0)^2 = 3/2$.

Если известна дисперсия только третьей производной задающего воздействия, то следует оптимизировать параметры частотной передаточной функции

$$W^*(j\lambda) = K_3 [1 + j\lambda\tau_1 + (j\lambda\tau_2)^2] / (j\lambda)^3 \quad (11.61)$$

по критерию $\bar{D}_e(K_3, \tau_1, \tau_2) \rightarrow \min$.

Результаты оптимизации [16] имеют вид:

$$K_3^0 = [18D_3 / (5S_v T)^{3/7}]^{1/7} = 1,73 [D_3 / (S_v T)]^{3/7}; \quad (11.62)$$

$$\tau_1^0 = (8/K_3^0)^{1/3} = 1,67 (S_v T / D_3)^{1/7}; \quad (11.63)$$

$$\tau_2^0 = \tau_1^0 / \sqrt{2} = \sqrt{2} / (K_3^0)^{1/3} = 1,18 (S_v T / D_3)^{1/7}; \quad (11.64)$$

$$\bar{D}_e \min = \bar{D}_e(K_3^0, \tau_1^0, \tau_2^0) = 2,33 D_3^{1/7} (S_v T)^{6/7}. \quad (11.65)$$

При таких значениях параметров показатель колебательности замкнутой системы составит $M = 2,0$. Несколько бóльшим запасом устойчивости ($M = 1,71$) обладает система с передаточной функцией вида $W^*(j\lambda) = K_3 (1 + j\lambda\tau)^2 / (j\lambda)^3$ и оптимальными значениями параметров [16]. Поскольку эта передаточная функция является частным случаем (11.61) при дополнительном ограничении $\tau_2 = \tau_1/2$, она дает худшее значение показателя точности $D_e(K_3^0, \tau^0) = 2,54 D_3^{1/7} (S_v T)^{6/7}$. Проигрыш в среднеквадратичной ошибке по сравнению с (4.82) составляет 4,4 %.

Если известно максимальное значение только третьей производной задающего воздействия, то для оптимальных значений параметров частотной передаточной функции (11.61) аналогичным образом в результате исследования на экстремум целевой функции $e_M(K_3, \tau_1, \tau_2) \rightarrow \min$ получим:

$$K_3^0 = 1,79 (g_M^{(3)} / \sqrt{S_v T})^{6/7}; \quad (11.66)$$

$$\tau_1^0 = (8/K_3^0)^{1/3} = 1,65 (g_M^{(3)} / \sqrt{S_v T})^{-2/7}; \quad (11.67)$$

$$\tau_2^0 = \tau_1^0 / \sqrt{2} = 1,16 (g_M^{(3)} / \sqrt{S_v T})^{-2/7}; \quad (11.68)$$

$$e_{M \min} = e_M(K_3^0, \tau_1^0, \tau_2^0) = 4,98 (g_M^{(3)})^{1/7} (S_v T)^{3/7}. \quad (11.69)$$

Использование частотной передаточной функции (11.49), (11.54) или (11.61) иногда может быть оправдано и при ограничении

двух или большего числа производных воздействия. Это целесообразно в тех случаях, когда только одна из ограниченных производных оказывает существенное влияние на потенциальную точность. Полученные выше выражения позволяют найти условия, при выполнении которых практически оптимальной можно считать одну из указанных частотных передаточных функций первого, второго или третьего порядка.

Из выражений (11.53) и (11.60) следует, что система второго порядка обеспечит меньшую максимальную ошибку, чем система первого порядка, при выполнении неравенства

$$(g_M^{(2)})^3 (g_M^{(1)})^{-5} S_v T < 0,0104. \quad (11.70)$$

Если (11.70) не выполняется, причем его левая часть во много раз превышает правую, то система первого порядка с передаточной функцией (11.49) обеспечит точность, практически не отличающуюся от потенциальной; если оно выполняется с большим запасом, а третья производная воздействия не ограничена, то практически потенциальную точность дает передаточная функция (11.54).

Из выражений (11.60) и (11.69) следует, что система третьего порядка обеспечит меньшую максимальную ошибку, чем система второго порядка, при выполнении неравенства

$$(g_M^{(3)})^5 (g_M^{(2)})^{-7} S_v T < 3,30 \cdot 10^{-3}. \quad (11.71)$$

Если неравенство (11.71) выполняется с большим запасом, практически оптимальна передаточная функция (11.61); если оно не выполняется, причем намного, то знание величины $g_M^{(3)}$ практически не повышает потенциальную точность по сравнению со случаем, когда известна только величина $g_M^{(2)}$ (или $g_M^{(2)}$ и $g_M^{(3)}$), и оптимальной можно считать передаточную функцию (11.54).

Аналогичное по смыслу исследование применительно к известным дисперсиям производных воздействия выполнено в книге [16].

Оценка проигрыша. Полученная в результате оптимизации системы минимальная возможная величина верхней оценки дисперсии суммарной ошибки $\bar{D}_{e \min}$ характеризует потенциальную точность управления при неизвестной спектральной плотности задающего воздействия. Фактическая дисперсия ошибки в оптимальной системе не может превысить величины $\bar{D}_{e \min}$ даже при наиболее неблагоприятной форме спектра воздействия из всего их множества, в пределах которого выполняются принятые ограничения на величины обобщенных моментов (11.1), (11.2) или (11.13).

Естественно, что потенциальная точность управления при известных спектральных плотностях воздействий, характеризуемая точным значением дисперсии ошибки и достигаемая в винеровском фильтре, выше потенциальной точности при неполной

априорной информации. Однако в оптимальной робастной системе, синтезированной при неполной априорной информации, ограниченная неравенством $D_e \leq \bar{D}_{e \min}$ дисперсия ошибки гарантируется при любой допустимой форме спектральной плотности воздействия, а в винеровском фильтре отклонение фактической формы спектральной плотности от принятой модели может привести к существенному ухудшению точности. В этом заключается преимущество робастных систем.

Представляет интерес оценка максимального возможного проигрыша робастной системы в потенциальной точности по сравнению с винеровским фильтром, синтезированным при полной априорной информации. Для решения такой задачи можно использовать полученные в работе [16] выражения для нижней оценки дисперсии динамической ошибки и найти результат оптимизации системы по критерию минимума нижней оценки дисперсии суммарной ошибки: $\underline{D}_e = \underline{D}_{eg} + D_{ev} \rightarrow \min$.

Действительно, дисперсия суммарной ошибки в оптимальной системе, синтезированной при известной спектральной плотности задающего воздействия, должна занимать промежуточное положение между величинами $\underline{D}_{e \min}$ и $\bar{D}_{e \min}$. Поэтому безразмерный коэффициент

$$\eta = \sqrt{\bar{D}_{e \min} / \underline{D}_{e \min}} \quad (11.72)$$

будет характеризовать максимально возможное отношение среднеквадратичных ошибок в оптимальных системах, синтезированных при известных дисперсиях $\{D_i\}_K^N$ и при полностью известной функции $S_g(\omega)$.

Если исходный порядок n частотной передаточной функции, для которой записывается целевая функция оптимизации, достаточно велик, по крайней мере $n \geq N$, то коэффициент η будет показывать максимальный проигрыш синтезированной робастной системы в точности по сравнению с винеровским фильтром.

Изложенные в п. 11.2 результаты для нижней оценки $\underline{D}_{eg}$ позволяют сформировать целевую функцию параметрической оптимизации системы по критерию $\underline{D}_e \rightarrow \min$ при произвольных порядках n и N . В общем случае оптимизация проводится численными методами на универсальной ЦВМ.

Целевая функция оптимизации существенно упрощается при синтезе в классе систем n -го порядка с астатизмом n -го порядка. Заметим, что такое сужение класса рассматриваемых робастных систем может лишь увеличить проигрыш в потенциальной точности по сравнению с винеровским фильтром. При $N = 2$, $K = 0$ для нижней оценки дисперсии динамической ошибки в системе с частотной передаточной функцией (11.54) можно получить

$$\underline{D}_{eg} = [D_1 K_2 (2 - K_2 \tau^2) - D_2]^2 [D_0 K_2^2 (2 - K_2 \tau^2) - 2 D_1 K_2 (2 - K_2 \tau^2) + D_2]^{-1} K_2^{-2}$$

или

$$\underline{D}_{eg} \approx D_2^2 D_0^{-1} K_2^{-2}, \quad (11.73)$$

поскольку из условия $\underline{D}_{eg} \ll D_0$ с учетом формулы (11.4) следует $K_2 \gg D_2/D_1 \geq \sqrt{D_2/D_0} \geq D_1/D_0$.

Тогда целевая функция оптимизации примет вид

$$\underline{D}_e(K_2, \tau) \cong D_1^2 D_0^{-1} / K_2^2 + S_v T (1 + K_2 \tau^2) / (2\tau) \rightarrow \min. \quad (11.74)$$

Аналогичным образом при $N = 3$, $K = 1$ найдем целевую функцию параметрической оптимизации частотной передаточной функции (11.61)

$$\begin{aligned} \underline{D}_e(K_3, \tau_1, \tau_2) &\approx D_2^2 D_1^{-1} / K_3^2 + S_v T \times \\ &\times (K_3 \tau_1 \tau_2^4 + \tau_1^2 - \tau_2^2) (\tau_1 \tau_2^2 - K_3^{-1})^{-1} / 2 \rightarrow \min. \end{aligned} \quad (11.75)$$

Исследование выражения (11.74) на экстремум дает $\underline{D}_{e \min} = 1,65 (D_1^2/D_0)^{1/5} (S_v T)^{4/5}$, откуда с учетом формул (11.57) и (11.72)

$$\eta = \eta'' = (D_2 D_0 / D_1^2)^{1/10}. \quad (11.76)$$

Применительно к системе третьего порядка исследование на экстремум выражения (11.75) дает $\underline{D}_{e \min} = 2,33 (D_2^2/D)^{1/7} (S_v T)^{6/7}$, откуда с учетом (11.65) и (11.72)

$$\eta = \eta''' = (D_3 D_1 / D_2^2)^{1/14}. \quad (11.77)$$

Выражения (11.76) и (11.77) имеют ясный физический смысл, поскольку отношения $D_{i+1} D_{i-1} / D_i^2$, $i = 1, 2, \dots$ характеризуют ширину спектра задающего воздействия. При $D_{i+1} D_{i-1} / D_i^2 = 1$ задающее воздействие можно уподобить гармонической функции, имеющей лишь одну спектральную линию на частоте $\omega_1 = \sqrt{D_{i+1}/D_i}$. В этом случае фактически известна полная априорная информация и задача робастного синтеза вырождается в классическую задачу оптимальной линейной фильтрации. Проигрыш робастной системы в потенциальной точности по сравнению с винеровским фильтром должен отсутствовать, что и подтверждают формулы (11.76) и (11.77), дающие $\eta = 1$. При $D_{i+1} D_{i-1} / D_i^2 > 1$ спектр задающего воздействия расширяется и уже не может быть однозначно восстановлен по конечному числу дисперсий $\{D_i\}_K^N$. С расширением спектра задающего воздействия возрастает проигрыш робастной системы в потенциальной точности. Как показано в работе [16], на практике обычно выполняется неравенство $D_{i+1} D_{i-1} / D_i^2 < 10 \div 50$. При $D_{i+1} D_{i-1} / D_i^2 < 10$ формулы (11.76) и (11.77) дают соответственно $\eta < 1,26$ и $\eta < 1,18$, при $D_{i+1} D_{i-1} / D_i^2 < 50$ — $\eta < 1,48$ и

$\eta < 1,32$. Таким образом, можно утверждать, что при трех известных степенных моментах спектральной плотности задающего воздействия среднеквадратичные ошибки в оптимальной робастной системе и в винеровском фильтре различаются, как правило, менее чем в полтора раза. При увеличении объема априорной информации о свойствах воздействий проигрыш робастной системы в потенциальной точности уменьшается. Это можно подтвердить путем численного исследования на универсальной ЦВМ.

Учет неустойчивости параметров системы. Оптимизацию робастной системы часто необходимо выполнять с учетом неустойчивости некоторых ее параметров, значения которых могут случайным образом изменяться в процессе работы системы либо иметь существенный разброс по реализациям. При этом в рамки общей концепции синтеза робастных систем хорошо вписывается такой подход, когда плотности вероятности неустойчивых параметров неизвестны, но заданы конечные области возможного изменения этих параметров, границы которых — известные функции их номинальных значений. Поясним его применительно к простейшему, но весьма характерному для практики случаю, когда неустойчивен лишь один из параметров системы α [77].

Пусть $J(\alpha)$ — унимодальная функция, принятая как характеристика качества работы системы (примерами служат функции $\bar{D}_e(\alpha, \dots)$ и $e_M(\alpha, \dots)$). Если бы для медленно изменяющегося в окрестности номинального значения α_H параметра α был известен закон распределения $\vartheta(\alpha, \alpha_H)$, то при оптимизации величины α_H можно было бы ориентироваться на критерий (минимума среднего риска [56])

$$R(\alpha_H) = \int_{-\infty}^{\infty} J(\alpha) \vartheta(\alpha, \alpha_H) d\alpha \rightarrow \min.$$

Будем считать, что закон $\vartheta(\alpha, \alpha_H)$ неизвестен, а задана лишь область изменения параметра α в виде $\alpha_{\min}(\alpha_H) \leq \alpha \leq \alpha_{\max}(\alpha_H)$, причем $\alpha_{\min}(\alpha_H)$ и $\alpha_{\max}(\alpha_H)$ — монотонно возрастающие функции α_H . Тогда при выборе α_H целесообразно воспользоваться минимаксным критерием

$$\max \{J[\alpha_{\min}(\alpha_H)], J[\alpha_{\max}(\alpha_H)]\} \rightarrow \min. \quad (11.78)$$

Выражение (11.78) определяет целевую функцию параметрической оптимизации, однако его нельзя непосредственно использовать для аналитического нахождения оптимального значения $\alpha = \alpha_H^0$.

В работе [77] доказано, что достаточным условием для выполнения требования (11.78) является справедливость равенства

$$J[\alpha_{\min}(\alpha_H)] = J[\alpha_{\max}(\alpha_H)]. \quad (11.79)$$

Это доказательство обосновывает возможность отыскания значения α_H^0 , удовлетворяющего условию (11.78), путем аналитического или численного решения уравнения (11.79).

Применим равенство (11.79) к конкретным задачам параметрической оптимизации робастных систем, рассмотренным выше. Будем считать, что добротность системы K_n ($n = 1, 2$ или 3 в передаточных функциях (11.49), (11.54) и (11.61) соответственно) испытывает медленные неконтролируемые флуктуации в диапазоне $K_n \in [K_{nh}/\chi, K_{nh}\chi]$, $\chi \gg 1$, т. е. может изменяться на $\pm 20 \lg \chi$ дБ относительно номинального значения K_{nh} . При $n = 1$ с учетом характеристики качества $J(K_1) = \bar{D}_e(K_1)$ запишем равенство (11.79) в виде

$$D_1(\chi/K_{1h})^2 + S_v T K_{1h}/(2\chi) = D_1/(K_{1h}\chi)^2 + S_v T K_{1h}\chi/2.$$

Решение этого уравнения относительно K_{1h} дает

$$K_{1h}^0 = [2(\chi + \chi^{-1})]^{1/3} D_1^{1/3} (S_v T)^{-1/3}, \quad (11.80)$$

что позволяет найти верхнюю оценку дисперсии ошибки в оптимальной системе

$$\bar{D}_{e \min} = \bar{D}_e(K_{1h}^0 \chi) = \frac{1 + \chi^2(1 + \chi^2)}{2^{2/3}(\chi + \chi^{-1})^{2/3} \chi^2} D_1^{1/3} (S_v T)^{2/3}. \quad (11.81)$$

Аналогичное исследование для максимальной ошибки дает:

$$K_{1h}^0 = 2^{1/3} \cdot 3^{-2/3} (\chi^{1/2} + \chi^{-1/2})^{2/3} (g_M^{(1)})^{2/3} / (S_v T)^{1/3}; \quad (11.82)$$

$$e_{M \min} = e_M(K_{1h}^0 \chi) = \frac{3^{2/3}}{2^{1/3}} \frac{1 + \chi(1 + \chi)}{(1 + \chi)^{2/3} \chi^{2/3}} (g_M^{(1)} S_v T)^{1/3}. \quad (11.83)$$

Естественно, при $\chi \rightarrow 1$ формулы (11.80)—(11.83) вырождаются соответственно в (11.50)—(11.53). При $n = 2$ с учетом характеристики качества $J(K_2) = \bar{D}_e(K_2, \tau)$ запишем равенство (11.79) в виде

$$\begin{aligned} & \frac{4D_2\chi^3}{K_{2h}^2 d(4 - d/\chi)} + S_v T \sqrt{K_{2h}} \frac{1 + d/\chi}{2\sqrt{d}} = \\ & = \frac{4D_2}{K_{2h}^2 d\chi^3(4 - d\chi)} + S_v T \sqrt{K_{2h}} \frac{1 + d\chi}{2\sqrt{d}}, \end{aligned}$$

где $d = K_{2h}\tau^2$; $\chi \leq 4/d$.

Решение этого уравнения относительно K_{2h} позволяет получить

$$K_{2h}^0 = (\xi D_2)^{2/5} / (S_v T)^{2/5}, \quad (11.84)$$

где

$$\xi = 8[4\chi(\chi^4 + \chi^2 + 1) - d(\chi^4 + 1)(\chi^2 + 1)] / [\chi d^{3/2}(4\chi - d)(4 - d\chi)].$$

Тогда верхняя оценка дисперсии ошибки составит

$$\bar{D}_e(K_{2h}^0 \chi, \tau) = \left(\frac{4}{d\chi^3(4 - d\chi)} + \frac{\xi(1 + d\chi)}{2\sqrt{d}} \right) \xi^{-4/5} D_2^{1/5} (S_v T)^{4/5}. \quad (11.85)$$

Исследованию выражение (11.85), можно найти также зависимость оптимальных значений d от χ . Эта зависимость весьма слабая [77], что позволяет, следуя формуле (11.59), принять $d^0 = 3/2$, т. е. $\tau^0 = \sqrt{3/(2K_{2H}^0)}$.

В случае $\chi \rightarrow 1$ из выражений (11.84) и (11.85) получаем соответственно (11.55) и (11.57). При $n = 3$ методика исследования та же, но выкладки становятся более громоздкими.

Полученные формулы хорошо иллюстрируют то обстоятельство, что неопределенность в свойствах системы, как и неопределенность в свойствах воздействий, ухудшает достижимое качество управления. Однако в робастной системе, синтезированной с учетом указанной неопределенности, такое ухудшение можно минимизировать, что достигается, в частности, специальным выбором номинальных значений параметров по формулам вида (11.80), (11.82), (11.84). При выборе структуры робастной системы следует учитывать, что с повышением порядка системы повышается критичность показателя ее точности к нестабильности параметров. Это подтверждается, например, при сравнительном анализе формул (11.81) и (11.85).

11.5. СИНТЕЗ РОБАСТНЫХ НЕРЕКУРСИВНЫХ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ

Особенности постановки задачи. Известно, что задачи стационарной линейной фильтрации или прогнозирования решетчатого случайного процесса $g[n]$, наблюдаемого в смеси с аддитивной помехой $v[n]$, легко решаются при задании полной априорной информации о динамических свойствах этих процессов либо при представлении сигнала $g[n]$ в виде линейной комбинации известных функций со случайными квазипостоянными коэффициентами. Однако при этом отклонение реальных свойств воздействий от принятых моделей может привести к обесцениванию проведенного синтеза. Рассмотрим метод синтеза, свободный от указанного недостатка [78].

Пусть $g(t)$ — основная огибающая решетчатой функции $g[n] = g(t)|_{t=nT}$. Как и ранее, будем считать известными либо дисперсии нескольких производных этой огибающей $\{D_i\}_K^N$ вида (11.2), либо максимальные значения таких производных $\{g_m^{(i)}\}_K^N$. Помеху $v[n]$ считаем дискретным белым шумом, для которого в первом варианте задана дисперсия D_v , а во втором — максимальное значение $|v[n]| \leq v_m$. Пусть синтез проводится в классе нерекурсивных импульсных фильтров порядка m , т. е. наблюдаемый процесс $u[n] = g[n] + v[n]$ предполагается подвергнуть обработке вида

$$y[n] = \hat{g}[n+l] = b_0 u[n] + b_1 u[n-1] + \dots + b_m u[n-m], \quad (11.86)$$

где $y[n]$ — текущая выходная величина фильтра; l — интервал прогнозирования (при $l > 0$) (при $l = 0$ ставится задача фильтрации, при $l < 0$ — сглаживания (интерполяции)); m — характеризует допустимую сложность дискретного фильтра.

Требуется оптимальным образом выбрать коэффициенты $\{b_i\}_0^m$. Критерием оптимальности является минимизация верхней оценки дисперсии (в первом варианте) или максимального значения (во втором варианте) суммарной ошибки

$$e[n] = g[n+l] - \hat{g}[n+l] = e_g[n] + e_v[n]. \quad (11.87)$$

Здесь динамическая ошибка $e_g[n]$ и ошибка от помехи $e_v[n]$ с учетом формулы (11.86) определяются как

$$e_g[n] = g[n+l] - \sum_{i=0}^m b_i g[n-i]; \quad e_v[n] = - \sum_{i=0}^m b_i v[n-i].$$

Дисперсия и максимальное значение ошибки от некоррелированной помехи выражаются простыми формулами:

$$D_{ev} = (b_0^2 + b_1^2 + \dots + b_m^2) D_v; \quad e_{vM} = (|b_0| + |b_1| + \dots + |b_m|) v_M. \quad (11.88)$$

Для исследования динамической ошибки запишем соответствующую алгоритму (11.86) дискретную передаточную функцию для ошибки

$$H_e(z) = z^l - b_0 - b_1 z^{-1} - \dots - b_m z^{-m}, \quad (11.89)$$

связывающую z -изображения ошибки и входного сигнала соотношением $E_g(z) = H_e(z) G(z)$.

Перейдя в частотную область, из дискретной передаточной функции (11.89) получим частотную передаточную функцию $H_e(e^{j\omega T}) = H_e(z)|_{z=e^{j\omega T}}$, квадрат модуля которой после трудоемких преобразований можно представить в виде

$$\begin{aligned} |H_e(e^{j\omega T})|^2 &= 1 + \sum_{i=0}^m b_i^2 - 2 \sum_{i=0}^m b_i \cos(l+i)\omega T + \\ &+ 2 \sum_{v=1}^m \sum_{i=v}^m b_{i-v} b_i \cos v\omega T. \end{aligned} \quad (11.90)$$

Пусть коэффициенты некоторого полинома $C_{2N}(\omega) = \sum_{i=K}^N c_i \omega^{2i}$ выбраны так, что выполняется неравенство $C_{2N}(\omega) \geq |H_e(e^{j\omega T})|^2$ при $\omega \in [0, \infty)$. Тогда с учетом известных степенных моментов

спектральной плотности входного сигнала для дисперсии динамической ошибки получим

$$D_{eg} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |H_e(e^{j\omega T})|^2 S_g(\omega) d\omega \leqslant \\ \leqslant \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} C_{2N}(\omega) S_g(\omega) d\omega = \sum_{i=K}^N c_i D_i = \bar{D}_{eg}. \quad (11.91)$$

Оценка $\bar{D}_{eg}$ будет наиболее сильной, если коэффициенты $\{c_i\}_K^N$ удовлетворяют критерию $\sum_{i=K}^N c_i D_i \rightarrow \min$. Если период дискретности существенно меньше интервала корреляции сигнала $g(t)$, то оптимальные значения коэффициентов $\{c_i\}_K^N$ практически совпадают с коэффициентами разложения функции $|H_e(e^{j\omega T})|^2$ в ряд Маклорена по степеням ω^2 . Тогда

$$c_0 = 1 + \sum_{j=0}^m b_j (b_j - 2) + 2 \sum_{v=1}^m \sum_{j=v}^m b_{i-v} b_j; \\ c_i = (-1)^{i+1} \frac{2T^{2i}}{(2i)!} \left[\sum_{j=0}^m (i+j)^2 b_j - \sum_{v=1}^m \sum_{j=v}^m b_{j-v} b_j \right], \quad i = \overline{K, N}. \quad (11.92)$$

Дисперсия ошибки будет конечной только при равенстве нулю коэффициентов c_i с индексами $i < K$. Для коэффициента c_N формула (11.92) справедлива лишь при нечетном N . В общем случае для нахождения оптимальных значений коэффициентов $\{c_i\}_K^N$ следует использовать алгоритмы численного анализа, описанные в работе [16].

Выражения (11.88), (11.91) и (11.92) позволяют записать целевую функцию оптимизации коэффициентов $\{b_i\}_0^m$

$$\bar{D}_e(\{b_i\}_0^m) = \bar{D}_{eg}(\{b_i\}_0^m, \{D_i\}_K^N) + D_{ev}(\{b_i\}_0^m, D_v) \rightarrow \min \quad (11.93)$$

в явном виде и найти решение первого варианта задачи синтеза робастного фильтра аналитическими и численными методами.

В случае прогнозирования на один период дискретности при $l = 1$, $m = 1$, $N = K = 1$, $c_0 = (1 - b_0 - b_1)^2 = 0$ выражение (11.93) принимает вид $(2 - b_0)^2 T^2 D_1 + (2b_0^2 - 2b_0 + 1) D_v \rightarrow \min$, откуда

$$b_0^{\text{opt}} = (2T^2 D_1 + D_v) / (T^2 D_1 + 2D_v), \quad b_1^{\text{opt}} = 1 - b_0^{\text{opt}}. \quad (11.94)$$

При $D_v \rightarrow 0$ из (11.94) получим $b_0^{\text{opt}} = 2$, $b_1^{\text{opt}} = -1$; при $D_v \rightarrow \infty$ $b_0^{\text{opt}} = b_1^{\text{opt}} = 1/2$, что вполне соответствует физическому смыслу задачи.

Использование критерия минимума максимальной ошибки. Для исследования максимальной ошибки найдем выражение динамической составляющей ошибки в функции обратных разностей $\nabla g[n] = g[n] - g[n-1]$, $\nabla^2 g[n] = \nabla g[n] - \nabla g[n-1]$, ... Z-изображения обратной разности i -го порядка и входного сигнала связаны дискретной передаточной функцией $H_{\nabla^i}(z) = (1 - z^{-1})^i$, откуда при $i = 1$ можно выразить $z^{-1} = 1 - H_{\nabla^1}(z)$, что при подстановке в выражение (11.89) даст

$$H_e(z) = \{1 - b_0 [1 - H_{\nabla^1}(z)]^l - b_1 [1 - H_{\nabla^1}(z)]^{l+1} - \dots - b_m [1 - H_{\nabla^1}(z)]^{l+m}\} z^l. \quad (11.95)$$

Учитывая, что $[H_{\nabla^1}(z)]^l = H_{\nabla^l}(z)$, передаточной функции (11.95) сопоставим разностное уравнение

$$e_g[n-l] = \beta_0 g[n] + \beta_1 \nabla g[n] + \beta_2 \nabla^2 g[n] + \dots + \beta_{l+m} \nabla^{l+m} g[n], \quad (11.96)$$

где

$$\beta_0 = 1 - \sum_{j=0}^m b_j; \quad \beta_l = \frac{(-1)^{l+1}}{l!} \sum_{j=\max\{0, l-l\}}^m \frac{(l+j)! b_j}{(l+j-l)!},$$

$$i = \overline{1, l+m}. \quad (11.97)$$

Так как при ограниченных максимальных значениях производных непрерывного процесса $g(t)$ разности решетчатого процесса $g[n] = g(t)|_{t=nT}$ также ограничены соотношениями (11.8), то, положив $\beta_i = 0$ для $i < K$, из выражения (11.96) получим верхнюю оценку максимальной динамической ошибки в виде

$$e_{gM} \leq \sum_{i=K}^{l+m} |\beta_i| \nabla_M^i = \bar{e}_{gM}. \quad (11.98)$$

При $l+m = K$ и $l+m = K+1$, когда сумма в правой части неравенства (11.98) содержит не более двух членов, это неравенство обращается в равенство. При $l+m = K+2$ точная верхняя оценка в случае $\nabla_M^{K+2}/\nabla_M^{K+1} \geq \beta_K/\beta_{K+1}$ имеет вид

$$\bar{e}_{gM} = |\beta_K| \frac{2\nabla_M^K \nabla_M^{K+2} - (\nabla_M^{K+1})^2}{2\nabla_M^{K+2}} + |\beta_{K+1}| \nabla_M^{K+1} + |\beta_{K+2}| \nabla_M^{K+2}. \quad (11.99)$$

С использованием формул (11.88), (11.97)—(11.99) целевую функцию оптимизации коэффициентов $\{b_j\}_0^m$

$$\bar{e}_M(\{b_j\}_0^m) = \bar{e}_{gM}(\{b_j\}_0^m, \{\nabla_M^i\}_{K^m}^{l+m}) + e_{vM}(\{b_j\}_0^m, v_M) \rightarrow \min \quad (11.100)$$

можно записать в явном виде и найти решение второго варианта задачи синтеза численными методами.

В случае прогнозирования на один период дискретности при известных максимальных значениях разностей первого и второго порядков, когда $l = 1$, $m = 1$, $K = 1$, $N = 2$, $\beta_0 = 1 - b_0 - b_1 = 0$, выражение (11.100) принимает вид $|1 + b_1| \nabla_M + |b_1| \nabla_M^2 + (|b_0| + |b_1|) v_M \rightarrow \min$, откуда получим $b_0^{\text{opt}} = 2$, $b_1^{\text{opt}} = -1$ при $v_M \geq (\nabla_M - \nabla_M^2)/2$ и $b_0^{\text{opt}} = 1$, $b_1^{\text{opt}} = 0$ при $v_M \geq (\nabla_M - \nabla_M^2)/2$. Заметим, что при неизвестной максимальной величине разности второго порядка, когда можно положить $\nabla_M^2 = 2\nabla_M$, также получим $b_0^{\text{opt}} = 1$, $b_1^{\text{opt}} = 0$.

Г л а в а 12

РЕАЛИЗАЦИЯ МИКРОПРОЦЕССОРНЫХ УСТРОЙСТВ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

12.1. МИКРОПРОЦЕССОРНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ ИНФОРМАЦИИ

Общие сведения. Широкое использование микропроцессоров в системах автоматического управления выдвигает на первый план проблему их связи с объектами, состояние которых в большинстве случаев характеризуется непрерывными функциями времени. Поэтому в процессе использования и обработки таких функций важная роль отводится операции преобразования непрерывных (аналоговых) сигналов в цифровую форму и обратно. Это осуществляется при помощи аналого-цифровых и цифро-аналоговых преобразователей (АЦП и ЦАП). АЦП обеспечивают сопряжение источников аналоговых сигналов (например, чувствительных элементов систем управления, различных датчиков) с микропроцессорными устройствами обработки, а ЦАП предназначены в основном для вывода из процессора результатов обработки информации на управляемые объекты.

В системах автоматического управления используются следующие виды аналого-цифровых и цифроаналоговых преобразователей: «угол—код», «фаза—код», «напряжение—код», «время—код», «код—напряжение», «код—время» и др. Преобразователи «время—код» и «код—время» входят в цифровые устройства обработки сигналов систем управления, в которых источниками информации являются временные параметры электрического сигнала, например, в радиолокационных устройствах для измерения временных интервалов, характеризующих положение наблюдаемого объекта по дальности, для измерения частоты и фазы сигнала.

лов в автоматических радиолокационных системах слежения за скоростью и угловым положением наблюдаемого объекта и т. п. Принципы построения и функциональные схемы таких устройств подробно рассмотрены в п. 12.6.

Совершенно очевидно, что преимущества цифровых методов обработки информации в системах управления могут быть реализованы лишь в том случае, когда АЦП и ЦАП не вносят в эту обработку ограничений по точности и быстродействию. Эти ограничения удастся свести к минимуму при использовании интегральных преобразователей. Остановимся более подробно на рассмотрении АЦП и ЦАП типа «напряжение—код» и «код—напряжение», соответственно.

Идея построения цифроаналоговых преобразователей типа «код—напряжение» состоит в нахождении для каждого входного цифрового кода N однозначно связанной с ним выходной аналоговой величины U . Если на вход ЦАП подается код N , то выходное напряжение

$$U = \frac{U_{\max}}{N_{\max}} N, \quad (12.1)$$

где $U_{\max}$ — максимальное значение выходного напряжения преобразователя, соответствующее максимальному значению кода $N_{\max}$.

В ЦАП наибольшее распространение получили двоичные коды, для которых

$$N = a_0 2^0 + a_1 2^1 + \dots + a_{\alpha-1} 2^{\alpha-1} = \sum_{i=0}^{\alpha-1} a_i 2^i,$$

где a_i — разрядный коэффициент, который может принимать значение 0 или 1.

С учетом того, что максимальное значение кода из α разрядов $N_{\max} = 2^\alpha - 1$, можно преобразовать уравнение (12.1) к виду

$$U = U_{\max} \sum_{i=0}^{\alpha-1} \frac{2^i}{2^\alpha - 1} a_i = \sum_{i=0}^{\alpha-1} u_i a_i, \quad (12.2)$$

где $u_i = U_{\max} 2^i / (2^\alpha - 1) \approx U_{\max} k_i$; $k_i = 1/2^{\alpha-i}$.

Если код содержит знакомый разряд $a_{\text{зн}}$, определяющий полярность выходного напряжения преобразователя, то

$$U = a_{\text{зн}} \sum_{i=0}^{\alpha-1} u_i a_i. \quad (12.3)$$

Выражение (12.3) показывает, что преобразование «код—напряжение» заключается в суммировании напряжений u_i , пропорциональных весам k_i разрядов a_i входного цифрового кода.

Основными характеристиками ЦАП являются: статическая точность; быстродействие и динамический диапазон изменения преобразуемых величин, определяемые методом преобразования

цифрового кода в аналоговую величину. В зависимости от используемого метода преобразования различают параллельные, последовательные, с промежуточным преобразованием и комбинированные ЦАП. С учетом приведенных в работе [72] данных можно отметить, что наибольшим быстродействием при удовлетворительной точности обладают ЦАП параллельного типа. Наивысшую точность обеспечивают последовательные ЦАП. ЦАП с промежуточным преобразованием обладают высокой точностью, но не являются быстродействующими.

Преобразователи «код—напряжение» параллельного типа. В подавляющем большинстве выпускаемые в настоящее время преобразователи «код—напряжение» являются преобразователями параллельного типа.

Запишем выражение (12.2) в виде

$$U = R \sum_{i=0}^{\alpha-1} a_i I_i = R I_{\Sigma},$$

где R — эталонное сопротивление, $I_i = U_{\max}/2^{\alpha-i-1}$ — эталонный ток, соответствующий весу i -го разряда.

Таким образом, в основу принципа преобразования «код—напряжение» можно положить суммирование эталонных токов I_i .

Суммирование токов, как правило, производится в операционном усилителе, напряжение на выходе которого пропорционально входному коду N . Эталонные токи могут формироваться как резистивными матрицами, так и активными делителями (генераторами) опорных токов. Резистивные матрицы подразделяются на матрицы с весовыми резисторами и с резистивной сеткой $R-2R$.

Схема параллельного преобразователя «код—напряжение» с резистивной матрицей на весовых резисторах, сопротивления которых R_i совместно с источником эталонного напряжения U_0 определяют эталонные токи, приведена на рис. 12.1. Суммирование

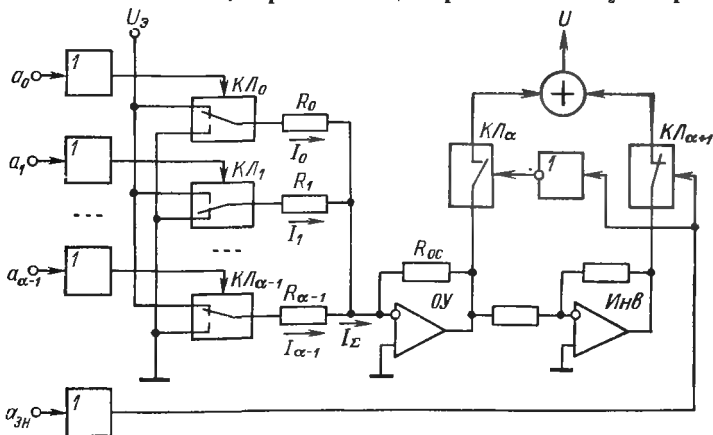


Рис. 12.1. Параллельный ЦАП с резистивной матрицей на весовых сопротивлениях

токов осуществляется в операционном усилителе ОУ. Сопротивления резисторов задаются следующим образом: $R_i = R2^{\alpha-i-1}$. При появлении единицы в i -м разряде входного цифрового кода ключ $КЛ_i$ открывается и ток от источника эталонного напряжения U_a через соответствующий резистор R_i подается на вход операционного усилителя.

Таким образом, ток, втекающий в суммирующую точку операционного усилителя, зависит от значения входного кода и определяется формулой

$$I_{\Sigma} = \sum_{i=0}^{\alpha-1} \frac{U_a}{R_i} a_i = \frac{U_a}{2^{\alpha-1}R} \sum_{i=0}^{\alpha-1} 2^i = \frac{U_a}{2^{\alpha-1}R} N.$$

Операционный усилитель преобразует ток I_{Σ} в выходное напряжение

$$U = R_{oc} I_{\Sigma} = \frac{U_a R_{oc}}{2^{\alpha-1}R} N,$$

где R_{oc} — сопротивление обратной связи усилителя.

Для преобразования значения знакового разряда $a_{\text{зн}}$ в полярность выходного напряжения ЦАП используются инвертор $Инв$, пара ключей $КЛ_{\alpha}$ и $КЛ_{\alpha+1}$ и сумматор. При преобразовании отрицательного числа ($a_{\text{зн}} = 1$) срабатывает ключ $КЛ_{\alpha+1}$ и выходной сигнал операционного усилителя через инвертор подается на вход сумматора; при преобразовании положительного числа ($a_{\text{зн}} = 0$) через замкнутый ключ $КЛ_{\alpha}$ выходной сигнал операционного усилителя непосредственно поступает на выход преобразователя. Анализ погрешностей, вносимых элементами схемы в работу ЦАП с весовыми резисторами, выполнен в [6].

Основными недостатками рассмотренного ЦАП являются широкий диапазон номиналов сопротивлений резистивной матрицы и значительная общая сумма сопротивлений всех весовых резисторов.

Большое распространение получили цифроаналоговые преобразователи с резистивной сеткой $R - 2R$, в которой используются резисторы только двух номиналов: R и $2R$. Схема ЦАП с резистивной сеткой $R - 2R$ приведена на рис. 12.2.

Использование в преобразователе резисторов только двух номиналов дает существенные технологические преимущества, упрощает практическую реализацию преобразователя, особенно при большой его разрядности, когда требуется высокая точность подбора сопротивлений. Как правило, резистивные сетки $R - 2R$ выпускаются в интегральном исполнении. При разработке преобразователей «код—напряжение» большое внимание уделяется обеспечению высокого быстродействия. Время преобразования в ЦАП ограничивается быстродействием ключей, временем заряда и перезаряда паразитных емкостей резистивных матриц, а также частотными свойствами операционных усилителей. Повысить бы-

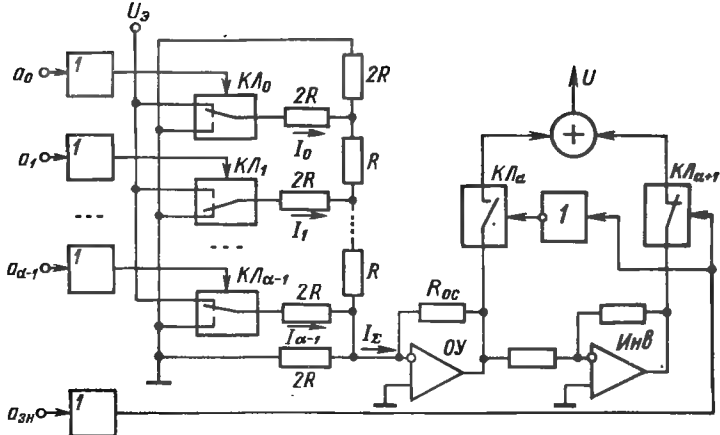


Рис. 12.2. Параллельный ЦАП с резистивной сеткой $R - 2R$

быстродействие можно путем уменьшения сопротивлений резисторов. Однако при этом существенно возрастает нагрузка на источник эталонного напряжения. Значительное увеличение быстродействия достигается использованием обращенных преобразователей [27].

В значительной степени статическая точность параллельных ЦАП зависит от погрешностей, связанных с различием эталонных токов I_i отдельных разрядов. Для устранения этих погрешностей используются параллельные ЦАП с источниками равных токов в разрядах [27].

Последовательные преобразователи типа «код—напряжение» находят широкое применение в тех случаях, когда входной цифровой код поступает последовательно (например, по однопроводной линии связи) или когда внешнее устройство, подключенное к ЦАП, имеет большую постоянную времени. ЦАП последовательного типа по сравнению с параллельными отличаются простотой схемной реализации, но обладают значительно меньшим быстродействием. Последовательные ЦАП работают по принципу последовательного поразрядного преобразования входного кода в напряжение, его запоминания и последующего сложения напряжений, соответствующих значениям отдельных разрядов кода. Из данного типа ЦАП на практике наиболее широко применяются ЦАП со схемами выборки и хранения, а также циклические преобразователи [6, 27].

В состав цифроаналоговых преобразователей «код—напряжение» входят непрерывные и цифровые элементы. Цифровые элементы (счетчики, регистры, триггеры и т. д.) управляют процессом преобразования и могут быть реализованы на интегральных микросхемах серий К155, 133, 130, 530, 100, 500 и др. Непрерывные элементы (электронные ключи, источники эталонных токов и

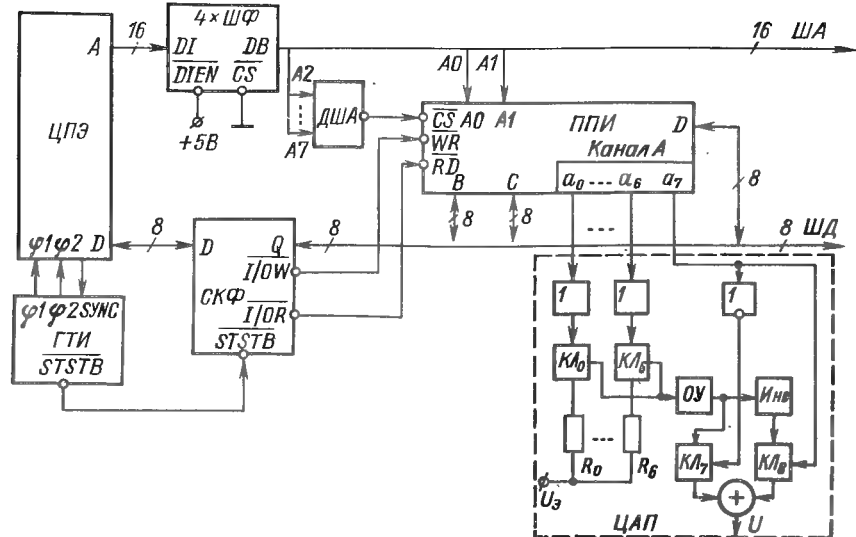


Рис. 12.3. Микропроцессорный ЦАП с программным выводом

напряжений, усилители, схемы выборки и хранения и т. д.) могут строиться на гибридных микросхемах серий 572, 594, 252 и др. Функционально полный набор микросхем для построения непрерывных частей ЦАП содержит серия 252: преобразователь напряжения 252ПН1, коммутатор токов 252КТ1, блок операционных усилителей 252УДЗА,Б, блок компараторов 252СА1, собственно 8-разрядные преобразователи положительных и отрицательных токов 252ПА1 и 252ПА2, 10-разрядный преобразователь отрицательных токов 252ПА3.

Микропроцессорные цифроаналоговые преобразователи. При создании микропроцессорного преобразователя «код—напряжение» для вывода из микропроцессора цифрового кода могут применяться как параллельные, так и последовательные интерфейсные устройства. В ЦАП повышенного быстродействия целесообразно использовать параллельные интерфейсы, такие, как шинные формирователи типа К589АП16, К589АП26, многорежимный буферный регистр типа К589ИР12 или параллельный периферийный интерфейс типа КР580ВВ55, подробное описание которых дано в главах 3 и 4. При этом вывод цифрового кода из микропроцессора осуществляется либо по инициативе микропроцессора (программный вывод), либо по запросу внешнего устройства в режиме прерываний.

Схема 7-разрядного микропроцессорного параллельного ЦАП с программным выводом кода через БИС параллельного периферийного интерфейса ППИ типа КР580ВВ55 приведена на рис. 12.3. В данную схему включены лишь те блоки и связи, которые принципиально необходимы для реализации процесса

преобразования информации, а именно: центральный процессорный элемент ЦПЭ типа КР580ИК80А, генератор тактовых импульсов ГТИ типа КР580ГФ24, системный контроллер и шинный формирователь СКФ типа КР580ВК28, шинные формирователи типа К589АП16, параллельный периферийный интерфейс ППИ типа КР580ВВ55, параллельный 7-разрядный ЦАП с резистивной матрицей на весовых сопротивлениях и дешифратор адреса ДША. Описание центрального процессорного элемента, генератора тактовых импульсов, системного контроллера и шинного формирователя приведено в гл. 3. Интерфейс в рассматриваемой схеме выступает по отношению к микропроцессору как внешнее устройство с номером, который дешифрируется в дешифраторе адреса ДША, и тем самым формируется сигнал выборки БИС интерфейса $\overline{CS}$. Младшие адресные линии A_0 и A_1 шины адреса подключаются к одноименным входам интерфейса и адресуют его каналы A , B и C . Системные управляющие сигналы вывода информации во внешнее устройство $\overline{I/O\overline{W}}$ и ввода информации из внешнего устройства $\overline{I/O\overline{R}}$, снимаемые с системного контроллера и шинного формирователя, подводятся соответственно ко входам записи $\overline{WR}$ и чтения $\overline{RD}$ интерфейса и определяют направление передачи информации. Фиксация слова состояния микропроцессора для формирования системных управляющих сигналов $\overline{I/O\overline{R}}$ и $\overline{I/O\overline{W}}$ осуществляется системным контроллером по сигналу $\overline{STSTB}$, снимаемому с генератора тактовых импульсов.

Вывод информации из микропроцессора происходит через канал A интерфейса по команде вывода OUT , второй байт которой является адресом канала A . Канал A программируется в режим 0 на вывод информации. При этом линии a_0 — a_6 канала A содержат код выводимого числа, а линия a_7 — знак числа. Линии a_0 — a_7 непосредственно подключаются к соответствующим входам ЦАП.

После прохождения команды OUT на выходе ЦАП появляется напряжение, однозначно соответствующее коду выводимого числа.

Схема 7-разрядного микропроцессорного ЦАП параллельного типа с выводом информации по запросу внешнего устройства ВУ приведена на рис. 12.4. Вывод цифрового кода осуществляется через канал A интерфейса ППИ типа КР580ВВ55, установленный в режим стробируемой передачи с подтверждением вывода информации. Инициирование БИС интерфейса осуществляется по входу $\overline{CS}$ сигналом с дешифратора адреса ДША. Линии c_6 , c_7 канала C интерфейса используются для передачи сигналов управления. Ввод в микропроцессор стартового адреса прерывающей программы происходит через многорежимный буферный регистр МБР типа К589ИР12, на входной шине данных которого установлен код операции RST « $OUTP$ ». Для вывода цифрового кода из микропроцессора внешнее устройство посылает сигнал запроса прерывания INT на вход STB регистра МБР, который

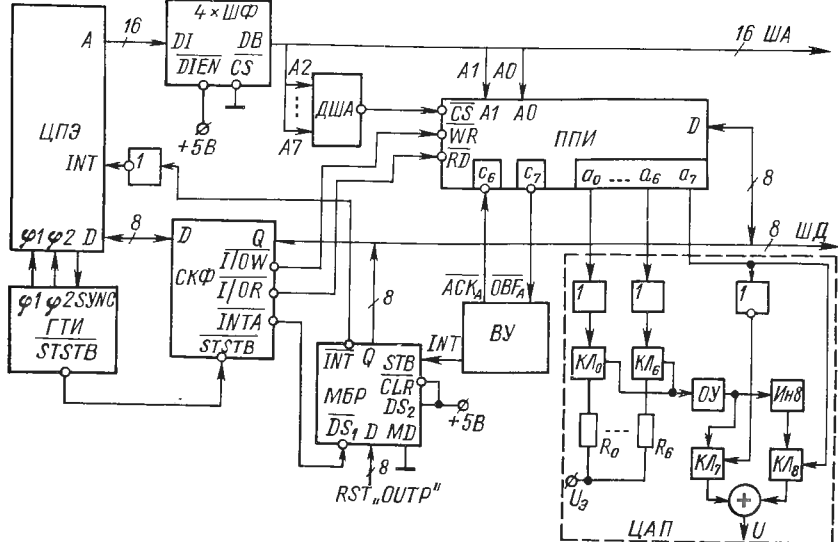


Рис. 12.4. Микропроцессорный ЦАП с выводом цифрового кода по запросу прерывания

на своем выходе $\overline{INT}$ устанавливает нулевой уровень. Сигнал запроса прерывания $\overline{INT}$ с регистра через инвертор поступает на вход INT центрального процессорного элемента ЦПЭ. Если режим прерывания программно предусмотрен, то на выходе $\overline{INTA}$ системного контроллера $СКФ$ устанавливается нулевой уровень, который инициирует регистр $МБР$ по входу $\overline{DS}_1$. В результате регистр передает на шину данных $ШД$ код операции RST и микропроцессор входит в прерывающую программу. По команде OUT , записанной в подпрограмме обработки прерывания, микропроцессор сигналом вывода информации $\overline{I/O\overline{W}}$ переписывает байт данных из аккумулятора в регистр канала A интерфейса $ППИ$. Цифровой код с выхода канала A поступает в параллельный $ЦАП$ и преобразуется в аналоговый сигнал U . Одновременно с выводом в канал A интерфейса байта информации на линии c_7 формируется сигнал готовности канала A к выводу информации $\overline{OBF}_A$. В ответ на этот сигнал внешнее устройство сбрасывает сигнал запроса прерывания $\overline{INT}$ и на линию c_6 интерфейса выдает сигнал подтверждения вывода $\overline{ACK}_A$, по которому интерфейс снимает сигнал $\overline{OBF}_A$, разрешая вывод из микропроцессора нового байта информации по очередному запросу внешнего устройства.

Рассмотренные цифроаналоговые преобразователи находят широкое использование при построении различных аналого-цифровых преобразователей типа «напряжение—код». По методу преобразования аналоговой величины в цифровой код $АЦП$ делят

на последовательные, параллельные, с промежуточным преобразованием и комбинированные. Из перечисленных преобразователей наивысшим быстродействием при хороших точностных характеристиках обладают параллельные АЦП. Наивысшую точность обеспечивают последовательные преобразователи.

Последовательные аналого-цифровые преобразователи «напряжение—код». Данные преобразователи делятся на АЦП последовательного приближения, со ступенчатым пилообразным напряжением, следящие, конвейерные и АЦП, построенные по методу последовательного счета [6, 27].

Принцип работы АЦП последовательного приближения основан на последовательном делении входного напряжения на эталонное напряжение, определяемое весом старшего разряда, затем полученного остатка — на эталонное напряжение, определяемое весом следующего разряда и т. д. до получения α -разрядного цифрового кода.

Наиболее широкое распространение на практике получили АЦП со ступенчатым пилообразным напряжением и следящие АЦП, реализующие принцип последовательного счета. На рис. 12.5 приведена схема АЦП со ступенчатым пилообразным напряжением. Принцип действия преобразователя заключается в следующем. Импульсом начала преобразования t_n сбрасывается счетчик СТ и устанавливается R—S триггер Т, разрешающий поступление импульсов с генератора тактовой частоты ГТЧ на вход С счетчика. По мере поступления импульсов счетчик на своем выходе формирует ступенчатый нарастающий код, который в параллельном ЦАП преобразуется в ступенчатое пилообразное напряжение U_k с шагом ΔU . В момент времени t_k , когда входной сигнал $U_{вх} < U_k$, срабатывает компаратор К, сбрасывающий по входу R триггер Т и прекращающий поступление импульсов на счетчик. Процесс преобразования заканчивается. Цифровой код счетчика СТ является цифровым аналогом входного сигнала. Для преобразования разнополярных входных сигналов используется компаратор знака $K_{зн}$, формирующий знаковый разряд $a_{зн}$ и инвертирующий входной код и полярность выходного напряжения U_k преобразователя «код—напряжение» при изменении полярности входного сигнала. Недостатком рассмотренного преобразователя является низкое быстродействие.

Значительное увеличение быстродействия достигается в АЦП следящего типа, в которых осуществляется сравнение преобразуемого

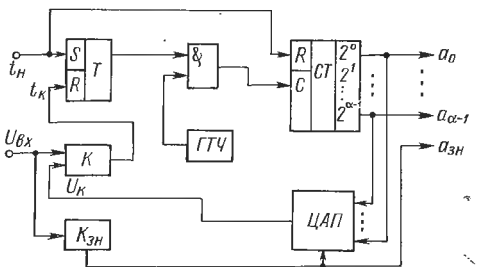
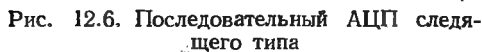


Рис. 12.5. Последовательный АЦП со ступенчатым пилообразным напряжением



Структурная схема следящего АЦП с преобразованием разнополярного входного сигнала приведена на рис. 12.6. В состав преобразователя входит реверсивный счетчик, который управляется компаратором K и выполняет суммирование или вычитание импульсов генератора тактовой частоты. Для преобразования двуполярных входных сигналов используется знаковый компаратор $K_{зн}$, инвертирующий, как и в предшествующем случае, входной код и полярность выходного напряжения ЦАП при изменении полярности входного сигнала. Другие типы последовательных аналого-цифровых преобразователей рассмотрены в работе [6].

Схема параллельного АЦП биполярных сигналов приведена на рис. 12.7. Резистивными делителями, содержащими по 2^{α} резисторов с одинаковыми сопротивлениями R , и двумя эталонными напряжениями $+U_0$ и $-U_0$ формируются $2(2^{\alpha} - 1)$ пороговых уровней U_{ni} , перекрывающих весь возможный диапазон изменения входного сигнала $\pm U_{\text{вх}}^{\text{max}}$. В исходном состоянии на выходах всех компараторов устанавливается уровень логической

единицы. При $U_{\text{вх}} > 0$ и $U_{n+1} > U_{\text{вх}} > U_{n1}$ срабатывают компараторы $K_0^+, \dots, K_1^+$. В результате на выходах компараторов $K_0^+, \dots, K_1^+$ устанавливается нулевой уровень, а на выходах остальных компараторов остается уровень логической единицы. Следовательно, компараторы $K_0^+, \dots, K_{\alpha-1}^+$ формируют код $n_1 = 11 \dots 1100 \dots 0$, а компараторы $K_0^-, \dots, K_{\alpha-1}^-$ — $n_2 = 11 \dots 1111 \dots 1$. На выходах логических элементов И—НЕ устанавливается нормальный единичный код $n_3 = 00 \dots 0011 \dots 1$, который является инверсией кода n_1 . Для отрицательного входного напряжения на выходах логических элементов И—НЕ образуется нормальный единичный код, который является инверсией кода n_2 .

Шифратором *CD* нормальные единичные коды преобразуются в двоичные коды. Знак преобразуемой величины задается напряжением, снимаемым с компаратора знака $K_{\text{зн}}$. В рассмотренной схеме отрицательным значениям $U_{\text{вх}}$ соответствует $a_{\text{зн}} = 1$, положительным — $a_{\text{зн}} = 0$. Схемные решения и принцип работы последовательно-параллельных аналого-цифровых преобразователей изложены в работах [6, 27].

В состав аналого-цифровых преобразователей «напряжение—код» входят как цифровые, так и непрерывные элементы. Цифровые элементы (счетчики, регистры, триггеры и т. д.) управляют процессом преобразования в соответствии с принятым алгоритмом и аналогично схемам *ЦАП* могут быть реализованы на интегральных микросхемах серий К155, 133, 130, 530, 100, 500 и др. Для построения непрерывных узлов *АЦП* можно использовать гибридные микросхемы серий 228, 240, 265, 250. Серия 240 содержит функционально полный набор интегральных микросхем для построения 10-разрядных *АЦП* с диапазоном входных напряжений ± 5 В и со временем преобразования 100 мкс. В состав 240 серии входят компаратор напряжения 240СА1, операционный усилитель 240УД1, аналоговый ключ 240КН1А,Б, ключ эталонного напряжения 240КН2, 4-разрядный коммутатор 240КН3, стабилизатор напряжения 240 ЕН1. Комплект *БИС* серии 240 может быть дополнен резистивной матрицей типа 301НС1. Другим набором интегральных микросхем, предназначенным для построения *АЦП*, является серия 252, состав которой приведен выше.

Микропроцессорные аналого-цифровые преобразователи. При построении микропроцессорного аналого-цифрового преобразователя «напряжение—код» ввод информации в микропроцессор может осуществляться как по инициативе собственно микропроцессора, так и по запросу внешнего устройства. При этом для последовательных *АЦП* цифровой код, соответствующий ступенчатому пилообразному напряжению, формируется либо программно микропроцессором и выводится через интерфейсное устройство в *ЦАП*, либо формируется отдельным счетчиком, что резко повышает скорость преобразования.

входного сигнала. На этом процесс преобразования завершается. Время преобразования в данном микропроцессорном АЦП приблизительно равно 2 мс. Оно сокращается в среднем на порядок в АЦП следящего типа. Дальнейшее повышение быстродействия микропроцессорных АЦП достигается применением микропроцессорных комплектов БИС серий К589, 585, выполненных на диодах Шотки.

Схема параллельного микропроцессорного аналого-цифрового преобразователя со считыванием информации по запросу прерывания от внешнего устройства ВУ представлена на рис. 12.9. Для ввода в микропроцессор цифрового кода с аналого-цифрового преобразователя используется параллельный периферийный интерфейс ППИ типа КР580ВВ55, в котором линии $a_0, \dots, a_6$ канала А непосредственно соединены с одноименными выходами параллельного АЦП. Знаковый разряд АЦП подключен к линии a_7 интерфейса. Ввод информации с АЦП в микропроцессор производится в режиме прерывания. При этом интерфейс ППИ программируется в режим 1 с вводом информации по каналу А. Многорежимный буферный регистр МБР используется для передачи в микропроцессор кода операции RST, содержащей стартовый адрес прерывающей программы «INP». В рассматриваемом устройстве интерфейс ППИ и регистр МБР имеют типовое включение.

Данный микропроцессорный АЦП работает следующим образом. Внешнее устройство ВУ посылает импульс строга на схему выборки и хранения СВХ, которая за время действия строга берет выборку непрерывного входного сигнала $U_{вх}$ и запоминает его значение на время преобразования. В результате на ли-

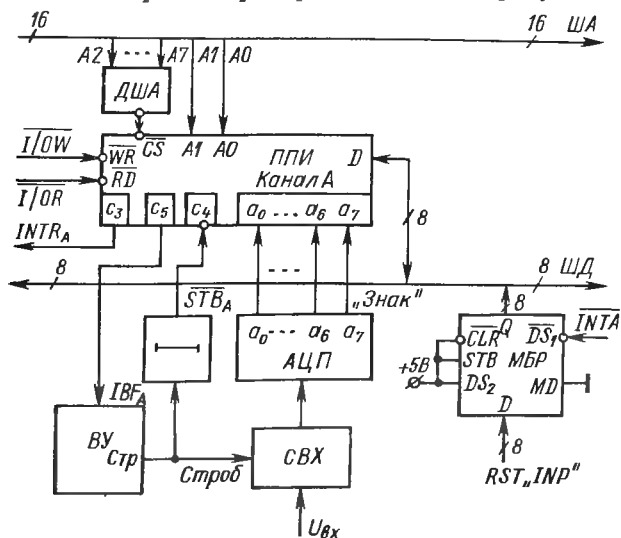


Рис. 12.9. Параллельный микропроцессорный АЦП.

ниях $a_0, \dots, a_7$ АЦП появляется цифровой код, однозначно определяющий выборку входного сигнала. Одновременно импульс строга подается на схему задержки, которая задерживает импульс на время, большее времени преобразования сигнала в АЦП. Задержанный импульс в виде строга приема информации $\overline{STB}_A$ поступает на линию c_4 интерфейса ППИ. По этому сигналу интерфейс переписывает байт информации с выхода АЦП в регистр канала A . Одновременно с линии c_3 на вход INT микропроцессора поступает сигнал запроса прерывания $INTR_A$, а с линии c_5 на внешнее устройство выдается сигнал подтверждения приема IBF_A каналом A информации с АЦП. При этом микропроцессор входит в режим прерывания и сигналом $\overline{INTA}$ с системного контроллера и шинного формирователя инициирует регистр МБП по входу $\overline{DS}_1$. В результате регистр передает код операции RST , содержащей стартовый адрес прерывающей программы « INP ». В цикле обработки прерывания микропроцессор считывает в аккумулятор байт информации из канала A интерфейса и сбрасывает с линии c_3 сигнал запроса прерывания $INTR_A$, а с линии c_5 — сигнал подтверждения приема IBF_A . Снятие сигнала IBF_A завершает цикл преобразования входного сигнала в цифровой код.

12.2. ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ ЦИФРОВЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Общие сведения. Рассматривается задача дифференцирования цифровой последовательности $g[n]$, являющейся результатом квантования по уровню и дискретизации по времени с периодом T непрерывной функции времени $g(t)$.

Целью ее является нахождение алгоритмов цифрового дифференцирования, сравнительно легко реализуемых на базе микропроцессоров и дающих наибольшее приближение к производной непрерывной функции времени $dg(t)/dt$ в цифровой форме $\dot{g}[n]$ [14].

Представление оператора $p = \ln z/T$ степенными рядами дает несколько алгоритмов цифрового дифференцирования, из которых наиболее приемлемым с точки зрения микропроцессорной реализации является следующий:

$$p = \frac{1}{T} \left[(1 - z^{-1}) + \frac{1}{2} (1 - z^{-1})^2 + \frac{1}{3} (1 - z^{-1})^3 + \dots \right], \quad (12.4)$$

где $z = \exp(pT)$.

Реализация алгоритма (12.4) на базе микропроцессорных устройств не встречает трудностей, поскольку в данном случае для вычисления значений $\dot{g}[n]$ необходимо знать предыдущие значения обрабатываемой функции $g[n]$, которые хранятся в ОЗУ микропроцессорного устройства.

В практических задачах в выражении (12.4) можно использовать только ограниченное число членов ряда. Для определения

условий сходимости ряда (12.4) сделаем подстановку $z = \exp(j\omega T)$, где ω — круговая частота дифференцируемого гармонического процесса. Достаточным условием сходимости рассматриваемого ряда является

$$|(1 - z^{-1})| = |(1 - e^{-j\omega T})| = \left| 2 \sin \frac{\omega T}{2} \right| < 1. \quad (12.5)$$

Отсюда находим условие для наивысший круговой частоты дифференцируемого процесса

$$\omega < \pi/3T. \quad (12.6)$$

Условие (12.6) выполняется практически всегда, так как необходимость дифференцирования процессов с частотой $\omega > \pi/3T$ маловероятна.

Алгоритмы дифференцирования. В формуле (12.4) оператор $(1 - z^{-1})^k$ соответствует взятию обратных разностей $\nabla^k g[n]$. В результате для первой производной при использовании ограниченного числа членов ряда (12.4) имеем

$$\dot{g}_m[n] = \left(\nabla g[n] + \frac{1}{2} \nabla^2 g[n] + \frac{1}{3} \nabla^3 g[n] + \dots + \frac{1}{m} \nabla^m g[n] \right) T^{-1}. \quad (12.7)$$

Для получения второй производной необходимо использовать оператор p^2 . Тогда из (12.4) можно получить

$$\ddot{g}_m[n] = \left(\nabla^2 g[n] + \nabla^3 g[n] + \frac{11}{12} \nabla^4 g[n] + \dots + \frac{2}{m} \sum_{i=1}^{m-1} \frac{1}{i} \nabla^m g[n] \right) T^{-2}. \quad (12.8)$$

В формулах (12.7), (12.8) обратные разности имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \nabla g[n] &= g[n] - g[n-1]; \\ \nabla^2 g[n] &= g[n] - 2g[n-1] + g[n-2]; \\ \nabla^3 g[n] &= g[n] - 3g[n-1] + 3g[n-2] - g[n-3]. \end{aligned} \right\} \quad (12.9)$$

При учете (12.9) формула для первой производной записывается следующим образом:

$$\dot{g}_m[n] = T^{-1} \sum_{i=0}^m (-1)^i \sum_{k=1}^m \frac{1}{k} C_k^i g[n-i] = T^{-1} \sum_{i=0}^m a_i g[n-i]. \quad (12.10)$$

$$\text{Здесь } a_i = (-1)^i \sum_{k=1}^m \frac{1}{k} C_k^i,$$

где C_k^i — биномиальные коэффициенты, причем $C_k^i = 0$, если $i > k$.

Аналогичным образом для второй производной может быть получена формула

$$\begin{aligned}\ddot{g}_M[n] &= T^{-2} \sum_{j=0}^m (-1)^j \sum_{k=2}^m \frac{2}{k} C_k^j \sum_{i=1}^{k-1} \frac{1}{i} g[n-j] = \\ &= T^{-2} \sum_{j=0}^m b_j g[n-j].\end{aligned}\quad (12.11)$$

Здесь $b_j = (-1)^j \sum_{k=2}^m \frac{2}{k} C_k^j \sum_{i=1}^{k-1} \frac{1}{i}$,

где C_k^j — биномиальные коэффициенты, причем $C_k^j = 0$, если $j > k$.

Методические ошибки дифференцирования. Среднеквадратичная ошибка определения производной случайного стационарного сигнала $g(t)$ в дискретные моменты времени $t = nT$ может быть найдена через математическое ожидание квадрата разности между действительным значением производной $\dot{g}[n]$ и машинным значением $\dot{g}_M[n]$, вычисленным по формуле (12.10)

$$\begin{aligned}\sigma_M^2 &= M \left\{ \left(\dot{g}[n] - T^{-1} \sum_{i=0}^m a_i g[n-i] \right)^2 \right\} = -\ddot{K}[0] - \\ &- \frac{2}{T} \sum_{i=0}^m a_i \dot{K}[iT] + \frac{2}{T^2} \sum_{i=0}^{m-j} \sum_{j=1}^m a_i a_{i+j} K[jT] + \frac{1}{T^2} \sum_{i=0}^m a_i^2 K[0],\end{aligned}\quad (12.12)$$

где $K(\tau)$ — корреляционная функция сигнала $g(t)$; $\ddot{K}(\tau)$ — корреляционная функция производной сигнала $\dot{g}(t)$; $\dot{K}(\tau)$ — взаимная корреляционная функция сигнала и его производной.

Относительная среднеквадратичная ошибка

$$\Delta_M = \sigma_M / \sigma_{\dot{g}}. \quad (12.13)$$

Выражения (12.12), (12.13) позволяют выбирать период дискретизации T по заданному значению методической ошибки при известном значении числа учитываемых обратных разностей или определять необходимое значение m при заданном значении периода дискретности. Так, для сигнала типа нерегулярной морской качки с корреляционными функциями:

$$K(\tau) = D_g e^{-\mu|\tau|} \left(\cos \beta \tau + \frac{\mu}{\beta} \sin \beta |\tau| \right);$$

$$\dot{K}(\tau) = -\frac{D_g}{\beta} (\mu^2 + \beta^2) e^{-\mu|\tau|} \sin \beta |\tau|;$$

$$\ddot{K}(\tau) = -D_g (\mu^2 + \beta^2) e^{-\mu|\tau|} \left(\cos \beta \tau - \frac{\mu}{\beta} \sin \beta |\tau| \right)$$

дисперсия ошибки вычисления первой производной по первой разности ($m = 1$, $a_0 = 1$, $a_1 = -1$) имеет вид

$$\sigma_m^2 = D_g (\mu^2 + \beta^2) - \frac{2D_g}{T} \frac{\mu^2 + \beta^2}{\beta} e^{-\mu T} \sin \beta T + \\ + \frac{2D_g}{T^2} \left[1 - e^{-\mu T} \left(\cos \beta T + \frac{\mu}{\beta} \sin \beta T \right) \right],$$

где β — преобладающая частота; μ — коэффициент нерегулярности; D_g — дисперсия входного сигнала; $D_g (\mu^2 + \beta^2)$ — дисперсия скорости изменения входного сигнала.

В качестве иллюстрации приведены требуемые значения периода дискретности при $\beta = 1$ рад/с и требуемом значении $\Delta_m = 0,001 = 0,1 \%$:

m	1	2	3	4
T , с	0,002	0,055	0,159	0,266

Весьма важен случай дифференцирования входного сигнала гармонического вида. К этому случаю могут быть сведены многие практические задачи. Пусть рассматривается сигнал вида $g(t) = A \sin(\beta t + \psi)$ с амплитудой A , частотой β и с равномерно распределенной на интервале $0-2\pi$ случайной фазой ψ . Для этого сигнала имеем:

$$\sigma_g^2 = D_g = 0,5A^2; \quad \sigma_{\dot{g}}^2 = 0,5\beta^2 A^2; \quad K(\tau) = 0,5A^2 \cos \beta \tau;$$

$$\dot{K}(\tau) = -0,5\beta A^2 \sin \beta \tau; \quad \ddot{K}(\tau) = -0,5\beta^2 A^2 \cos \beta \tau.$$

Нетрудно показать, что при дифференцировании данного сигнала методические погрешности для $\beta T \ll 1$ можно определить приближенными формулами:

$$\sigma_m^2 \approx \frac{A^2 \beta^2 (m+1) T^{2m}}{2(m+1)^2}; \quad \Delta_m = \frac{\sigma_m}{\sigma_{\dot{g}}} = \frac{\sigma_m^{\max}}{\dot{g}_{\max}} \frac{\beta^m T^m}{m+1}. \quad (12.14)$$

Таким образом, если заданы величины Δ_m и m , то период дискретности должен удовлетворять условию

$$T \leq \frac{1}{\beta} \sqrt[m]{(m+1) \Delta_m}. \quad (12.15)$$

Приближенную оценку можно распространить на случай сигнала с произвольной формой. Если непрерывный входной сигнал имеет $(m+1)$ производных, а в алгоритме дифференцирования используются m обратных разностей, то погрешности дифференцирования от отбрасывания не равной нулю $(m+1)$ -й обратной разности имеют вид:

$$\sigma_m^2 \approx \frac{\sigma_{m+1}^2 T^{2m}}{(m+1)^2}; \quad \Delta_m \approx \frac{\sigma_{m+1} T^m}{(m+1) \sigma_{\dot{g}}}, \quad (12.16)$$

где σ_{m+1} — среднеквадратичное значение $(m+1)$ -й производной входного сигнала; $\sigma_{\dot{g}}$ — среднеквадратичное значение его первой производной.

Рассмотрим вопрос получения микропроцессорным устройством второй производной входного сигнала. Алгоритмы дифференцирования в этом случае определяются формулами (12.8) и (12.11).

Определим методическую ошибку дифференцирования. Как и в случае получения первой производной, если входной сигнал имеет конечное число производных l , то максимальный порядок обратной разности в (12.8) должен быть $m = l$. Тогда методическая ошибка, связанная с дискретизацией во времени, будет равна нулю. При $m < l$ появляется методическая ошибка. При дифференцировании, например, морской качки $l \rightarrow \infty$. Поэтому методическая ошибка дифференцирования здесь будет существовать всегда.

Аналогично случаю взятия первой производной погрешности получения в цифровой форме второй производной от стационарного входного сигнала $g(t)$ имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_M^2 &= M \{(\ddot{g}[n] - \ddot{g}_M[n])^2\} = K_2[0] + 2T^{-2} \sum_{i=0}^m b_i K_1[iT] + \\ &+ 2T^{-4} \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=1}^m b_i b_{i+j} K[jT] + T^{-4} \sum_{i=0}^m b_i^2 K[0]; \\ \Delta_M &= \frac{\sigma_M}{\sigma_{\ddot{g}}} = \frac{\sigma_M}{\sqrt{K_2[0]}}, \end{aligned} \right\} \quad (12.17)$$

где $K_2(\tau)$ — корреляционная функция второй производной сигнала $\ddot{g}(t)$; $K_1(\tau)$ — взаимная корреляционная функция входного сигнала и его второй производной.

Приближенные формулы погрешностей двойного дифференцирования гармонического сигнала $g(t) = A \sin(\beta t + \psi)$ со случайной начальной фазой ψ при $\beta T \ll 1$ записываются следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_M^2 &\approx \frac{A^2 \beta^6 T^2}{2}; \quad \sigma_M = \frac{A \beta^3 T}{\sqrt{2}}; \\ \sigma_M^{\max} &\approx A \beta^3 T; \quad \Delta_M = \sigma_M / \sigma_{\ddot{g}} = \sigma_M^{\max} / \ddot{g}_{\max} \approx \beta T. \end{aligned} \right\} \quad (12.18)$$

Аналогичным образом для любого значения m можно получить приближенную формулу для относительной ошибки дифференцирования гармонического сигнала

$$\Delta_M = \frac{\sigma_M}{\sigma_{\ddot{g}}} = \frac{\sigma_M^{\max}}{\ddot{g}_{\max}} \approx \frac{2}{m+1} \sum_{i=1}^m i^{-1} \beta^{m-1} T^{m-1} = \beta^{m-1} T^{m-1} q_1(m). \quad (12.19)$$

В формуле (12.19) введена функция $q_1(m)$, значения которой даны ниже:

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$q_1(m)$	1,0	0,917	0,834	0,761	0,700	0,678	0,630	0,586	0,550	

Формула (12.19) позволяет выбрать период дискретности по заданному значению методической ошибки при известном числе учитываемых обратных разностей. Если задана величина Δ_m , то необходимо выполнить условие

$$T \leq \frac{1}{\beta} \left[\frac{\Delta_m}{q_1(m)} \right]^{\frac{1}{m-1}}. \quad (12.20)$$

Требуемые значения периода дискретности при двойном дифференцировании гармонического сигнала с частотой $\beta = 1$ рад/с и $\Delta_m = 0,001 = 0,1 \%$ приведены ниже:

m	2	3	4	5
$T, \text{ с}$	0,001	0,039	0,106	0,190

В случае дифференцирования случайного сигнала произвольной формы, имеющего $(m+1)$ -ю конечную производную, погрешности двойного дифференцирования записываются следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_m &\approx \sigma_{m+1} T^{m-1} \frac{2}{m+1} \sum_{i=1}^m i^{-1} = \sigma_{m+1} T^{m-1} q_1(m); \\ \Delta_m = \frac{\sigma_m}{\sigma_g} &\approx \frac{\sigma_{m+1} T^{m-1}}{\sigma_2} \frac{2}{m+1} \sum_{i=1}^m i^{-1} = \frac{\sigma_{m+1} T^{m-1} q_1(m)}{\sigma_2}. \end{aligned} \right\} \quad (12.21)$$

Влияние шумов квантования. Квантование по уровню вызывает появление дополнительной ошибки, носящей случайный характер. Принято исходить из равномерного распределения ошибки квантования с дисперсией $D_k = \delta_A^2/12$, где δ_A — цена единицы младшего разряда. Ошибки квантования представляются дискретным белым шумом. Тогда в дискретные моменты времени $t = iT$, где i — целое число, случайные ошибки квантования можно считать независимыми, что позволяет определить дисперсию результирующей ошибки квантования при вычислении производной суммированием дисперсией ошибок квантования в дискретные моменты времени.

В случае вычисления первой производной в соответствии с выражением (12.10) суммарная дисперсия ошибки округления будет

$$D_k = \frac{\delta_A^2}{12T^2} \sum_{i=0}^m a_i^2 = \frac{\delta_A^2}{12T^2} F_0(m). \quad (12.22)$$

Значения функции $F_0(m)$ и среднеквадратичной шумовой ошибки σ_k , отнесенной к величине δ_A/T , при различном числе учитываемых обратных разностей или, что все равно, числе используемых предыдущих тактов приведены ниже:

m	1	2	3	4	5	6	7	8
$F_0(m)$	2	6,5	14,7	31	68	160	396	1030
$\sigma_k T / \delta_A$	0,407	0,738	1,11	1,61	2,38	3,66	5,75	9,26

При $m \gg 1$ закон распределения шумовой ошибки можно считать нормальным с максимальным значением $\sigma_k^{\max} \approx 3\sigma_k$. Для исключения ошибок округления в выходном преобразователе микропроцессорного устройства при вычислении производной по выражению (12.10) цена единицы младшего разряда выходного преобразователя должна быть равной $\delta_2 = \delta_A T^{-1}$. Общее число разрядов выходного преобразователя выбирается из условия $\alpha_2 \geq 3,3 \lg(1 + \dot{g}_{\max} \delta_A^{-1} T)$. При отбрасывании α младших разрядов в выходном преобразователе ошибка округления не будет влиять на точность при условии

$$\frac{\delta_2^2}{12} < \frac{\delta_A^2}{12T^2} F_0(m),$$

которое сводится к неравенству $\alpha < 1,65 \lg F_0(m)$.

При вычислении второй производной аналогичным образом на основании выражения (12.11) может быть получено выражение для дисперсии шумовой ошибки

$$D_K = \sigma_K^2 = \frac{\delta_A^2}{12T^4} \sum_{j=0}^m b_j^2 = \frac{\delta_A^2}{12T^4} q_2(m). \quad (12.23)$$

Значения функции $q_2(m)$ и нормированной среднеквадратичной шумовой ошибки σ_K приведены ниже:

m	2	3	4	5	6
$q_2(m)$	6,0	46	197	692	$2,88 \cdot 10^3$
$\sigma_K T^2 / \delta_A$	0,71	1,96	4,05	7,58	15,5
m	7	8	9	10	
$q_2(m)$	$7,35 \cdot 10^3$	$2,47 \cdot 10^4$	$8 \cdot 10^4$	$2,46 \cdot 10^5$	
$\sigma_K T^2 / \delta_A$	24,7	45,2	—	—	

Для исключения ошибок округления в выходном преобразователе микропроцессорного устройства вычисления второй производной цена единицы младшего разряда выходного преобразователя должна быть равной $\delta_2 = \delta_A T^{-2}$. Если число отбрасываемых младших разрядов выходного преобразователя $\alpha > 0$, то дисперсия дополнительной ошибки, которая при этом вносится, будет

$$\sigma_d^2 = \frac{\delta_2^2}{12} = 2^{2\alpha} \frac{\delta_A^2}{12T^4}.$$

Эта ошибка может не учитываться, если выполняется неравенство $\sigma_d < \sigma_K$ или

$$2^\alpha < \sqrt{q_2(m)}; \quad \alpha < 3,3 \lg \sqrt{q_2(m)} = 1,65 \lg q_2(m).$$

Последняя формула позволяет выбрать допустимое закругление выходного преобразователя, что снижает число его разрядов.

Оптимизация алгоритмов дифференцирования. Оптимизация процесса дифференцирования в аналитической форме достаточно просто может быть сделана для гармонического сигнала. Исходя из выражений (12.14) и (12.22), потребуем минимизации результирующей среднеквадратичной ошибки, квадрат которой при нахождении первой производной сигнала $g(t) = A \sin(\beta t + \psi)$ будет

$$\sigma^2 = \sigma_m^2 + \sigma_k^2 = \frac{A^2 \beta^2 (m+1) T^{2m}}{2(m+1)^3} + \frac{\delta_A^2}{12T^2} F_0(m). \quad (12.24)$$

Дифференцирование этого выражения по периоду дискретности и приравнивание производной нулю дают оптимальное значение периода дискретности

$$T'_{\text{опт}} = \frac{1}{\beta} \left[\frac{(m+1)^2 \delta_A^2}{\sigma A^2 m} F_0(m) \right]^{\frac{1}{2(m+1)}}. \quad (12.25)$$

После подстановки (12.24) в (12.13) с учетом (12.25) получаем минимальное значение результирующей относительной среднеквадратичной ошибки

$$\Delta_0 = \left(\frac{\delta_A}{A} \right)^{\frac{m}{m+1}} \left[\frac{m+1}{m \sqrt{m+1}} \frac{1}{6} F_0(m) \right]^{\frac{m}{2(m+1)}} = \left(\frac{\delta_A}{A} \right)^{\frac{m}{m+1}} F_1(m). \quad (12.26)$$

Данное выражение позволяет определить минимальное значение $\Delta_0^{\min}$ при вариации m . Для облегчения расчетов значения функции $F_1(m)$ приведены ниже:

m	1	2	3	4	5	6	7	8
$F_1(m)$	0,64	0,90	1,21	1,87	2,46	3,72	5,59	9,14
$F_2(m)$	0,408	0,836	1,32	1,98	2,96	4,62	7,14	12
$F_3(m)$	1,31	2,02	2,88	4,07	5,78	8,70	13,1	19,4
$F_4(m)$	1,73	2,86	4,10	5,75	8,18	12,5	18,9	30,5

В практических расчетах больше интереса представляет нахождение требуемого числа разрядов входного преобразователя, обеспечивающего получение заданной среднеквадратичной погрешности Δ . Для оптимального периода дискретизации, положив $\Delta = \Delta_0$, из (12.26) находим

$$\delta_A \leq A \Delta^{\frac{m+1}{m}} \left[\frac{m+1}{m \sqrt{m+1}} \frac{1}{6} F_0(m) \right]^{-\frac{1}{2}} = \frac{A \Delta^{\frac{m+1}{m}}}{F_2(m)}. \quad (12.27)$$

Значения $F_2(m)$ приведены выше.

Если в качестве критерия оптимальности принять минимум максимальной ошибки дифференцирования, тогда можно получить оптимальное значение периода дискретизации и минималь-

ное значение максимальной относительной погрешности в виде:

$$\left. \begin{aligned} T_{\text{опт}} &= \frac{1}{\beta} \left[\frac{(m+1) 3\delta_A}{mA \sqrt{12}} \sqrt{F_0(m)} \right]^{\frac{1}{m+1}}; \\ \Delta_{\text{в. max}} &= \left(\frac{\delta_A}{A} \right)^{\frac{m}{m+1}} \left[\left(\frac{m}{m+1} \right)^2 0,75 F_0(m) \right]^{\frac{m}{2(m+1)}} = \\ &= \left(\frac{\delta_A}{A} \right)^{\frac{m}{m+1}} F_3(m). \end{aligned} \right\} \quad (12.28)$$

Значения $F_3(m)$ приведены выше.

Из выражений (12.28) при заданном Δ_{max} находим цену единицы младшего разряда входного преобразователя

$$\delta_A \leq A \Delta_{\text{max}}^{\frac{m+1}{m}} \left[\left(\frac{m+1}{m} \right) 0,75 F_0(m) \right]^{-\frac{1}{2}} = \frac{A \Delta_{\text{max}}^{\frac{m+1}{m}}}{F_4(m)}. \quad (12.29)$$

Значения $F_4(m)$ приведены выше.

При дифференцировании сигнала произвольной формы необходимо исходить из общей формулы (12.16). Тогда оптимальное значение периода дискретизации и минимальное значение дисперсии ошибки дифференцирования записываются следующим образом:

$$T_{\text{опт}} = \left[\frac{(m+1)^2 \delta_A^2}{12 m \sigma_{m+1}^2} F_0(m) \right]^{\frac{1}{2(m+1)}}; \quad (12.30)$$

$$\sigma_{\text{min}}^2 = \left[\frac{\delta_A^2 \sigma_{m+1}^{2/m} F_0(m)}{12(m+1)^{2/m}} \right]^{\frac{m}{m+1}} \left[\left(\frac{1}{m} \right)^{\frac{m}{m+1}} + m^{\frac{1}{m+1}} \right]. \quad (12.31)$$

Последовательным перебором значений m можно найти оптимальное число учитываемых обратных разностей.

Пример 12.1. Определим потенциальную точность вычисления первой производной микропроцессорным устройством, характеризуемую максимальной ошибкой, сигнала вида $g(t) = A \sin(\beta t + \psi)$, требуемый алгоритм и период дискретности, если $A = 15^\circ$, $\beta = 1$ рад/с и $\delta_A = 1'$.

В соответствии с выражениями (12.28) минимальное значение амплитуды ошибки

$$\Delta_{\text{в. max}} = \left(\frac{1}{15 \cdot 60} \right)^{\frac{m}{m+1}} F_3(m) = \left(\frac{1}{900} \right)^{\frac{m}{m+1}} F_3(m).$$

Задавая значения $m = 1, 2, 3, \dots$ и используя значения $F_3(m)$, полученные выше, вычислим $\Delta_{\text{в. max}}$. Результаты вычислений представлены ниже:

m	1	2	3	4	5	6	7	8
$\Delta_{\text{в. max}}, \%$	4,35	2,22	1,74	1,77	2,01	2,56	3,44	4,55

Из приведенных значений следует, что наивысшая точность достигнута при $m = 3$. Тогда $\Delta_{\text{в. max}} = 1,74 \%$. При этом в соот-

ветствии с выражением (12.28) требуемый период дискретности

$$T_{\text{опт}} = \left[\frac{(3+1) \cdot 3 \cdot 1}{3 \cdot 15 \cdot 60} \sqrt{\frac{14,7}{12}} \right]^{\frac{1}{4}} = 0,15 \text{ с.}$$

Цена единицы младшего разряда выходного преобразователя составит при этом $\delta_2 = \delta_A T^{-1} = 1,67 = 400''/\text{с}$. Так как $\dot{g}_{\text{max}} = \beta A = 15^\circ/\text{с} = 54\,000''/\text{с}$, то число разрядов выходного преобразователя должно быть при этом $\alpha_2 \geq 3,3 \lg(1 + 54\,000/400) = 7$.

Пример 12.2. Определим требования к входному преобразователю для обеспечения максимальной ошибки дифференцирования, не превышающей 0,1 % для условий предыдущего примера. В соответствии с выражением (12.29) имеем

$$\delta_A \leq \frac{A \Delta^{\frac{m+1}{m}}}{F_4(m)} = \frac{900 \cdot 0,001^{\frac{m+1}{m}}}{F_4(m)}.$$

Пользуясь полученными выше значениями $F_4(m)$ для различных m , вычисляем требуемые значения δ_A . Результаты расчета приведены ниже:

m	1	2	3	4	5	6
$\delta_A, ''$	0,03	0,60	1,32	2,98	1,72	0,13

Из приведенных значений следует, что в оптимальном случае при $m = 4$ цена единицы младшего разряда входного преобразователя должна составлять 2,98''. При этом период дискретности в соответствии с (12.27) должен быть равен

$$T_{\text{опт}} = \frac{1}{1} \left[\frac{(4+1) \cdot 3 \cdot 1}{4 \cdot 15 \cdot 60 \cdot \sqrt{12}} \sqrt{31} \right]^{\frac{1}{5}} = 0,368 \text{ с.}$$

При нахождении второй производной можно, как и ранее, поставить задачу минимизации результирующей дисперсии ошибки $\sigma^2 = \sigma_m^2 + \sigma_k^2$. Тогда в случае гармонического сигнала на основании (12.19) и (12.23) выражения для оптимального значения периода дискретизации, минимальной относительной ошибки и оптимального значения цены единицы младшего разряда входного преобразователя имеют вид:

$$T_{\text{опт}} = \frac{1}{\beta} \left[\frac{\delta_A^2}{A^2} \frac{1}{3(m-1)} \frac{q_2(m)}{q_1^2(m)} \right]^{(2m+2)^{-1}} = \frac{1}{\beta} \left(\frac{\delta_A}{A} \right)^{(m+1)^{-1}} G_1(m); \quad (12.32)$$

$$\Delta_2 = \left(\frac{\delta_A}{A} \right)^{\frac{m-1}{m+1}} q_1(m)^{\frac{2}{m+1}} \left[\frac{q_2(m)}{3(m-1)} \right]^{\frac{m-1}{2(m+1)}} = \left(\frac{\delta_A}{A} \right)^{\frac{m-1}{m+1}} G_2(m); \quad (12.33)$$

$$\delta_A \leq \frac{A \Delta^{\frac{m+1}{m-1}}}{[G_3(m)]^{\frac{(m+1)}{(m-1)}}} = \frac{A \Delta^{\frac{m+1}{m-1}}}{G_4(m)}. \quad (12.34)$$

Для критерия минимума максимальной ошибки аналогичные параметры записываются следующим образом:

$$T''_{\text{опт}} = \frac{1}{\beta} \left[\frac{\delta_A}{A} \frac{\sqrt{3}}{m-1} \frac{\sqrt{q_2(m)}}{q_1(m)} \right]^{(m+1)^{-1}} = \frac{1}{\beta} \left(\frac{\delta_A}{A} \right)^{(m+1)^{-1}} G_4(m); \quad (12.35)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{э. max}} &= \left(\frac{\delta_A}{A} \right)^{\frac{m-1}{m+1}} [3q_2(m)]^{\frac{m-1}{2(m+1)}} \frac{m+1}{2(m-1)^{\frac{(m-1)}{(m+1)}}} = \\ &= \left(\frac{\delta_A}{A} \right)^{\frac{m-1}{m+1}} G_5(m); \end{aligned} \quad (12.36)$$

$$\delta_A \leq \frac{A \Delta_{\text{max}}^{\frac{m+1}{m-1}}}{[G_5(m)]^{\frac{m+1}{m-1}}} = \frac{A}{G_5(m)} \Delta_{\text{max}}^{\frac{m+1}{m-1}}. \quad (12.37)$$

Введенные выше функции от числа m приведены ниже:

m	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$G_1(m)$	1,12	1,32	1,41	1,47	1,51	1,54	1,56	1,58	1,59
$G_2(m)$	1,32	2,24	3,63	6,05	10,2	16,8	30,1	50,5	83,2
$G_3(m)$	2,31	5,02	8,55	14,8	25,0	41,7	77,6	133,0	219,0
$G_4(m)$	1,62	1,59	1,58	1,57	1,57	1,58	1,59	1,60	1,61
$G_5(m)$	1,74	4,90	8,04	13,9	25,7	40,1	68,1	121,0	191,0
$G_6(m)$	5,3	24,1	31,6	51,3	91,2	132,0	219,0	398,0	607,0

Для сигнала произвольной формы нетрудно показать, что

$$T'_{\text{опт}} = \left[\frac{\delta_A^2 q_2(m)}{6(m-1) \sigma_{m+1}^2 q_1^2(m)} \right]^{(2m+2)^{-1}}; \quad (12.38)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{min}}^2 &= [q_2(m) \delta_A^2]^{\frac{m-1}{m+1}} [q_1(m) \sigma_{m+1}]^{\frac{4}{m+1}} \times \\ &\times \left\{ \left[\frac{1}{6(m-1)} \right]^{\frac{m-1}{m+1}} + \frac{1}{12} [6(m-1)]^{\frac{2}{m+1}} \right\}. \end{aligned} \quad (12.39)$$

Оптимальное значение m должно находиться перебором (12.38) и (12.39) по возможным значениям $m = 2, 3, \dots$.

Пример 12.3. Определим потенциальную точность по критерию минимума максимальной ошибки вычисления второй производной угла качки при $A = 15^\circ$, $\beta = 1$ рад/с и цене младшего разряда входного преобразователя $\delta_A = 1'$.

В соответствии с выражением (12.36) вычисляем минимальную относительную амплитуду ошибки для различных m . Результаты вычислений представлены ниже:

m	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\Delta_{\text{э. max}}$	18,1	16,6	14,4	15,1	20,3	24,2	31,1	53,4	72,6

Минимальное значение относительной амплитуды ошибки составляет 14,4 % при $m = 4$. Оптимальный период дискретности,

вычисленный по формуле (12.35), составляет $T''_{\text{опт}} = 0,407$ с. При этом цена единицы младшего разряда выходного преобразователя составляет при отсутствии округления $\delta_2 = \delta_A T^{-2} = = 0,407^{-2} = 6,05'/\text{с}^2$, а необходимое число разрядов

$$\alpha_2 \geq 3,3 \lg \left(1 + \frac{\beta^2 A}{\delta_2} \right) = 3,3 \lg \left(1 + \frac{1.900}{6,05} \right) = 7,2.$$

Пример 12.4. Определим требования к входному преобразователю микропроцессорного устройства при необходимости обеспечить вычисление второй производной рассмотренного в примере 12.3 сигнала с ошибкой $\Delta_{\text{max}} \leq 0,01$.

В соответствии с формулой (12.37) рассчитываем требуемое значение δ_A при различных числах m . Результаты расчета приведены ниже:

m	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\delta_A, ''$	0,01	0,22	0,79	1,05	0,94	0,88	0,78	0,43	0,32

Из приведенных значений следует, что оптимальное значение $m = 5$, которому соответствует цена единицы младшего разряда входного преобразователя $\delta_A = 1,05''$ и оптимальный период дискретизации $T''_{\text{опт}} = 0,24$ с.

Микропроцессорные дифференцирующие устройства. Они получают сигнал от входного преобразователя, например, типа «напряжение—код» и содержат блок обработки информации — микропроцессор. В качестве АЦП можно использовать любые ранее рассмотренные аналого-цифровые преобразователи. Причем ввод—вывод информации осуществляется как по инициативе микропроцессора, так и по запросу внешнего устройства (источника входного сигнала, объекта управления). При реализации ввода—вывода информации по инициативе микропроцессора целесообразно освободить последний от счетных операций для формирования периода дискретизации и возложить эту задачу на специальную программируемую БИС, в качестве которой, как правило, используется таймер-БИС типа КР580ВИ53 (см. гл. 3).

Укрупненная схема микропроцессорного дифференцирующего устройства, в состав которого входят: таймер типа КР580ВИ53; параллельный периферийный интерфейс ППИ типа КР580ВВ55; многорежимный буферный регистр МБР типа К589ИР12; дешираторы адреса ДША1, ДША2; параллельный преобразователь «напряжение—код» АЦП; схема выборки и хранения СВХ и ряд вспомогательных логических элементов, приведена на рис. 12.10.

Рассматриваемое микропроцессорное устройство работает следующим образом. Ввод цифровой информации с АЦП осуществляется через канал А интерфейса ППИ в режиме 1. При этом линии c_3 и c_4 канала С используются для передачи управляющих сигналов. Вывод цифровой информации из микропроцессора осуществляется через канал В интерфейса в режиме 0.

сор формирует сигнал разрешения прерывания *INTA*, который иницирует по входу $\overline{DS}_1$ регистр *МБР*. На входной шине регистра устанавливается код операции *RST*, содержащей стартовый адрес прерывающей программы «*INP*», который по сигналу иницирования передается на шину данных. В результате микропроцессор переходит к обработке прерывающей программы — по команде *IN* считывает в аккумулятор содержимое канала *A* интерфейса *ППИ*, выполняет операции, соответствующие алгоритму дифференцирования, и по команде вывода информации *OUT* пересылает результаты вычислений в канал *B* интерфейса.

12.3. ИНТЕГРИРОВАНИЕ ЦИФРОВЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Общие сведения. Рассмотрим задачу интегрирования непрерывной функции $g(t)$, представленной в виде цифровой последовательности, полученной в результате квантования и по времени, и по уровню.

Целью здесь является нахождение алгоритмов цифрового интегрирования, дающих наибольшее приближение выходной величины к цифровой последовательности, образованной дискретизацией интеграла от функции $g(t)$ по времени.

В качестве оператора интегрирования может рассматриваться величина $1/p$, где $p = d/dt$. Для практической реализации целесообразно использовать три приближенных равенства вычисления оператора интегрирования:

$$\frac{1}{p} \approx \frac{T}{z-1} = \frac{Tz^{-1}}{1-z^{-1}}; \quad (12.40)$$

$$\frac{1}{p} \approx \frac{T}{2} \frac{z+1}{z-1} = \frac{T}{2} \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}}; \quad (12.41)$$

$$\frac{1}{p} \approx \frac{Tz}{z-1} = \frac{T}{1-z^{-1}}. \quad (12.42)$$

Алгоритмы интегрирования. Обозначим через $f(t)$ интеграл от функции времени $g(t)$ на интервале от 0 до t . Из выражений (12.40)—(12.42) нетрудно получить разностные уравнения, определяющие алгоритмы интегрирования:

$$f_m[n] = Tg[n-1] + f_m[n-1]; \quad (12.43)$$

$$f_m[n] = \frac{T}{2} (g[n] + g[n-1]) + f_m[n-1]; \quad (12.44)$$

$$f_m[n] = Tg[n] + f_m[n-1], \quad (12.45)$$

где $g[n]$ и $f_m[n]$ — цифровые представления входной и выходной величины интегратора.

Формула (12.43) соответствует интегрированию методом прямоугольников с недостатком, формула (12.44) — интегрированию

методом трапеций (12.45) — интегрированию методом прямоугольников с избытком.

Введем в рассмотрение ошибку интегрирования на шаге

$$\delta_{\pi} f[n] = \nabla (f[n] - f_{\pi}[n]) = \nabla f[n] - \nabla f_{\pi}[n]. \quad (12.46)$$

Изображение ошибки интегрирования на шаге

$$Z\{\delta_{\pi} f[n]\} = \frac{z-1}{z} [F(z) - F_{\pi}(z)] = \frac{z-1}{z} [F(z) - W_{\pi}(z) G(z)], \quad (12.47)$$

где $F(z)$, $F_{\pi}(z)$ — изображения функций $f[n]$ и $f_{\pi}[n]$ соответственно; $G(z)$ — изображение входного сигнала; $W_{\pi}(z)$ — передаточная функция цифрового интегратора.

При интегрировании постоянного во времени значения все три выражения (12.43)—(12.45) дают нулевую ошибку. Если входной сигнал представляет собой линейно возрастающую функцию $g(t) = c_1 t$, а $f(t) = c_1 t^2/2$, то, применив к (12.47) обратное z -преобразование, можно получить для формулы (12.43)

$$\begin{aligned} \delta_{\pi} f[n] &= Z^{-1} \left\{ \frac{z-1}{z} \left[\frac{c_1 T^2 z(z+1)}{2(z-1)^3} - \frac{T}{z-1} \frac{c_1 T z}{(z-1)^2} \right] \right\} = \\ &= \frac{c_1 T^2}{2} 1[n-1]. \end{aligned}$$

Таким образом, ошибка интегрирования на шаге равна $c_1 T^2/2$, причем она будет наблюдаться, начиная с $t = (n-1)T$. Формула (12.45) дает в этих же условиях ошибку — $c_1 T^2/2$, а формула (12.44) — нулевую ошибку.

Общая ошибка интегрирования может быть найдена суммированием ошибки на шаге по всем шагам

$$\delta f[n] = \sum_{m=1}^n \delta_{\pi} f[m].$$

При интегрировании линейной возрастающего сигнала для формулы (12.43)

$$\delta f[n] = N \delta_{\pi} f[n] = N \frac{c_1 T^2}{2} = t \frac{c_1 T}{2},$$

где $N = t/T$ — число шагов.

Для формулы (12.45) получим тот же результат, но с обратным знаком. При интегрировании входного сигнала $g(t) = c_2 t^2/2$ формула (12.40) дает ошибку на шаге

$$\delta_{\pi} f[n] = \frac{c_2 T^2}{6} t 1[n] + \frac{1}{3} c_2 T^2 t 1[n-1],$$

которая, начиная со второго шага, становится равной $c_2 T^2 t/2$, т. е. возрастает с течением времени.

Для метода трапеций (12.41) в данном случае

$$\delta_{\pi} f[n] = -\frac{c_2 T^3}{12} 1[n-1].$$

Здесь ошибка на шаге оказывается постоянной и равной $-c_2 T^3/12$. Общая ошибка интегрирования при этом составит $\delta f[n] = -tc_2 T^2/12$, где t — время интегрирования.

Алгоритмы точного интегрирования. Из формулы (12.47) следует, что нулевая ошибка интегрирования будет при

$$W_{\text{и}}(z) = F(z)/G(z). \quad (12.48)$$

Для входного сигнала

$$g(t) = c_k t^k / k!$$

изображение

$$G(z) = \frac{c_k T^k R_k(z)}{k! (z-1)^{k+1}},$$

где $R_k(z)$ — полином, который может быть представлен в виде определителя (5.17).

Если $k=0$ и $g(t) = c_0$, то передаточная функция интегратора $W_{\text{и}}(z) = Tz^{-1}/(1-z^{-1})$ 2 совпадает со случаем интегрирования по методу прямоугольников (12.40); если $k=1$ и $g(t) = c_1 t$, то передаточная функция $W_{\text{и}}(z) = T(1+z^{-1})/(1-z^{-1})$ совпадает со случаем интегрирования по методу трапеций (12.41); если $k=2$ и $g(t) = c_2 t^2/2$, то передаточная функция интегратора $W_{\text{и}}(z) = T(1+4z^{-1}+z^{-2})/(1-z^{-1})$ 3 соответствует интегрированию по методу Симпсона и дает нулевую ошибку при $k \leq 2$.

Последней передаточной функции соответствует разностное уравнение, определяющее алгоритм работы микропроцессорного устройства

$$f_{\text{м}}[n] = T(g[n] + 4g[n-1] + g[n-2])/3 + f_{\text{м}}[n-2]. \quad (12.49)$$

Для входного сигнала $g(t) = c_3 t^3/3!$ изображение ошибки интегрирования в соответствии с (12.47) будет $Z\{\delta f[n]\} = -c_3 T^4 z/(z+1)(z-1) 72$. Из последнего выражения может быть получено установившееся значение ошибки интегрирования

$$\delta_{\text{уст}} f[n] = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} \left[-\frac{c_3 T^4 z}{72(z+1)(z-1)} \right] = -\frac{c_3 T^4}{144}.$$

При этом установившаяся ошибка интегрирования на шаге

$$\delta_{\text{т. уст}} f[n] = \lim_{z \rightarrow 2} \frac{z-1}{z} \frac{z-1}{z} \left[-\frac{c_3 T^4 z}{72(z+1)(z-1)} \right] = 0.$$

Если на вход этого интегратора поступает сигнал вида $g(t) = c_4 t^4/4!$, то аналогичные расчеты дают $\delta_{\text{т. уст}} f[n] = -c_4 T/90$. При $k > 2$ передаточные функции интеграторов с нулевой ошибкой дают неустойчивые программы работы микропроцессорного устройства, за исключением случая $k=6$.

Полученные выше формулы для ошибок интегрирования входного сигнала позволяют выбрать алгоритм и период дискретности из условия допустимого значения этих ошибок.

Входящий во все алгоритмы интегрирования масштабный множитель T , как и в случае дифференцирования, учитывается в выходном преобразователе, цена единицы младшего разряда которого $\delta_2 = T\delta_A$, где δ_A — цена единицы младшего разряда входного преобразователя. Для исключения ошибок округления целесообразно все коэффициенты сделать целыми числами и дробную часть присоединить к масштабу на выходе.

Двойное интегрирование. Для обеспечения нулевой ошибки двойного интегрирования передаточная функция интегратора аналогично выражению (12.48) должна иметь вид

$$W_{\text{ин}}(z) = F_{\text{н}}(z)/G(z),$$

где $F_{\text{н}}(z)$ — изображение двойного интеграла от входной величины; $G(z)$ — изображение входной величины $g(t)$.

Для $g(t) = c_k t^k/k!$ при $k = 0$ имеем

$$W_{\text{ин}}(z) = \frac{T^2(z+1)}{2(z-1)^2} = \frac{Tz^{-1}}{(1-z^{-1})} \cdot \frac{T(1+z^{-1})}{2(1-z^{-1})}.$$

Эта передаточная функция соответствует последовательному включению двух интеграторов, один из которых работает по методу прямоугольников, а другой — по методу трапеций. Аналогичным образом могут быть построены двойные интеграторы для $k > 0$. Ошибка на шаге интегрирования может быть получена аналогично выражению (12.47).

Влияние шумов квантования. Эффект влияния шумов квантования можно рассматривать двояко: или как дополнительную ошибку интегрирования на каждом шаге, или как накапливающуюся ошибку, вызванную эффектом интегрирования. Для независимых ошибок округления на шаге дисперсия ошибки интегрирования на шаге определяется формулой

$$D_{\tau} = \frac{T^2 \delta_A^2}{12} \sum_{i=0}^m a_i^2,$$

где a_i — коэффициенты при дискретах входного воздействия. Так, для алгоритма (12.49) имеем

$$D_{\tau} = \frac{T^2 \delta_A^2}{12} \left(\frac{1}{9} + \frac{16}{9} + \frac{1}{9} \right) = \frac{T^2 \delta_A^2}{6}.$$

Накапливающаяся шумовая ошибка интегрирования может быть найдена суммированием дисперсий шумовой ошибки на каждом шаге интегрирования

$$D_{\text{ш}} = nD_{\tau} = tD_{\tau}/T_{\text{н}}, \quad (12.50)$$

где n — число шагов интегрирования; t — время интегрирования; $T_{\text{н}} = \Phi T$ — период интегрирования (коэффициент Φ определяется

соотношением между шагом интегрирования и периодом дискретизации в микропроцессорном устройстве).

Формула (12.50) дает эквивалентный уход интегратора. В отличие от непрерывных интеграторов, у которых выходная величина увеличивается при уходе пропорционально времени, здесь пропорционально времени нарастает дисперсия шумовой ошибки. Этот вид ухода присущ всем цифровым интеграторам и является их отличительной особенностью.

Использование интеграторов в законах управления. В системах управления не предъявляют высоких требований к точности работы интеграторов. Поэтому при использовании цифровых методов приемлемыми оказываются все три передаточные функции (12.40)—(12.42). Так как передаточная функция интегратора является безразмерной, в формулах (12.40)—(12.42) должен быть исключен масштабный множитель T . Тогда дискретные передаточные функции, а также частотные передаточные функции всех трех разновидностей цифровых интеграторов могут быть представлены следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} W_{\text{н}}(z) &= \frac{z^{-1}}{1-z^{-1}}; & W_{\text{н}}^*(j\lambda) &= \frac{1-j\lambda T/2}{j\lambda T}; \\ W_{\text{н}}(z) &= \frac{1+z^{-1}}{2(1-z^{-1})}; & W_{\text{н}}^*(j\lambda) &= \frac{1}{j\lambda T}; \\ W_{\text{н}}(z) &= \frac{1}{1-z^{-1}}; & W_{\text{н}}^*(j\lambda) &= \frac{1+j\lambda T/2}{j\lambda T}. \end{aligned} \right\} \quad (12.51)$$

Наибольшим приближением к идеальному интегратору имеет второй вариант, а наибольшей простотой реализации обладает третий вариант.

Из (12.51) следует, что коэффициент передачи интегратора равен T^{-1} . Учет этого коэффициента во входном или выходном преобразователях приводит к их загромождению (исключению нескольких младших разрядов) и вызывает появление зоны нечувствительности. Подобного рода нелинейность может значительно ухудшить динамические качества системы.

Правильным является воздействие на период дискретности. Обычно требуется его увеличение. Тогда дискретная и частотная передаточная функции, например, второго варианта формул (12.51) будут иметь вид:

$$W_{\text{н}}(z) = \frac{1+z^{-\phi}}{2(1-z^{-\phi})}; \quad W_{\text{н}}^*(j\lambda) = (j\lambda T_{\text{н}})^{-1} \frac{1}{j\lambda \phi T},$$

где $\phi = T_{\text{н}}/T$ — коэффициент увеличения периода дискретности.

Выбор коэффициента ϕ делается в соответствии с расчетом динамики проектируемой системы управления. На практике наиболее удобно делать этот коэффициент равным степени числа 2.

Микропроцессорные интегрирующие устройства. Практическая реализация цифровых интегрирующих устройств, так же

как и дифференцирующие устройства, не представляет строгих требований к микропроцессорным средствам. С учетом сравнительно малой требуемой разрядности входного и выходного преобразователей, большого периода дискретизации и низкого порядка фильтров, реализующих алгоритмы интегрирования, для построения цифровых интеграторов могут быть использованы микропроцессорные комплекты практически всех серий.

Очевидно, что микропроцессорное интегрирующее устройство должно содержать входной преобразователь, например, типа «напряжение—код» и вычислитель-микропроцессор со всеми типовыми вспомогательными БИС. Аппаратная часть микропроцессорного интегрирующего устройства в таком случае полностью соответствует схеме, изображенной на рис. 12.10. Алгоритмы интегрирования (12.43)—(12.45) отличаются исключительной простотой и требуют лишь одну арифметическую операцию сложения (вычитания). В качестве примера рассмотрим программу работы микропроцессорного интегрирующего устройства, реализующего алгоритм (12.45). В общем случае, учитывая, что значения $g[n]$ интегрируемой функции $g(t)$ могут быть как положительными, так и отрицательными, непосредственно операции сложения должны предшествовать программные блоки, осуществляющие анализ знаков слагаемых и формирование при необходимости дополнительных кодов. Под знак при двоичном кодировании обычно отводится старший разряд: знаку «+» соответствует нуль в старшем разряде числа, знаку «—» — единица в старшем разряде. Преобразование кодов из прямого в дополнительный и обратно связано лишь с изменением цифровых разрядов, знаковые разряды сохраняют свое значение. Однако при непосредственном выполнении арифметических операций знаковые разряды участвуют в обработке наряду с цифровыми.

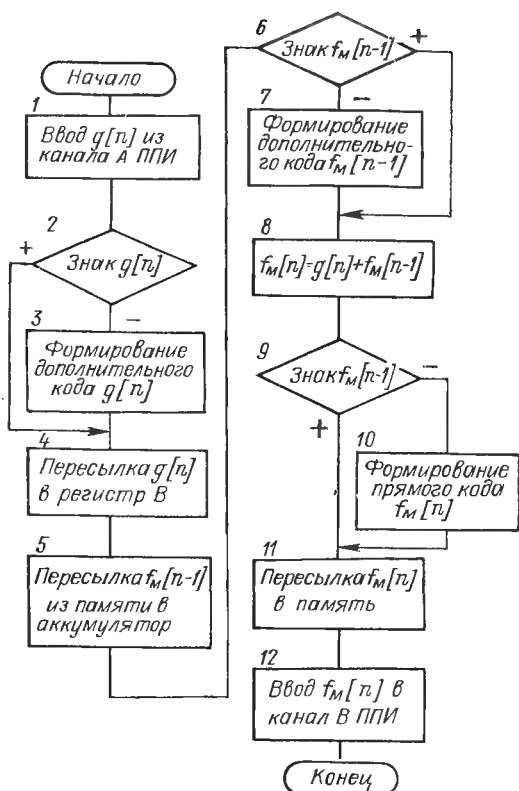
Пусть независимо от знака входного сигнала $g[n]$ его значения вводятся в микропроцессор в прямом коде с указанием знака в старшем разряде. Аналогично значения выходного сигнала интегратора $f[n]$ выводятся из микропроцессора в прямом коде с указанием знака в старшем разряде выводимого числа. Данное представление входных и выходных сигналов микропроцессора полностью соответствует работе рассмотренных выше преобразователей «напряжение—код» и «кода—напряжение». Пусть результаты вычисления величины $f[n]$ хранятся в ячейке памяти с адресом l .

Блок-схема подпрограммы работы микропроцессорного интегрирующего устройства представлена на рис. 12.11. При обработке прерывающей программы цифрового интегрирования микропроцессор считывает в аккумулятор значение входного сигнала $g[n]$ из канала A интерфейса ППИ (блок 1). В блоках 2 и 3 осуществляется анализ знака числа $g[n]$ и в случае $g[n] < 0$ формируется дополнительный код числа $g[n]$. Далее значение $g[n]$ заносится в регистр B микропроцессора, освобождая аккумулятор

Рис. 12.11. Блок-схема подпрограммы микропроцессорного интегратора

для последующих операций. В блоке 5 вычисленное на $(n - 1)$ -м шаге значение величины $f_m[n - 1]$ из ячейки памяти с адресом 1 переписывается в аккумулятор. Затем в блоках 6 и 7 анализируется знак величины $f_m[n - 1]$ и для $f_m[n - 1] < 0$ формируется дополнительный код $f_m[n - 1]$. Непосредственная реализация алгоритма интегрирования (12.45) осуществляется в блоке 8. В результате получается значение величины $f_m[n] = g[n] + f_m[n - 1]$, которое в случае $f_m[n] < 0$ преобразуется в прямой код (блоки 9, 10) и запоминается в ячейке памяти с адресом 1 (блок 11). По завершении операции пересылки вычисленное на n -м шаге значение величины $f_m[n]$ выводится в канал В интерфейса ППИ (блок 12).

Подпрограмма цифрового интегрирования, соответствующая рассмотренному алгоритму (12.45), имеет вид:



Метка	Мнемокод	Операнд	Комментарий
INP:	IN	01Q	; Ввод кода из канала А ППИ с адресом 01Q
	ADI	0	; Сложение содержимого аккумулятора с нулем
	JP M1		; При $g[n] \geq 0$ переход по метке M1
	MOV	B, A	; Пересылка содержимого аккумулятора в регистр В
	MVI	377Q	; Загрузка аккумулятора числом 377Q (255 D)
	SUB	B	; Вычитание из содержимого аккумулятора содержимого регистра В
	ADI	01Q	; Сложение содержимого аккумулятора с единицей

Метка	Мнемонкод	Операнд	Комментарий
M1	MOV	B, A	; Пересылка содержимого аккумулятора в регистр B
	MOV	A, M	; Пересылка $f_M [n - 1]$ из памяти в аккумулятор
	ADI	0	; Сложение содержимого аккумулятора с нулем
	JP M2		; При $f_M [n - 1] \geq 0$ переход по метке M2
	MOV	C, A	; Пересылка содержимого аккумулятора в регистр C
	MVI	377Q	; Загрузка аккумулятора числом 377Q (255 D)
	SUB	C	; Вычитание из содержимого аккумулятора содержимого регистра C
	ADI	01Q	; Сложение содержимого аккумулятора с единицей
M2:	ADD	B	; Сложение содержимого аккумулятора и регистра B
	JP M3		; При $f_M [n] \geq 0$ переход по метке M3
	MOV	B, A	; Пересылка содержимого аккумулятора в регистр B
	MVI	377Q	; Загрузка аккумулятора числом 377Q (255 D)
	SUB	B	; Вычитание из содержимого аккумулятора содержимого регистра B
	ADI	01Q	; Сложение содержимого аккумулятора с единицей
M3:	MOV	M, A	; Пересылка $f_M [n]$ из аккумулятора в память
	OUT	02Q	; Вывод $f_M [n]$ в канал B ППИ с адресом 02Q
	EI		; Разрешить прерывание
	RET		; Возврат из подпрограммы

12.4. ЦИФРОВЫЕ КОМПЛЕКСНЫЕ ФИЛЬТРЫ

Понятие комплексных фильтров. Пусть на вход линейного фильтра поступает комплексное воздействие

$$\tilde{g}(t) = G(t) e^{j[\omega_0 t + \varphi(t)]} = \tilde{G}(t) e^{j\omega_0 t}, \quad (12.52)$$

где $G(t)$, ω_0 , $\varphi(t)$ — огибающая, несущая частота и начальная фаза входного воздействия; $\tilde{G}(t) = G(t) \exp[j\varphi(t)]$ — его комплексная огибающая.

Линейный фильтр можно характеризовать комплексной весовой функцией

$$\tilde{h}(t) = H(t) e^{-j[\omega_\Phi t + \varphi_\Phi(t)]} = \tilde{H}(t) e^{-j\omega_\Phi t}. \quad (12.53)$$

Здесь $H(t)$, $\varphi_\Phi(t)$ — модуль и начальная фаза весовой функции; ω_Φ — частота настройки фильтра; $\tilde{H}(t) = H(t) \exp\{j[(\omega_\Phi - \omega_0)t + \varphi_\Phi(t)]\} = H(t) \exp\{j[\Delta\omega t + \varphi_\Phi(t)]\}$ — комплексная огибающая весовой функции, где $\Delta\omega = \omega_\Phi - \omega_0$ — величина расстройки фильтра относительно частоты входного воздействия.

Тогда комплексная огибающая $\tilde{V}(t)$ выходного сигнала фильтра выражается через комплексную амплитуду $\tilde{G}(t)$ входного воздействия следующим интегральным соотношением [60]:

$$\tilde{V}(t) = \int_0^t \tilde{H}(\tau) \tilde{G}(t - \tau) d\tau. \quad (12.54)$$

Комплексную свертку (12.54) можно рассматривать как алгоритм работы так называемого комплексного фильтра, у которого комплексная огибающая $\tilde{H}(t)$ представляется парой вещественных функций:

$$\left. \begin{aligned} H_x(t) &= \operatorname{Re} [\tilde{H}(t)] = H(t) \cos [\Delta\omega t + \varphi_\Phi(t)]; \\ H_y(t) &= \operatorname{Im} [\tilde{H}(t)] = -H(t) \sin [\Delta\omega t + \varphi_\Phi(t)]. \end{aligned} \right\} \quad (12.55)$$

Аналогично комплексную огибающую $\tilde{G}(t)$ можно представить парой вещественных квадратурных составляющих:

$$\left. \begin{aligned} G_x(t) &= \operatorname{Re} [\tilde{G}(t)] = G(t) \cos \varphi(t); \\ G_y(t) &= \operatorname{Im} [\tilde{G}(t)] = G(t) \sin \varphi(t). \end{aligned} \right\} \quad (12.56)$$

Формулы (12.55) и (12.56) позволяют комплексную огибающую $\tilde{V}(t)$ выходного сигнала фильтра также выразить через пару вещественных составляющих:

$$\left. \begin{aligned} V_x(t) &= \operatorname{Re} [\tilde{V}(t)] = \int_0^t H_x(\tau) G_x(t - \tau) d\tau - \\ &- \int_0^t H_y(\tau) G_y(t - \tau) d\tau, \\ V_y(t) &= \operatorname{Im} [\tilde{V}(t)] = \int_0^t H_x(\tau) G_y(t - \tau) d\tau + \\ &+ \int_0^t H_y(\tau) G_x(t - \tau) d\tau, \end{aligned} \right\} \quad (12.57)$$

или в операторной форме

$$\left. \begin{aligned} V_x(p) &= W_x(p) G_x(p) - W_y(p) G_y(p); \\ V_y(p) &= W_x(p) G_y(p) + W_y(p) G_x(p); \end{aligned} \right\} \quad (12.58)$$

где $G_x(p)$, $G_y(p)$, $V_x(p)$, $V_y(p)$ — изображения квадратурных компонентов входного воздействия и выходного сигнала; $W_x(p)$, $W_y(p)$ —

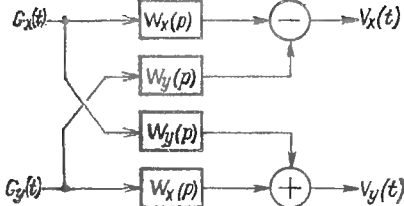


Рис. 12.12. Комплексный фильтр

$W_y(p)$ — передаточные функции линейных фильтров с весовыми функциями $H_x(t)$ и $H_y(t)$ соответственно.

Огибающая и фаза выходного сигнала фильтра записываются через его квадратурные составляющие (12.57):

$$V(t) = \sqrt{V_x^2(t) + V_y^2(t)}; \quad \varphi_V(t) = \arctg \frac{V_y(t)}{V_x(t)}.$$

Формулы (12.58) дают алгоритм работы двумерного фильтра с перекрестными связями, эквивалентного комплексному фильтру. Структурная схема фильтра приведена на рис. 12.12.

Из формулы (12.53) следует, что огибающая весовой функции комплексного фильтра не зависит от частоты его настройки. Следовательно, и форма передаточной функции комплексного фильтра также не зависит от частоты его настройки. Данное обстоятельство является исключительно важным и находит в последнее время самое широкое практическое применение при разработке адаптивных фильтров.

Дискретные комплексные фильтры. Подвергнув формулы (12.54), (12.57) дискретизации и используя методы численного интегрирования, получим следующие алгоритмы вычисления дискретных значений выходного сигнала фильтра:

$$\tilde{V}[n] = \sum_{k=0}^n \tilde{c}_k \tilde{G}[n-k]; \quad (12.59)$$

$$\left. \begin{aligned} V_x[n] &= \sum_{k=0}^n c_{kx} G_x[n-k] - \sum_{k=0}^n c_{ky} G_y[n-k]; \\ V_y[n] &= \sum_{k=0}^n c_{kx} G_y[n-k] + \sum_{k=0}^n c_{ky} G_x[n-k]. \end{aligned} \right\} \quad (12.60)$$

Здесь $\tilde{c}_k = c_{kx} + jc_{ky}$ — комплексные весовые коэффициенты дискретного фильтра, соответствующие комплексной весовой функции $\tilde{H}(t)$; $n = t/T$, где T — период дискретизации.

Формулы (12.59), (12.60) позволяют в общем виде записать в z -плоскости передаточную функцию дискретного комплексного фильтра

$$W(z) = \frac{\sum_{i=0}^m a_i z^{-i}}{\sum_{i=0}^l b_i z^{-i}}, \quad (12.61)$$

где l, m — порядок рекурсивной и нерекурсивной частей фильтра.

Оптимальные комплексные режекторные фильтры. В системах автоматического управления наряду с полезным воздействием неизбежно присутствуют различного рода помехи, ухудшающие качество работы системы. В отдельных случаях уровень помех значительно превышает входное воздействие, что, в свою очередь, может привести к срыву автосопровождения. Наиболее опасными являются узкополосные помехи. Например, в радиоэлектронных системах управления это — отражения от гидрометеоров, земной и водной поверхностей, уровень которых может на 20—40 дБ превышать полезный сигнал, причем корреляционные свойства помех в большинстве практических случаев неизвестны. В связи с этим проблема обеспечения требуемой помехозащищенности систем управления является сложной и актуальной. Для фильтрации входного воздействия в помехах с априорно неизвестными корреляционными свойствами широкое использование получили адаптивные комплексные режекторные фильтры. В общем виде задача адаптации сводится к построению цифровых режекторных фильтров, в которых в зависимости от средней частоты и ширины спектральной плотности помехи изменяются настройка и ширина зоны режекции. При адаптации определение весовых коэффициентов комплексного фильтра, как правило, осуществляется непосредственно по выборкам помехи. Поэтому полученные значения модулей и аргументов весовых коэффициентов являются случайными функциями времени. Данное обстоятельство снижает качество подавления помехи и в целом может свести на нет эффект адаптации.

Оценим влияние погрешностей вычисления весовых коэффициентов комплексных режекторных фильтров первого, второго и третьего порядков на коэффициент подавления помехи. Для режекторного цифрового комплексного нерекурсивного фильтра первого порядка в соответствии с (12.61) и [40] передаточную функцию в z -плоскости и разностное уравнение можно записать в виде:

$$W(z, t) = 1 + \dot{a}_1(t) z^{-1}; \quad \tilde{V}[n] = \tilde{G}[n] + \dot{a}_1[n] \tilde{G}[n-1].$$

Здесь $\dot{a}_1(t) = a_1(t) \exp[j\varphi_1(t)]$, где $\varphi_1(t) = \omega_\Phi T + \theta(t) \pm \pi$; $a_1(t)$, $\varphi_1(t)$ — модуль и аргумент комплексного коэффициента $\dot{a}_1(t)$; ω_Φ — частота настройки фильтра; $\theta(t)$ — случайная начальная фаза; T — период дискретизации.

Нетрудно показать, что дисперсия помехи на выходе режекторного фильтра определяется формулой

$$\sigma_V^2 = \overline{\tilde{V}[n] \tilde{V}^*[n]} = \sigma_n^2 \{1 + \overline{a_1[n]^2} + \sigma_a^2 - 2\overline{a_1[n]} \times \\ \times \exp(-\sigma_\theta^2) \rho(T) \cos[(\omega_\Phi - \omega_n) T]\}, \quad (12.62)$$

где σ_n^2 , $\rho(\tau)$, ω_n — дисперсия, модуль коэффициента корреляции и средняя частота помехи; σ_a^2 , σ_θ^2 — дисперсии модуля $a_1(t)$ и начальной фазы $\theta(t)$ весового коэффициента $\dot{a}_1(t)$.

Введем в рассмотрение коэффициент подавления помехи $k_{\Pi} = \sigma_{\Pi}^2 / \sigma_{\Sigma}^2$. Нетрудно показать, что для получения максимального коэффициента подавления помехи в (12.62) необходимо положить $\omega_{\Phi} = \omega_{\Pi}$, $\overline{a_1(t)} = \rho(T) \exp(-\sigma_{\Theta}^2)$. Тогда

$$k_{\Pi, \max} = [1 - \rho^2(T) \exp(-2\sigma_{\Theta}^2) + \beta^2 \rho^2(T)]^{-1}, \quad (12.63)$$

где $\beta = \sigma_a / \rho(T)$.

Из формулы (12.63) следует, что наличие дисперсий модуля и аргумента весового коэффициента режекторного фильтра уменьшает коэффициент подавления помехи. При адаптации к помехе нерекурсивного цифрового режекторного фильтра второго порядка с передаточной функцией в z -плоскости $W(z, t) = 1 + \dot{a}_1(t) z^{-1} + \dot{a}_2(t) z^{-2}$ весовые коэффициенты должны вычисляться следующим образом:

$$a_0 = 1; \quad \overline{\dot{a}_1(t)} = -2\rho(T) \exp(-\sigma_{\Theta}^2) \exp(j\omega_{\Pi}T);$$

$$\overline{\dot{a}_2(t)} = \exp(j2\omega_{\Pi}T).$$

При этом

$$k_{\Pi, \max} = \{2 - \rho^2(T) [4 \exp(-2\sigma_{\Theta}^2) - \beta^2] + 2\rho(2T) \exp(-4\sigma_{\Theta}^2)\}^{-1}, \quad (12.64)$$

где, как и ранее, $\beta = \sigma_a / \rho(T)$.

И, наконец, для комплексного режекторного нерекурсивного цифрового фильтра третьего порядка с передаточной функцией в z -плоскости

$$W(z, t) = 1 + \dot{a}_1(t) z^{-1} + \dot{a}_2(t) z^{-2} + \dot{a}_3(t) z^{-3}$$

оптимальные значения комплексных весовых коэффициентов, обеспечивающих адаптацию фильтра к помехе, имеют вид:

$$a_0 = 1; \quad \overline{a_1(t)} = \overline{a_2(t)} = \frac{\rho(T) \exp(-\sigma_{\Theta}^2) - \rho(2T) \exp(-4\sigma_{\Theta}^2)}{1 - \rho(T) \exp(-\sigma_{\Theta}^2)};$$

$$\overline{\dot{a}_1(t)} = -\overline{a_1(t)} \exp(j\omega_{\Pi}T); \quad \overline{\dot{a}_2(t)} = \overline{a_2(t)} \exp(j2\omega_{\Pi}T);$$

$$\overline{\dot{a}_3(t)} = -\exp(j3\omega_{\Pi}T); \quad \sigma_a = \sigma_{a1}.$$

В результате максимальное значение коэффициента подавления записывается следующим образом:

$$k_{\Pi, \max} = \left\{ 2 - 2 \frac{[\rho(T) \exp(-\sigma_{\Theta}^2) - \rho(2T) \exp(-4\sigma_{\Theta}^2)]^2}{1 - \rho(T) \exp(-\sigma_{\Theta}^2)} + \right. \\ \left. + 2\sigma_a^2 [1 - \rho(T) \exp(-\sigma_{\Theta}^2)] - 2\rho(3T) \exp(-9\sigma_{\Theta}^2) \right\}^{-1}, \quad (12.65)$$

где $\sigma_a = \sigma_{a1} = \sigma_{a2}$.

Зависимости коэффициента подавления помехи адаптивными комплексными нерекурсивными цифровыми фильтрами второго (сплошные линии) и третьего (штриховые линии) порядков от

Рис. 12.13. Зависимость коэффициента подавления помехи от нормированного среднеквадратичного значения модуля весового коэффициента:

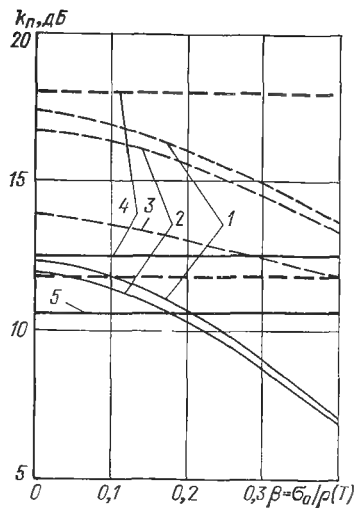
1 — $\sigma_\theta = 0,005$ рад; 2 — $\sigma_\theta = 0,1$ рад; 3 — $\sigma_\theta = 0,15$ рад; 4 — для цифрового адаптивного фильтра; 5 — для цифрового неадаптивного фильтра

величины нормированного среднеквадратичного значения модуля весового коэффициента $\beta = \sigma_a / \rho(T)$ представлены на рис. 12.13. Для конкретизации результатов была принята гауссова аппроксимация модуля коэффициента корреляции помехи $\rho(\tau) = \exp(-\Delta\omega_n^2 \tau^2 / 2)$, где $\Delta\omega_n$ — ширина спектральной плотности помехи. При этом было положено, что $\Delta\omega_n T = 0,6$ рад, $\omega_\phi = \omega_n$.

Графики построены для различных значений среднеквадратичного отклонения аргумента весового коэффициента фильтра σ_θ . Сплошными прямыми (4, 5) показаны предельные значения коэффициента подавления цифровым адаптивным фильтром второго порядка при $\sigma_a = \sigma_\theta = 0$ и цифровым неадаптивным фильтром второго порядка с коэффициентами $a_0 = a_2 = 1$; $\dot{a}_1 = -2$ соответственно. Штриховые линии (4, 5) — предельные значения коэффициента подавления для цифрового адаптивного фильтра третьего порядка при $\sigma_a = \sigma_\theta = 0$ и цифрового неадаптивного фильтра третьего порядка с коэффициентами $a_0 = -\dot{a}_3 = 1$; $\dot{a}_1 = -a_2 = -3$ соответственно.

Из представленных графиков следует, что появление дисперсий σ_a^2 и σ_θ^2 в определении весовых коэффициентов цифровых адаптивных режекторных фильтров приводит к уменьшению коэффициента подавления помехи. При этом наиболее существенное влияние оказывает изменение дисперсии σ_θ^2 аргумента комплексных коэффициентов фильтров. Вместе с тем для принятой аппроксимации коэффициента корреляции помехи при $\sigma_\theta < 0,1$ рад и $\beta = \sigma_a / \rho(T) < 0,1$ потери в коэффициенте подавления помехи адаптивными комплексными фильтрами второго и третьего порядков не превышают 2 дБ, т. е. для получения хороших результатов адаптации требуется высокая степень сглаживания при определении модулей и аргументов весовых коэффициентов комплексных фильтров, что встречает серьезные трудности при ограниченной длине выборки помехи.

Влияние шумов квантования. Квантование входного воздействия по уровню вызывает увеличение дисперсии помехи на выходе режекторного фильтра, что, в свою очередь, может привести



к существенному уменьшению коэффициента подавления помехи. Полагая, что в выходном преобразователе округление отсутствует, в соответствии с (12.23) дисперсия шумов квантования на выходе режекторного фильтра записывается следующим образом:

$$\sigma_k^2 = \frac{\delta_A^2}{12} \sum_{i=0}^m \overline{a_i^2}(t) = \frac{\delta_A^2}{12} \sum_{i=0}^m [\overline{a_i(t)^2} + \sigma_{ai}^2], \quad (12.66)$$

где δ_A — цена единицы младшего разряда входного преобразователя; $a_i(t)$, σ_{ai}^2 — среднее значение и дисперсия i -го весового коэффициента фильтра порядка m .

При этом коэффициент подавления помехи

$$k_{\Pi} = \frac{\sigma_{\Pi}^2}{\sigma_{V0}^2 + \sigma_k^2}, \quad (12.67)$$

где σ_{V0}^2 — дисперсия помехи на выходе режекторного фильтра без учета шумов квантования.

Очевидно, что при $\sigma_k < \sigma_{V0}$ влиянием шумов квантования на качество подавления помехи можно пренебречь. Для выбора параметров входного преобразователя, обеспечивающих предельно достижимое значение коэффициента подавления, рассмотрим случай воздействия на режекторные фильтры помехи в виде гармонического колебания $\tilde{g}_{\Pi}(t) = A_{\Pi} \exp[j\omega_{\Pi}t + \varphi_{\Pi}]$ со случайной равномерно распределенной фазой φ_{Π} . Для этого в формулах (12.63)—(12.65) необходимо положить $\rho(3T) = \rho(2T) = \rho(T) = 1$, $\sigma_a = \sigma_b = 0$. Тогда с учетом (12.66), полагая $\sigma_{k, \max} = 3\sigma_k$, для режекторного фильтра первого порядка

$$k_{\Pi, \max} = 4A_{\Pi}^2/\delta_A^2. \quad (12.68)$$

При этом требуемое количество двоичных разрядов входного преобразователя находится из формулы

$$\alpha' \geq 3,3 \lg(1 + A_{\Pi}/\delta_A) = 3,3 \lg(1 + \sqrt{k_{\Pi, \max}}/2). \quad (12.69)$$

Нетрудно показать, что для режекторных фильтров второго и третьего порядков максимальный коэффициент подавления помехи и необходимое число разрядов входного преобразователя имеют вид

$$k_{\Pi, \max} = 16A_{\Pi}^2/3\delta_A^2, \quad \alpha'' \geq 3,3 \lg(1 + \sqrt{3k_{\Pi, \max}}/4); \quad (12.70)$$

$$k_{\Pi, \max} = 6,4A_{\Pi}^2/\delta_A^2, \quad \alpha''' \geq 3,3 \lg(1 + \sqrt{k_{\Pi, \max}}/6,4). \quad (12.71)$$

Пусть требуется обеспечить коэффициент подавления помехи, равный 40 дБ. Из формул (12.69)—(12.71) находим требуемое количество двоичных разрядов входного преобразователя $\alpha' \geq 5,6$; $\alpha'' \geq 5,4$; $\alpha''' \geq 5,3$.

Микропроцессорные комплексные фильтры. Алгоритм (12.61) работы цифрового комплексного фильтра реализуется, как правило, двумя каналами обработки составляющих $G_x(t)$ и $G_y(t)$

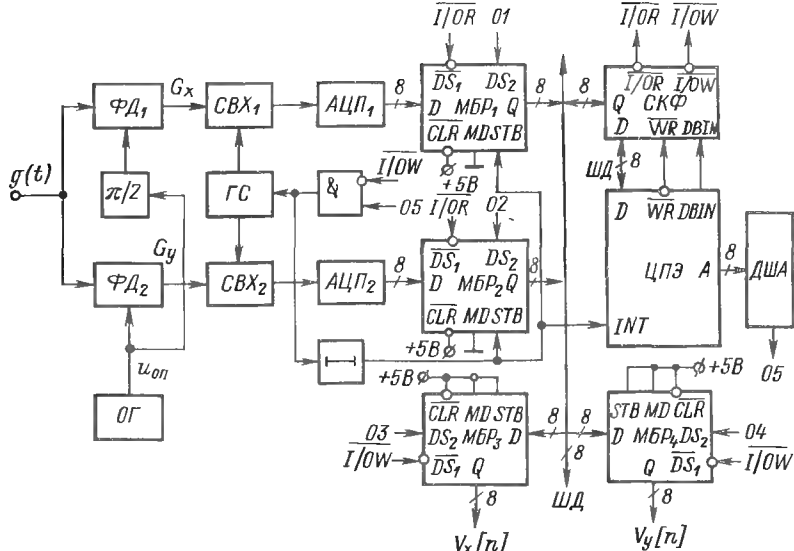


Рис. 12.14. Микропроцессорный комплексный фильтр

комплексной огибающей входного воздействия $\tilde{g}(t) = G(t) \times \exp \{j[\omega_0 t + \varphi(t)]\}$. Для преобразования аналоговых сигналов $G_x(t)$, $G_y(t)$ в цифровые коды в каждом канале используется АЦП. Выходы АЦП периодически опрашиваются микропроцессором. Непосредственное выполнение алгоритма (12.61) осуществляется в микропроцессоре по заранее составленной программе, хранимой в ОЗУ или ПЗУ микропроцессорного устройства. Из формулы (12.61) следует, что для получения одного отсчета выходного сигнала, например, комплексного нерекурсивного фильтра m -го порядка требуется осуществить $(m + 1)$ операцию умножения и m операций сложения комплексных чисел.

Микропроцессорная реализация комплексных фильтров невысокого порядка ($m \leq 4$) не встречает серьезных трудностей. Структурная схема такого фильтра представлена на рис. 12.14. Каждый из каналов фильтра включает фазовый детектор ФД, схему выборки и хранения СВХ и аналого-цифровой преобразователь АЦП типа «напряжения—код». Связь каналов с микропроцессором, например, типа К580 осуществляется через многорежимные буферные регистры МБР₁ и МБР₂ типа К589ИР12. Вывод результатов расчета квадратурных составляющих $V_x(t)$ и $V_y(t)$ выходного сигнала фильтра происходит через регистры МБР₃ и МБР₄ типа К589ИР12.

Входной сигнал $g(t) = G(t) \cos [\omega_0 t + \varphi(t)]$ подается на сигнальные входы фазовых детекторов ФД₁ и ФД₂. На другие входы фазовых детекторов поступают сдвинутые на $\pi/2$ напряжения с опорного генератора ОГ. В результате на выходах фазовых

детекторы формируются квадратичные составляющие $G_x(t) = G(t) \cos [(\omega_0 - \omega_r)t + \varphi(t)]$, $G_y(t) = G(t) \sin [(\omega_0 - \omega_r)t + \varphi(t)]$, где ω_r — частота опорных напряжений. В схемах выборки и хранения СВХ₁ и СВХ₂ строками, поступающими с генератора стробов ГС, берутся выборки сигналов $G_x[n]$ и $G_y[n]$, которые далее подаются на входы АЦП₁ и АЦП₂. Выходы преобразователей соединены с входными шинами D регистров МБР₁ и МБР₂ соответственно. В рассматриваемом устройстве период дискретизации задается микропроцессором. Генератор стробов ГС запускается через схему И при выполнении микропроцессором команды OUT (вывод) по адресу, присвоенному второму входу схемы И (в рассматриваемом примере 05). При завершении процесса преобразования на входных шинах D регистров МБР₁ и МБР₂ устанавливаются цифровые коды, которые должны быть считаны микропроцессором.

Подпрограмма запуска генератора стробов ГС для преобразования входного сигнала в цифровой код в системе команд микропроцессора К580 имеет вид:

Метка	Мнемокод	Операнд	Комментарий
	EI		; Разрешить прерывание
	OUT	05Q	; Запуск генератора стробов ГС
	RET		; Возврат из подпрограммы

Одновременно с запуском генератора стробов выходной сигнал схемы И после дополнительной задержки, большей времени преобразования в АЦП, поступает на вход запроса прерывания INT центрального процессора и входы стробирования STB регистров МБР₁ и МБР₂. По этому сигналу цифровые коды с входных шин D переписываются в регистры. В цикле обработки прерывания микропроцессор последовательно по командам IN (ввод) по адресам, присвоенным регистрам МБР₁ и МБР₂ (в нашем случае 01 и 02 соответственно), считывает содержимое регистров.

Подпрограмма ввода информации с АЦП₁ и АЦП₂ в регистр В и аккумулятор микропроцессора:

Метка	Мнемокод	Операнд	Комментарий
INP:	IN	01Q	; Ввод кода с АЦП ₁ в аккумулятор
	MOV	B, A	; Пересылка кода в регистр В
	IN	02Q	; Ввод кода с АЦП ₂ в аккумулятор
	EI		; Разрешить прерывание
	RET		; Возврат из подпрограммы

По окончании ввода информации микропроцессор вычисляет на текущем шаге значение выходного сигнала фильтра и по командам OUT (вывод) по адресам, присвоенным многорежимным регистрам МБР₃ и МБР₄ (в рассматриваемом примере 03, 04), выводит цифровые коды составляющих $V_x[n]$ и $V_y[n]$ выходного сигнала фильтра соответственно. При реализации, например,

комплексного нерекурсивного режекторного фильтра первого порядка разностное уравнение, определяющее работу фильтра, согласно (12.59) имеет вид:

$$\tilde{V}[n] = \tilde{G}[n] + \dot{a}[n] \tilde{G}[n-1]. \quad (12.72)$$

Для настроенного на помеху фильтра формула (12.72) записывается через квадратурные составляющие:

$$\left. \begin{aligned} V_x[n] &= G_x[n] - G_x[n-1]; \\ V_y[n] &= G_y[n] - G_y[n-1]. \end{aligned} \right\} \quad (12.73)$$

Нетрудно заметить, что каждое из равенств формул (12.73) отличается от рассмотренного в п. 12.3 алгоритма интегрирования (12.45) лишь вторым слагаемым. Поэтому для вычисления выходного сигнала фильтра после соответствующей модификации можно воспользоваться подпрограммой интегрирования, приведенной в п. 12.3.

12.5. МИКРОПРОЦЕССОРНЫЕ УСТРОЙСТВА БЫСТРОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

Дискретное преобразование Фурье. В ряде случаев спектральный анализ входных воздействий лежит в основе построения систем управления. К таким системам относятся непосредственно доплеровские измерители скорости, помехозащищенные дальномеры и угломеры, системы управления, основанные на распознавании образов, и т. д. Цифровая обработка информации в этих системах требует дискретного представления входных воздействий. Для бесконечной цифровой комплексной периодической последовательности $\tilde{f}[n]$ с периодом в N отсчетов можно записать [28, 89]

$$\tilde{f}[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \tilde{F}[k] e^{j(2\pi/N)kn}, \quad (12.74)$$

где $\tilde{F}[k]$ — комплексные амплитуды синусоид с частотами $\omega_k = 2\pi k/N$.

Учитывая, что функция $e^{j\omega_k n}$ является периодической, $e^{j(2\pi/N)kn} = e^{j(2\pi/N)(k \pm mN)n}$, $0 < m < \infty$ формулу (12.74) перепишем в общепринятом виде

$$\tilde{f}[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{F}[k] e^{j(2\pi/N)kn}. \quad (12.75)$$

Из формулы (12.75) нетрудно получить выражение для $\tilde{F}[k]$

$$\tilde{F}[k] = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{f}[n] e^{-j(2\pi/N)nk}. \quad (12.76)$$

Соотношение (12.76) называется дискретным преобразованием Фурье (ДПФ) комплексной последовательности $\tilde{f}[n]$, а (12.75) — обратным дискретным преобразованием Фурье (ОДПФ). Из фор-

мул (12.75) и (12.76) следует, что обе последовательности $\tilde{f}[n]$ и $\tilde{f}[k]$ являются периодическими с периодом N и однозначно определяют друг друга.

Формула (12.76) определяет математические операции над исследуемым воздействием $\tilde{f}[n]$ для получения его дискретного спектра $F[k]$ [4]: 1) формирование и выборка с заданным периодом дискретности квадратурных составляющих входного воздействия $f_x[n] = \text{Re}\{\tilde{f}[n]\}$ и $f_y[n] = \text{Im}\{\tilde{f}[n]\}$ и их кодирование в цифровом виде; 2) формирование квадратурных составляющих весовых коэффициентов $\text{Re}\{e^{-j(2\pi/N)nk}\} = \cos[(2\pi/N)nk]$ и $\text{Im}\{e^{-j(2\pi/N)nk}\} = -\sin[(2\pi/N)nk]$; 3) умножение выборочных значений входного воздействия на весовые коэффициенты по правилу:

$$\left. \begin{aligned} \text{Re}\{\tilde{f}[n] e^{-j(2\pi/N)nk}\} &= f_x[n] \cos[(2\pi/N)nk] + \\ &+ f_y[n] \sin[(2\pi/N)nk]; \\ \text{Im}\{\tilde{f}[n] e^{-j(2\pi/N)nk}\} &= f_y[n] \cos[(2\pi/N)nk] - \\ &- f_x[n] \sin[(2\pi/N)nk]; \end{aligned} \right\} \quad (12.77)$$

4) суммирование частных произведений (12.77) для каждого значения частоты ω_k

$$\left. \begin{aligned} \text{Re}\{\tilde{F}[k]\} &= \sum_{n=0}^{N-1} \text{Re}\{\tilde{f}[n] e^{-j(2\pi/N)nk}\}; \\ \text{Im}\{\tilde{F}[k]\} &= \sum_{n=0}^{N-1} \text{Im}\{\tilde{f}[n] e^{-j(2\pi/N)nk}\}. \end{aligned} \right\} \quad (12.78)$$

Возможны два способа реализации прямого ДПФ. Первый способ заключается в вводе в ОЗУ микропроцессора N комплексных отсчетов входного воздействия с последующей их обработкой процессором для формирования N дискретных значений $\tilde{F}[k]$. Второй способ включает параллельный ввод и обработку информации с использованием пауз между отсчетами, сокращает время, необходимое для выполнения ДПФ, и повышает оперативность выдачи результатов.

Как следует из формул (12.76)–(12.78), при прямом вычислении N -точечного ДПФ нужно выполнить $[2(N-1)]^2$ вещественных умножений и $2N(N-1)$ вещественных сложений (вычитаний), что при достаточно больших N требует чрезмерно большого числа вычислительных операций. Быстрое преобразование Фурье (БПФ) включает набор алгоритмов, позволяющих резко сократить число операций, необходимых для реализации ДПФ. Существуют два типа алгоритмов быстрого преобразования Фурье с прореживанием по времени и с прореживанием по частоте.

Алгоритм быстрого преобразования Фурье с прореживанием по времени. При реализации данного алгоритма N -точечная последовательность $\tilde{f}[n]$ (при N , равном степени 2) разбивается на две

$N/2$ -точечные последовательности $\tilde{f}_1[n]$ и $\tilde{f}_2[n]$, состоящие из четных и нечетных членов $\tilde{f}[n]$ соответственно. Тогда согласно (12.76) N -точечное ДПФ последовательности имеет вид

$$\tilde{F}[k] = \sum_{n=0}^{N/2-1} \tilde{f}_1[n] W_{N/2}^{nk} + W_N^k \sum_{n=0}^{N/2-1} \tilde{f}_2[n] W_{N/2}^{nk}, \quad (12.79)$$

или в другой форме

$$\tilde{F}[k] = \tilde{F}_1[k] + W_N^k \tilde{F}_2[k], \quad (12.80)$$

где $\tilde{F}_1[k]$, $\tilde{F}_2[k]$ — $N/2$ -точечные ДПФ последовательностей $\tilde{f}_1[n]$ и $\tilde{f}_2[n]$; $W_N = e^{-j(2\pi/N)}$; $W_{N/2} = [e^{-j(2\pi/N)}]^2 = e^{-j2\pi/(N/2)}$.

Из формулы (12.80) следует, что N -точечное ДПФ можно представить двумя $N/2$ -точечными преобразованиями, требующими порядка $(N/2)^2 \cdot 2 = N^2/2$ комплексных умножений, что вдвое меньше по сравнению с прямым вычислением (12.76).

В соотношении (12.80) $\tilde{F}_1[k]$ и $\tilde{F}_2[k]$ имеют период $N/2$ и вычисляются для $0 \leq k \leq N/2 - 1$. Для определения значений дискретного спектра $\tilde{F}[k]$ при $N/2 \leq k \leq N - 1$ используют следующее правило:

$$\tilde{F}[k] = \begin{cases} \tilde{F}_1[k] + W_N^k \tilde{F}_2[k], & 0 \leq k \leq N/2 - 1; \\ \tilde{F}_1\left[k - \frac{N}{2}\right] - W_N^k \tilde{F}_2\left[k - \frac{N}{2}\right], & N/2 \leq k \leq N - 1. \end{cases} \quad (12.81)$$

Аналогичным образом каждая из $N/2$ -точечных последовательностей $\tilde{F}_1[k]$ и $\tilde{F}_2[k]$ может быть представлена через $N/4$ -точечные, а $N/4$ -точечные через $N/8$ -точечные и т. д., пока не останутся только двухточечные.

Общее число возможных ступеней преобразования $v = \log_2 N$. Аналогично формуле (12.81) правило формирования текущих отсчетов на m -й ступени преобразования можно записать в виде [29]:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{F}_{m+1}[p] &= \tilde{F}_m[p] + W_N^r \tilde{F}_m[q]; \\ \tilde{F}_{m+1}[q] &= \tilde{F}_m[p] - W_N^r \tilde{F}_m[q], \end{aligned} \right\} \quad (12.82)$$

где p , q и r — числа, которые зависят от номера ступени m .

Формула (12.82) определяет базовую операцию «бабочка» алгоритма БПФ с прореживанием по времени. Направленный граф базовой операции изображен на рис. 12.15, где в каждом узле суммируются входящие сигналы и сигнал ветви умножается на

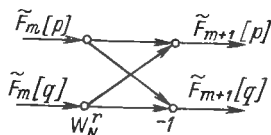


Рис. 12.15. Базовая операция «бабочка» алгоритма БПФ с прореживанием по времени

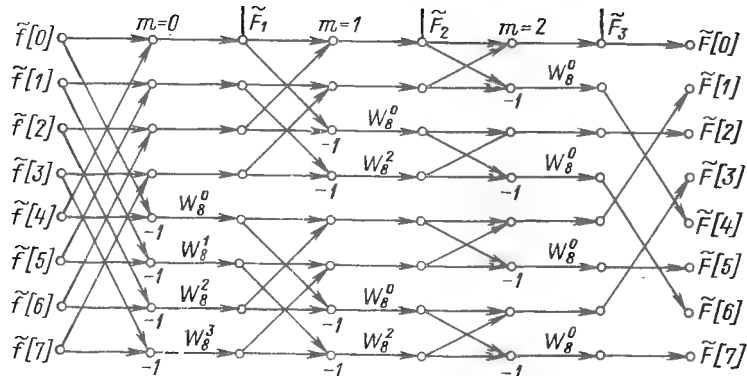


Рис. 12.16. Направленный граф переходов 8-точечного алгоритма БПФ с прореживанием по времени

записанный рядом с ветвью коэффициент. Если коэффициент не указан, то он полагается равным 1.

В качестве примера рассмотрим 8-точечное дискретное преобразование Фурье, т. е. $N = 8$. Пусть путем последовательного прореживания по времени 8-точечное БПФ сводится к набору простейших 2-точечных преобразований. В этом случае число ступеней преобразования $\nu = \log_2 8 = 3$. Соответствующий направленный граф переходов с использованием соотношений (12.82) и (12.79) показан на рис. 12.16. Откуда видно, что прореживание входной последовательности $\tilde{f}[n]$ по времени на четные и нечетные отсчеты нарушает их естественную нумерацию. В результате для реализации рассматриваемого метода БПФ требуется перестановка отсчетов входной последовательности по правилу двоичной инверсии [89].

Алгоритм быстрого преобразования Фурье с прореживанием по частоте. Исходная последовательность $\tilde{f}[n]$, состоящая из $N = 2^N$ отсчетов, разбивается на две последовательности по $N/2$ отсчетов каждая: от нулевого до $(N/2 - 1)$ -го — первая последовательность и от отсчета с номером $N/2$ до $(N - 1)$ -го — вторая последовательность; N -точечное дискретное преобразование Фурье в таком случае имеет вид

$$\tilde{F}[k] = \sum_{n=0}^{N/2-1} \left\{ \tilde{f}[n] W_N^{nk} + \tilde{f}\left[n + \frac{N}{2}\right] W_N^{(n+N/2)k} \right\}. \quad (12.83)$$

В формуле (12.83) $W_N^{Nk/2} = e^{-j\pi k}$, тогда

$$\tilde{F}[k] = \sum_{n=0}^{N/2-1} \left\{ \tilde{f}[n] + e^{-j\pi k} \tilde{f}\left[n + \frac{N}{2}\right] \right\} W_N^{nk}. \quad (12.84)$$

Рассмотрим отдельно четные и нечетные отсчеты спектра $\tilde{F}[k]$. Нетрудно заметить, что для четных частот ($k = 2m$) $e^{-j\pi k} = 1$,

а для четных $(k = 2m + 1) e^{-j\pi k} = -1$. Группируя в (12.84) отсчеты частоты по признаку четности и нечетности, т. е. осуществляя «прореживание» по частоте, получим следующие выражения для их вычисления:

$$\begin{aligned}\tilde{F}[2k] &= \sum_{n=0}^{N/2-1} \left\{ \tilde{f}[n] + \tilde{f}\left[n + \frac{N}{2}\right] \right\} (W_N^2)^{nk} = \\ &= \sum_{n=0}^{N/2-1} \left\{ \tilde{f}[n] + \tilde{f}\left[n + \frac{N}{2}\right] \right\} W_{N/2}^{nk};\end{aligned}\quad (12.85)$$

$$\begin{aligned}\tilde{F}[2k+1] &= \sum_{n=0}^{N/2-1} \left\{ \tilde{f}[n] - \tilde{f}\left[n + \frac{N}{2}\right] \right\} W_N^{n(2k+1)} = \\ &= \sum_{n=0}^{N/2-1} \left\{ \left\{ \tilde{f}[n] - \tilde{f}\left[n + \frac{N}{2}\right] \right\} W_N^n \right\} W_{N/2}^{nk}.\end{aligned}\quad (12.86)$$

Из формул (12.85) и (12.86) следует, что четные и нечетные отсчеты спектра исходной последовательности $\tilde{f}[n]$ можно получить из $N/2$ -точечных ДПФ последовательностей:

$$\tilde{f}_1[n] = \tilde{f}[n] + \tilde{f}\left[n + \frac{N}{2}\right], \quad n = 0, 1, \dots, N/2 - 1;$$

$$\tilde{f}_2[n] = \left\{ \tilde{f}[n] - \tilde{f}\left[n + \frac{N}{2}\right] \right\} W_N^n, \quad n = 0, 1, \dots, N/2 - 1.$$

Полученные $N/2$ -точечные ДПФ аналогичным образом можно представить через $N/4$ -точечные и т. д., пока не останутся только двухточечные. Как и в случае прореживания по времени, общее число ступеней преобразования будет $\vartheta = \log_2 N$. На m -й ступени преобразования из N комплексных значений $\tilde{F}_m[k]$ формируются N комплексных значений $\tilde{F}_{m+1}[k]$ в соответствии с выражениями:

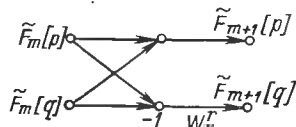
$$\left. \begin{aligned}\tilde{F}_{m+1}[p] &= \tilde{F}_m[p] + \tilde{F}_m[q]; \\ \tilde{F}_{m+1}[q] &= \{\tilde{F}_m[p] - \tilde{F}_m[q]\} W_N^r,\end{aligned} \right\} \quad (12.87)$$

где числа p , q и r зависят от номера ступени преобразования m .

Формулы (12.87) являются базовой операцией «бабочка» алгоритма БПФ с прореживанием по частоте. Направленный граф для данной операции изображен на рис. 12.17.

Сравнение формул (12.82) и (12.87) показывает отличие выполнения базовых операций для рассмотренных алгоритмов БПФ.

Рис. 12.17. Базовая операция «бабочка» алгоритма БПФ с прореживанием по частоте



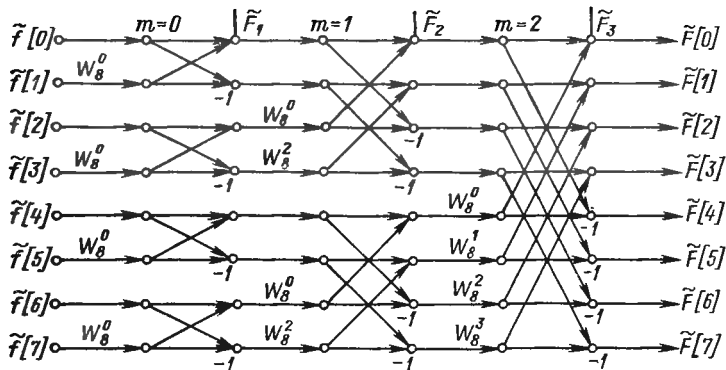


Рис. 12.18. Направленный граф переходов 8-точечного алгоритма БПФ с прореживанием по частоте

В случае прореживания по времени комплексное умножение выполняется до операций сложения—вычитания, для алгоритма с прореживанием по частоте — после операций сложения — вычитания.

Направленный граф 8-точечного ДПФ, преобразованного в простейшие 2-точечные ДПФ, при прореживании по частоте представлен на рис. 12.18. Анализ любого из рассмотренных алгоритмов показывает, что для вычисления спектра по дискретному массиву из N отсчетов необходимо осуществить $(N/2) \log_2 N$ операций комплексного умножения и $N \log_2 N$ операций комплексного сложения [89]. Оценим эффективность БПФ по коэффициенту γ , равному отношению затрат времени на выполнение умножения при обычном и рассматриваемом способе определения спектра (при условии, что N равно степени 2) $\gamma = (N - 2)/\log_2 N$ [35]. Так, при $N \geq 1024$ объем вычислений сокращается приблизительно на два порядка.

Отметим две особенности реализации алгоритмов быстрого преобразования Фурье. В большинстве алгоритмов БПФ появляется необходимость такой перестановки входной (выходной) последовательности, чтобы выходная (входная) последовательность имела прямой порядок расположения. Например, чтобы выходная последовательность $\tilde{F}[k]$ имела прямой порядок, входная последовательность должна быть расположена в ОЗУ микропроцессора в двоично-инверсном порядке. Правило двоично-инверсной перестановки приведено в [28]. Вторая особенность алгоритма БПФ заключается в том, что на всех ступенях преобразования используются коэффициенты W_N^k , $k = 0, 1, \dots, N - 1$. Простейший способ получения этих коэффициентов — составление таблицы и запись ее в постоянное запоминающее устройство микропроцессоров. Данный способ дает максимальное быстродействие реализации БПФ, но требует под таблицу примерно N ячеек па-

мяти со сложным алгоритмом адресации. Вторым способом предполагается непосредственное вычисление в процессе выполнения БПФ весовых коэффициентов $W_N^k = \cos [(2\pi/N) k] - j \sin [(2\pi/N) k]$ по стандартным подпрограммам расчета косинуса и синуса. Данный способ позволяет снизить аппаратные затраты, однако приводит к большим затратам времени.

Следует отметить, что рассмотренная классификация алгоритмов БПФ по признаку прореживания по времени или по частоте является условной. Каждый из них может быть получен из другого путем взаимной замены входа и выхода и обращения всех стрелок в направленном графе (см. рис. 12.16 и 12.18).

Существуют алгоритмы БПФ с основанием, не равным 2, позволяющие дополнительно снизить затраты времени для расчета дискретного спектра. Так, например, для алгоритма с основанием 4 требуется на 25 % меньше комплексных умножений, чем для алгоритма с основанием 2 [28].

Реализация микропроцессорных устройств быстрого преобразования Фурье. Как следует из соотношений (12.59) и (12.74), алгоритмы быстрого преобразования Фурье описывают работу комплексных нерекурсивных фильтров, основанных на взвешенном суммировании значений входной последовательности, и не требуют специальных структур микропроцессорных средств.

Те дополнительные приемы алгоритмов БПФ, которые используются для уменьшения времени спектрального анализа, следует скорее отнести к новой внутренней организации процесса обработки информации за счет программных средств. Укрупненно микропроцессорное устройство, реализующее практически любой алгоритм БПФ, можно представить схемой, изображенной на рис. 12.19. Программа работы процессора определяется выбранным алгоритмом БПФ и хорошо иллюстрируется соответствующим направленным графом переходов.

Типовой набор операции для реализации алгоритмов БПФ имеет вид.

1. Формирование и выборка с заданным периодом дискретизации T квадратурных составляющих входных воздействий $f_x[n]$ и $f_y[n]$ и их кодирование в цифровом виде; данные операции выполняются в преобразователях $АЦП_1$ и $АЦП_2$.
2. Запись в ОЗУ цифровых значений выборок входного воздействия $\tilde{f}[n]$.

В зависимости от выбранного алгоритма БПФ (с прореживанием по частоте или по времени) адресация ячеек памяти ОЗУ ведется либо без перестановки номеров отсчетов входной последовательности, либо с двоично-инверсной перестановкой. Для выполнения данной операции необходимо использовать специальную подпрограмму (табл. 12.1).

Алгоритм двоично-инверсной перестановки номеров отсчетов входного воздействия при четном числе разрядов m , отведенных

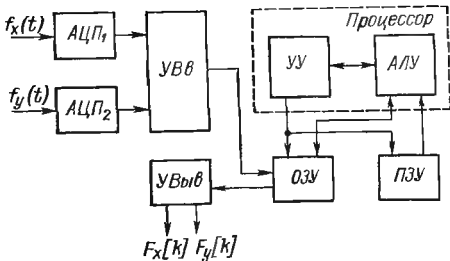
ПРАВИЛО ВЫПОЛНЕНИЯ
ДВОИЧНО-ИНВЕРСНОЙ
ПЕРЕСТАНОВКИ ДЛЯ $N = 16$ 

Рис. 12.19. Микропроцессорное устройство БПФ

для двоичного представления величины N , показан на рис. 12.20. Процесс перестановки происходит следующим образом. Содержимое регистра A , в который записано в двоичном коде текущее значение номера выборки n , сдвигается влево на один разряд. При этом значение старшего разряда a_{m-1} регистра A выталкивается в триггер признака переноса T (операция 3) и записывается в старший разряд c_{m-1} регистра C (операция 4). На следующем шаге в триггер признака переноса выталкивается значение разряда a_{m-2} регистра A и после сдвига содержимого регистра C на один разряд вправо переписывается в его старший разряд. В результате в разрядах c_{m-1} и c_{m-2} регистра C оказываются записанными значения разрядов a_{m-2} и a_{m-1} регистра A соответственно. Процесс перезаписи повторяется m раз и поясняется рис. 12.21.

3. Выборка из ОЗУ в максимально возможном темпе либо отсчетов входного воздействия на нулевой ступени преобразования, либо результатов промежуточного счета $\tilde{F}_m[k]$ на последующих ступенях преобразования, их комплексное взвешивание и суммирование. Эти операции выполняются в процессоре рассматриваемого устройства БПФ, состоящего из арифметико-логического устройства АЛУ и устройства управления УУ. Работа микропроцессора на данном этапе определяется специальной подпрограммой, соответствующей выбранному алгоритму БПФ и хранящейся в ПЗУ. Весовые коэффициенты W_N^k при этом либо генерируются по специальным алгоритмам и реализуются соответствующими подпрограммами, либо предварительно в виде таблицы записываются в ПЗУ и считываются из него в процессе работы.

4. Результаты промежуточных расчетов $\tilde{F}_m[k]$ запоминаются в ОЗУ в темпе их получения. Это происходит после выполнения арифметических операций.

Десятичный номер	Двоичный код	Двоично-инверсный код	Двоично-инверсный номер
0	0000	0000	0
1	0001	1000	8
2	0010	0100	4
3	0011	1100	12
4	0100	0010	2
5	0101	1010	10
6	0110	0110	6
7	0111	1110	14
⋮	⋮	⋮	⋮
14	1110	0111	7
15	1111	1111	15

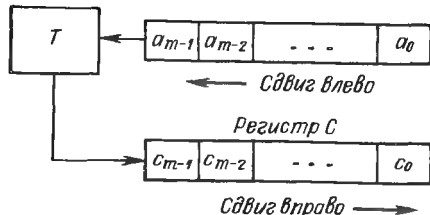


Рис. 12.21. Двоично-инверсная перестановка номеров отсчетов

Рис. 12.20. Блок-схема алгоритма двоично-инверсной перестановки

5. Последовательное выполнение ступеней преобразования вплоть до последней, на которой получают все комплексные составляющие $\tilde{F}[k]$ дискретного спектра входной последовательности.

6. В случае необходимости производится перестановка выходных данных по рассмотренному выше алгоритму двоично-инверсного преобразования кодов.

7. Вывод через устройство вывода $УВыв$ действительных и

мнимых составляющих $F_{\infty}[k]$ и $F_y[k]$ дискретного спектра входной последовательности.

Рассмотренный порядок выполнения операций называется последовательным БПФ. На каждой ступени преобразования реализуется базовая операция обработки «бабочка». При этом время обработки полного массива из N выборочных значений входного воздействия, необходимое при осуществлении последовательного БПФ, определяется по формуле $\Delta T = (\Delta t N \log_2 N)/2$ [38], где Δt — время выполнения одной операции «бабочка», которое для микропроцессорного комплекта серии К580 составляет 40 мкс. Тогда, например, при $N = 128$ получаем $\Delta T = 18 \cdot 10^3$ мкс, что ограничивает верхнюю частоту исследуемого в реальном масштабе времени входного воздействия величиной 0,03 кГц. Для повышения быстродействия микропроцессорных устройств БПФ используются процессоры каскадной структуры [38].

Влияние шумов квантования. Квантование по уровню входного воздействия в аналого-цифровых преобразователях приводит

к появлению шумовых ошибок вычисления составляющих спектра $\tilde{F}[k]$. Будем считать, что при выполнении вычислительных операций отсутствуют ошибки округления. При этом нетрудно заметить, что независимо от способа реализации дискретного преобразования Фурье в конечном итоге каждая спектральная составляющая $\tilde{F}[k]$ формируется взвешенным суммированием всех N выборок входного воздействия. При этом модули весовых коэффициентов равны единице. Тогда с учетом независимости шумов квантования отдельных выборок входного воздействия результирующая дисперсия шумовой ошибки вычисления дискретного спектра $\tilde{F}[k]$ согласно формулам (12.23) и (12.76) имеет вид

$$\sigma_{\Sigma}^2 = N\delta_A^2/12, \quad (12.88)$$

где δ_A — цена единицы младшего разряда входного преобразователя.

Можно показать, что для гармонического входного воздействия $\tilde{f}(t) = A \exp[j(\omega t + \psi)]$ со случайной и равномерно распределенной фазой ψ при $\omega = \omega_k$ средний квадрат величины спектральной составляющей $F[k]$ без учета шумов квантования равен

$$\sigma_F^2 = M\{|\tilde{F}[k]|^2\} = 0,5N^2A^2. \quad (12.89)$$

Формулы (12.88) и (12.89) позволяют для заданного значения $\epsilon = \sigma_F^2/\sigma_{\Sigma}^2$ определить требуемое число двоичных разрядов входного преобразователя

$$\alpha \geq 3,3 \lg(1 + A/\delta_A) = 3,3 \lg[1 + \sqrt{\epsilon/(6N)}]. \quad (12.90)$$

Так, для входной последовательности из $N = 512$ отсчетов, чтобы получить $\epsilon \geq 40$ дБ, необходимое число двоичных разрядов входного преобразователя составит $\alpha \geq 4,06$.

12.6. МИКРОПРОЦЕССОРНЫЕ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫЕ УСТРОЙСТВА

Микропроцессорные временные дискриминаторы. В системах автоматического управления цифровые временные дискриминаторы используются для преобразования временного рассогласования двух сигналов в цифровой код. Микропроцессорные дискриминаторы могут быть реализованы на традиционных элементах цифровой техники (триггеры, счетчики, логические элементы) с последующим вводом цифрового кода в микропроцессор либо на базе специальных программируемых БИС, например, таймере (БИС типа КР580ВИ53), предназначенном для выполнения операций типа «время—код», «код—время». Следует отметить, что в большинстве практических случаев ставится задача точного измерения коротких временных интервалов длительностью $n \cdot 10^3$ – $n \cdot 10^{-3}$ мкс. Данное обстоятельство накладывает жесткие требования при выборе серии микропроцессорного комплекта.

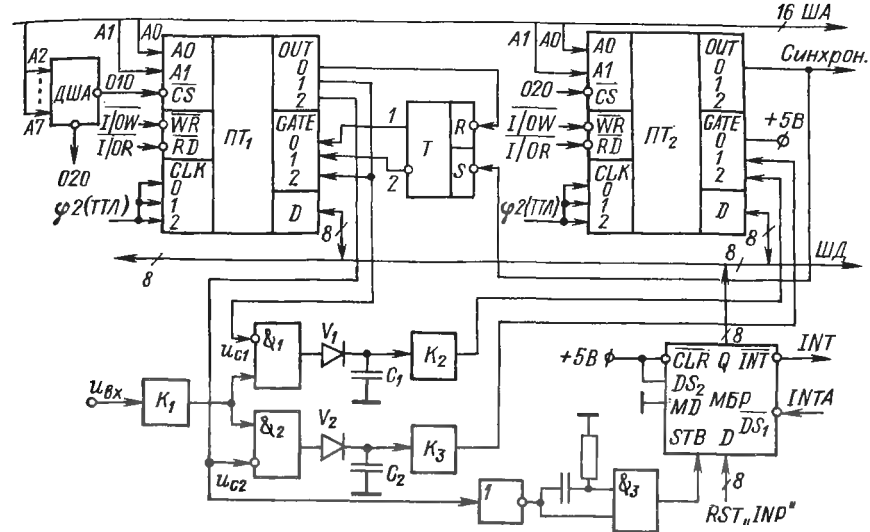


Рис. 12.22. Микропроцессорный временной дискриминатор

Схема микропроцессорного временного дискриминатора с использованием сдвинутых друг относительно друга следящих импульсов u_{c1} и u_{c2} представлена на рис. 12.22. В состав дискриминатора входят два программируемых таймера PT_1 и PT_2 типа КР580ВИ53, триггер T , многорежимный буферный регистр МБР типа К589ИР12, компараторы K_1 , K_2 и K_3 и ряд других элементов. Канал 0 таймера PT_2 программируется в режим 2 (режим деления частоты) и вырабатывает непрерывную последовательность коротких отрицательных синхронизирующих импульсов с периодом T_0 . Синхронизирующие импульсы с выхода OUT_0 поступают на вход S триггера T , устанавливая его в единичное состояние. Канал 0 таймера PT_1 выполняет роль временного модулятора (схема управляемой задержки), программируется в режим 5 (генератор задержанного строба с аппаратным запуском) и запускается по входу разрешения счета $GATE_0$ положительным перепадом напряжения с выхода 1 триггера T . В результате на выходе OUT_0 таймера PT_1 вырабатывается отрицательный импульс, длительность которого определяется числом, загруженным в счетчик канала 0. Применительно к системе автоматического сопровождения по дальности указанная длительность импульса соответствует поступающей с выхода системы АСД по цепи главной обратной связи оценке измеряемой дальности в предыдущие моменты времени. Каналы 1 и 2 таймера PT_1 программируются в режим 1 (ждущий мультивибратор с аппаратным запуском) и вырабатывают следящие селекторные импульсы u_{c1} и u_{c2} соответственно. Запуск счетчика канала 1 осуществляется по входу $GATE_1$ сигналом

с выхода 2 триггера T , а задним фронтом выходного импульса u_{c1} канала 1 по входу $GATE2$ запускается счетчик канала 2, формирующий на выходе $OUT2$ селекторный импульс u_{c2} . Интервалы времени Δt_1 и Δt_2 , соответствующие взаимному совпадению входного импульса u_{ex} с первым и вторым следящими селекторными импульсами, выделяются логическими элементами I_1 и I_2 . Для уменьшения ошибок дискретизации при цифровом измерении временных интервалов Δt_1 и Δt_2 в схеме предусмотрено расширение импульсов совпадений. Выходными сигналами схем I_1 и I_2 через диоды V_1 и V_2 осуществляется быстрый заряд конденсаторов C_1 и C_2 в паузе между импульсами конденсаторы медленно разряжаются. Измерение длительностей расширенных импульсов совпадений осуществляется счетчиками каналов 1 и 2 таймера $ПТ_2$, которые программируются в режим 1 и запускаются по входам $GATE1$ и $GATE2$ первым и вторым расширенными импульсами совпадений соответственно. Для считывания результатов измерений длительностей импульсов совпадений схема укорочения импульса, собранная на элементах $ИЛИ$ и I_3 , вырабатывает короткий импульс строба, поступающий на вход STB регистра $МБР$. Через многорежимный буферный регистр $МБР$ в микропроцессор передается код операции RST со стартовым адресом прерывающей программы.

В цикле обработки прерывания микропроцессор считывает содержимое N_1 и N_2 счетчиков каналов 1 и 2 таймера $ПТ_2$ и вычисляет цифровой сигнал рассогласования $N_\Delta = N_1 - N_2$. Цифровой код N_Δ может использоваться для изменения времени задержки следящих селекторных импульсов с целью компенсации рассогласования N_Δ . Изменение времени задержки селекторных импульсов осуществляется перезагрузкой счетчика канала 0 таймера $ПТ_1$ новым числом, соответствующим результату измерения времени задержки входного сигнала в предшествующие моменты времени. В таком случае схема на рис. 12.22 может рассматриваться как микропроцессорное устройство автоматического слежения за временным положением входного сигнала.

Подпрограмма вычисления сигнала рассогласования в системе команд микропроцессора К580 имеет вид:

Метка	Мнемокод	Операнд	Комментарий
INP :	IN	021Q	; Ввод числа N_1 из канала 1 таймера $ПТ_2$ в аккумулятор
	MOV	B, A	; Пересылка содержимого аккумулятора в регистр B
	IN	022Q	; Ввод числа N_2 из канала 2 таймера $ПТ_2$ в аккумулятор
$SUBT$:	SUB	B	; Вычитание содержимого регистра B из содержимого аккумулятора
	EI		; Разрешить прерывание
	RET		; Возврат из подпрограммы

Подсчет числа импульсов $N = f_c T_{\text{н}}$, где f_c — частота входного сигнала, осуществляется счетчиком канала 2 таймера. Предварительно в счетчике в дополнительном коде устанавливается число $N_0 = f_0 T_{\text{н}}$, соответствующее переходной частоте дискриминатора f_0 . Поэтому в конце измерительного интервала в счетчике остается число $N_{\Delta} = N - N_0$, зависящее от частотного рассогласования $\Delta f = f_c - f_0$. Считывание числа N_{Δ} и вывод его во внешнее устройство в рассматриваемом дискриминаторе происходят в режиме прерывания. Для этого задним фронтом измерительного импульса, снимаемого с выхода *OUT0*, запускается схема укорочения импульса, собранная на элементах *ИЛИ* и *И*, импульс строба которой подается на вход *STB* регистра *МБР₂*. В результате с выхода *INT* для микропроцессора формируется сигнал запроса прерывания, а по сигналу разрешения прерывания *INTA* в процессор передается код операции *RST* со стартовым адресом прерывающей программы «*INP*».

В цикле обработки прерывания микропроцессор считывает число N_{Δ} со счетчика канала 2 таймера в аккумулятор и выводит его через регистр *МБР₁* во внешнее устройство. Описанный выше процесс измерения величины частотного рассогласования Δf периодически повторяется. В рассмотренном частотном дискриминаторе цена единицы младшего разряда выходного кода составляет $\delta_2 = 1/T_{\text{н}}$.

Ниже приводится подпрограмма вычисления величины частотного рассогласования:

Метка	Мнемокод	Операнд	Комментарий
<i>INP:</i>	<i>IN</i>	012Q	; Ввод числа N_{Δ} в аккумулятор из канала 2 таймера
	<i>OUT</i>	020Q	; Вывод числа N_{Δ} в регистр <i>МБР₁</i>
	<i>EI</i>		; Разрешить прерывание
	<i>RET</i>		; Возврат из подпрограммы

Микропроцессорные фазовые дискриминаторы. Возможная схема построения микропроцессорного фазового дискриминатора показана на рис. 12.24. В состав дискриминатора входят программируемый таймер *ПТ*, формирователи импульсов *ФИ₁* и *ФИ₂*, *RS*-триггеры *T₁*, *T₂* и другие элементы. Принцип работы дискриминатора заключается в том, что разность фаз $\Delta\varphi$ между синусоидальными входным $u_{\text{вх}}$ и опорным $u_{\text{оп}}$ сигналами преобразуется во временной интервал, измеряемый микропроцессором. Для учета знака разности фаз $\Delta\varphi$ фаза опорного сигнала сдвигается на π . Сигналы $u_{\text{вх}}$ и $u_{\text{оп}}$ преобразуются формирователями *ФИ₁* и *ФИ₂* в последовательности импульсов, появляющиеся в моменты пересечения этими сигналами нулевого уровня, например, от отрицательных значений к положительным. При разности фаз $\Delta\varphi = 0$ импульсные последовательности на выходах преобразователей *ФИ₁* и *ФИ₂* благодаря дополнительному сдвигу фазы опор-

фаз $\Delta\varphi$ осуществляются в режиме прерывания. Для этого задним фронтом импульса длительностью t_2 , снимаемого с триггера T_2 , запускается схема укорочения импульса, собранная на элементах ИЛИ и И. Импульс строба с выхода схемы укорочения поступает на вход STB регистра $МБР_2$, который вырабатывает сигнал запроса прерывания $\overline{INT}$ и передает в микропроцессор код операции RST « INP » со стартовым адресом прерывающей программы. В процессе обработки прерывания микропроцессор считывает из каналов 1 и 0 таймера числа n_1 и n_2 , вычисляет величину $\Delta\varphi$ и через многорежимный буферный регистр $МБР_1$ выводит во внешнее устройство код N_Δ , соответствующий разности фаз $\Delta\varphi$ сигналов $u_{вх}$ и $u_{оп}$. Процесс измерения величины $\Delta\varphi$ повторяется в каждом периоде входного сигнала. При вычислении значения разности фаз $\Delta\varphi$ микропроцессор умножает число $N_\Delta^* = n_2 - n_1$ на масштабный множитель $k = 2\pi (2N_0 - n_1 - n_2)^{-1} = 2\pi (N_1 + N_2)^{-1}$. Для известной частоты входного сигнала $F_c = 1/(2\pi T_c)$ операция масштабирования легко выполняется правильным выбором коэффициента деления n частоты следования F_0 тактовых импульсов φ_2 . В этом случае подпрограмма вычисления разности фаз $\Delta\varphi$ в системе команд микропроцессора К580 имеет вид:

Метка	Мнемокод	Операнд	Комментарий
$INP:$	IN	010Q	; Ввод числа n_2 в аккумулятор из канала 0 таймера
	MOV	B, A	; Пересылка содержимого аккумулятора в регистр B
	IN	011Q	; Ввод числа n_1 в аккумулятор из канала 1 таймера
$SUBT:$	SUB	B	; Вычитание содержимого регистра B из содержимого аккумулятора
	OUT	020Q	; Вывод числа N_Δ в регистр $МБР_1$
	EI		; Разрешить прерывание
	RET		; Возврат из подпрограммы

В рассмотренном микропроцессорном фазовом дискриминаторе цена единицы младшего разряда выходного кода составляет $\delta_2 = 2\pi F_c n / F_0$.

Другие варианты построения цифровых фазовых дискриминаторов описаны в работах [103].

Микропроцессорные цифровые исполнительные устройства. Цифровые исполнительные устройства решают задачу однозначного преобразования цифрового управляющего сигнала в какой-либо параметр непрерывного электрического сигнала, например, частоту, время задержки, фазу сигнала и т. д.

В цифровых радиолокационных системах автоматического сопровождения по дальности исполнительным устройством является временной модулятор, осуществляющий преобразование кода, вырабатываемого цифровым управляющим фильтром, во время задержки следящих импульсов. Ранее отмечалось, что в ка-

импульсов ГТИ. Синхронизирующий импульс, поступая на триггер T , переводит его в состояние, при котором открывается логический элемент $И$. При этом счетные импульсы, попадая на вычитающий вход счетчика, постепенно уменьшают его содержимое. В момент обнуления счетчика на его выходе « ≤ 0 » формируется короткий импульс u_a , задержанный относительно синхронизирующего импульса на время $t_a = N_y T_{сч}$, где $T_{сч}$ — период следования счетных импульсов (в рассматриваемой схеме $T_{сч} \approx \approx 0,05$ мкс). Одновременно импульс u_a переводит триггер T в исходное состояние и с выхода линии задержки поступает на вход C счетчика, вновь загружая его цифровым управляющим сигналом N_y . Для обеспечения устойчивой работы преобразователя перезагрузка микропроцессором интерфейса новым цифровым управляющим сигналом осуществляется в паузе между очередным выработанным импульсом u_a и следующим за ним импульсом синхронизации $СИ$. При этом импульсом u_a через регистр МБР передается сигнал запроса прерывания $\overline{INT}$ и код операции RST со стартовым адресом прерывающей программы. Ряд других схем цифровых преобразователей типа «код—временной сдвиг» рассмотрен в [103].

В системах частотной и фазовой автоподстройки на базе микропроцессоров могут строиться цифровые синтезаторы частоты [103], формирующие гетеродинные синусоидальные напряжения с частотой $f_{г} = f_0 + N_y \Delta f$, где f_0 — средняя частота; N_y — управляющее число, поступающее с цифрового управляющего фильтра главной обратной связи замкнутой системы; Δf — шаг дискретизации частоты.

В системах автоматического сопровождения по направлению важное место занимают цифровые устройства управления диаграммой направленности антенны [103], которые также могут быть реализованы с применением микропроцессоров. Использование микропроцессоров и программируемых БИС открывает широкие возможности для практической реализации сложных электронных устройств систем автоматического управления.

Приложение 1

Список команд микроЭВМ с общей шиной

Мнемокод	Машинный код	Функция команды	Коды условий			
			<i>N</i>	<i>Z</i>	<i>V</i>	<i>C</i>
<i>MOV SD</i>	<i>b1msmd</i>	$(src) \rightarrow (dst)$	+	+	0	—
<i>ADD SD</i>	<i>06msmd</i>	$(src) + (dst) \rightarrow (dst)$	+	+	+	+
<i>SUB SD</i>	<i>16msmd</i>	$(dst) - (src) \rightarrow (dst)$	+	+	+	+
<i>CLR D</i>	<i>b050md</i>	$0 \rightarrow (dst)$	0	1	0	0
<i>COM D</i>	<i>b051md</i>	$(\overline{dst}) \rightarrow (dst)$	+	+	0	1
<i>INC D</i>	<i>b052md</i>	$(dst) + 1 \rightarrow (dst)$	+	+	+	—
<i>DEC D</i>	<i>b053md</i>	$(dst) - 1 \rightarrow (dst)$	+	+	+	—
<i>NEG D</i>	<i>b054md</i>	$(\overline{dst}) + 1 \rightarrow (dst)$	+	+	+	+
<i>ADC D</i>	<i>b055md</i>	$(dst) + C \rightarrow (dst)$	+	+	+	+
<i>SBC D</i>	<i>b056md</i>	$(dst) - C \rightarrow (dst)$	+	+	+	+
<i>TST D</i>	<i>b057md</i>	$(dst) \rightarrow (dst)$	+	+	0	0
<i>MUL S, rd</i>	<i>070dms</i>	Если регистр <i>rd</i> четный, то $(src) \times [rd] \rightarrow [rd], [rd + 1]$; $(src) \times [rd] \rightarrow [rd]$, если <i>rd</i> нечетный	+	+	0	+
<i>DIV S, rd</i>	<i>071dms</i>	$[rd], [rd + 1] / (src) \rightarrow [rd]; [rd + 1]$ — остаток; <i>rd</i> — всегда четный	+	+	+	+
<i>BIT SD</i>	<i>b3msmd</i>	$(src) \wedge (dst)$	+	+	0	—
<i>BIC SD</i>	<i>b4msmd</i>	$(src) \wedge (dst) \rightarrow (dst)$	+	+	0	—
<i>BIS SD</i>	<i>b5msmd</i>	$(src) \vee (dst) \rightarrow (dst)$	+	+	0	—
<i>XOR rs, D</i>	<i>074smd</i>	$[rs] \vee (dst) \rightarrow (dst)$	+	+	0	—
<i>CMP SD</i>	<i>b2msmd</i>	$(src) - (dst)$	+	+	+	+

Мнемокод	Машинный код	Функция команды	Коды условий			
			N	Z	V	C
<i>BNE C</i>	001000+XXX	Перейти, если $\neq 0$	—	—	—	—
<i>BEQ C</i>	001400+XXX	» » $= 0$	—	—	—	—
<i>BGE C</i>	002000+XXX	» » ≥ 0	—	—	—	—
<i>BLT C</i>	002400+XXX	» » < 0	—	—	—	—
<i>BGT C</i>	003000+XXX	» » > 0	—	—	—	—
<i>BLE C</i>	003400+XXX	» » ≤ 0	—	—	—	—
<i>BPL C</i>	100000+XXX	» » $[N] = 0$	—	—	—	—
<i>BMI C</i>	100400+XXX	» » $[N] = 1$	—	—	—	—
<i>BHI C</i>	101000+XXX	» » $>$	—	—	—	—
<i>BLOS C</i>	101100+XXX	» » $\leq$	—	—	—	—
<i>BVC C</i>	102000+XXX	» » $[V] = 0$	—	—	—	—
<i>BVS C</i>	102400+XXX	» » $[V] = 1$	—	—	—	—
<i>BCC C</i>	103000+XXX	» » $[C] = 0$	—	—	—	—
<i>BCS C</i>	103400+XXX	» » $[C] = 1$	—	—	—	—
<i>BR C</i>	000400+XXX	Безусловный переход	—	—	—	—
<i>JMP D</i>	0001md	$(dst) \rightarrow [CK]; m \neq 0$	—	—	—	—
<i>JSR rsd, D</i>	004smd	Перейти к подпрограмме: $[rsd] \rightarrow (YC);$ $[CK] \rightarrow [rsd];$ $(dst) \rightarrow [CK]$	—	—	—	—
<i>RTS rsd</i>	00020d	Выйти из подпрограммы: $[rsd] \rightarrow [CK];$	—	—	—	—
<i>SW AB</i>	0003md	$(YC) \uparrow \rightarrow [rsd]$ Поменять местами байты слова	+	+	0	0
<i>HALT</i>	000000	Останов	—	—	—	—
<i>RTI</i>	000002	Выйти из прерывания: $(YC) \uparrow \rightarrow [CK];$ $(YC) \uparrow \rightarrow [PCP]$	—	—	—	—
<i>RESET</i>	000005	Сброс	—	—	—	—
<i>NOP</i>	000240	Нет операции	—	—	—	—
<i>MFPS D</i>	1067md	Прочитать слово состояния процессора:	+	+	0	—
<i>MTPS S</i>	1066ms	Записать слово состояния процессора:	+	+	+	+
<i>CLN</i>	000250	Очистить $N: 0 \rightarrow N$	0	—	—	—

Мнемокод	Машинный код	Функция команды	Коды условий			
			N	Z	V	C
CLZ	000244	Очистить Z: $0 \rightarrow Z$	—	0	—	—
CLV	000242	» V: $0 \rightarrow V$	—	—	0	—
CLC	000241	» C: $0 \rightarrow C$	—	—	—	0
CCC	000257	» N, Z, V, C: $0 \rightarrow N, Z, V, C$	0	0	0	0
SEN	000270	Установить N: $1 \rightarrow N$	1	—	—	—
SEZ	000264	» Z: $1 \rightarrow Z$	—	1	—	—
SEV	000262	» V: $1 \rightarrow V$	—	—	1	—
SEC	000261	» C: $1 \rightarrow C$	—	—	—	1
SCC	000277	» N, Z, V, C: $1 \rightarrow N, Z, V, C$	1	1	1	1
SXT D	0067md	Расширить знак: $N = 0 \Rightarrow 0 \rightarrow (dst)$; $N = 1 \Rightarrow -1 \rightarrow (dst)$	—	+	0	—
ROR D	b060md	Циклический сдвиг вправо	+	+	+	+
ROL D	b061md	То же влево	+	+	+	+
ASR D	b062md	Арифметический сдвиг вправо	+	+	+	+
ASL D	b063md	То же влево	+	+	+	+

Примечание. В Приложении 1 введены следующие обозначения: D, SD — соответственно операнды одно- и двухадресных команд; b — признак байтовой обработки ($b = 0$ и $b = 1$ соответственно для двубайтовых и однобайтовых слов); m — восьмеричный код метода адресации; s, d — восьмеричные коды регистров общего назначения источника (src) и приемника (dst) результата операции; rs, rd, rsd — имена регистров общего назначения; C — символическое имя адреса перехода; X — восьмеричное число (один разряд); СК — обозначение счетчика команд; УС — обозначение указателя стека; ↓, ↑ — соответственно символы операции записи информации в стек и чтения из стека; ССП — слово состояния процессора; РСР — регистр слова состояния процессора; N — бит знака результата операции; Z — бит нуля; V — бит арифметического переполнения; C — бит переноса из старшего разряда; → — символ операции пересылки; (·) — символ операции получения обратного кода; ∧ — логическое И; V — логическое ИЛИ; ∨ — исключающее ИЛИ.

Таблица интегралов

$$I_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G(j\omega) d\omega}{A(j\omega) A(-j\omega)},$$

где

$$A(j\omega) = \ddot{a}_0 (j\omega)^n + a_1 (j\omega)^{n-1} + \dots + a_n;$$

$$G(j\omega) = b_0 (j\omega)^{2n-2} + b_1 (j\omega)^{2n-4} + \dots + b_{n-1}$$

и все корни $A(j\omega)$ расположены в верхней полуплоскости;

$$I_1 = \frac{b_0}{2a_0a_1};$$

$$I_2 = \frac{-b_0 + \frac{a_0b_1}{a_2}}{2a_0a_1};$$

$$I_3 = \frac{-a_2b_0 + a_0b_1 - \frac{a_0a_1b_2}{a_3}}{2a_0(a_0a_3 - a_1a_2)};$$

$$I_4 = \frac{b_0(-a_1a_4 + a_2a_3) - a_0a_3b_1 + a_0a_1a_2 + \frac{a_0b_3}{a_4}(a_0a_3 - a_1a_2)}{2a_0(a_0a_3^2 + a_1^2a_4 - a_1a_2a_3)};$$

$$I_5 = \frac{M_5}{2a_0\Delta_5};$$

$$M_5 = b_0(-a_0a_4a_5 + a_1a_4^2 + a_2^2a_5 - a_2a_3a_4 + a_0b_1(-a_2a_5 + \\ + a_3a_4) + a_0b_2(a_0a_5 - a_1a_4) + a_0b_3(-a_0a_3 + a_1a_2) + \\ + \frac{a_0b_4}{a_5}(-a_0a_1a_5 + a_0a_3^2 + a_1^2a_4 - a_1a_2a_3));$$

$$\Delta_5 = a_0^2a_5^2 - 2a_0a_1a_4a_5 - a_0a_2a_3a_5 + a_0a_3^2a_4 + \\ + a_1^2a_4^2 + a_1a_2^2a_5 - a_1a_2a_3a_4.$$

1. Абрайтис В. Б., Седаскас С. Ю., Пятраускас А. В. Микропроцессорный комплект БИС высокого быстродействия К1800. М.: Радио и связь, 1986. 184 с.
2. Автономные управляющие системы на основе микроконтроллеров/Н. Т. Голец, В. П. Захаров, Ю. М. Польский и др.//Электронная промышленность, 1983. № 3. С. 59—61.
3. Алексеенко А. Г., Голицын А. А., Иванников А. Д. Проектирование радиоэлектронной аппаратуры на микропроцессорах. М.: Радио и связь, 1984. 272 с.
4. Аппаратная реализация дискретного преобразования Фурье/Ю. И. Евтеев, Б. И. Куцев, В. С. Пикунин, В. И. Чайковский. М.: Энергия, 1978. 126 с.
5. Архитектура многопроцессорных вычислительных систем. Под ред. В. И. Тимохина. Л.: Изд-во ЛГУ, 1981. 104 с.
6. Балаклай В. Г., Крюк И. П., Лукьянов Л. М. Интегральные схемы аналого-цифровых и цифроаналоговых преобразователей. М.: Энергия, 1978. 257 с.
7. Балашов Е. П., Григорьева В. Л., Петров Г. А. Микро- и мини-ЭВМ. Л.: Энергоатомиздат, 1984. С. 200—213.
8. Балашов Е. П., Пузанков Д. В. Микропроцессоры и микропроцессорные системы. М.: Радио и связь, 1981. 325 с.
9. Баумс А. К., Зазнова Н. Е. Применение микропроцессоров в системах автоматизации научных исследований//Изв. АН Латв. ССР, 1978. № 7. С. 60—76.
10. Бахтияров Г. Ц., Тищенко А. Ю. Реализация устройств цифровой обработки сигналов на основе алгоритмов БПВ//Зарубежная радиоэлектроника, 1975. № 9. С. 71—97.
11. Бендат Дж., Пирсол А. Применение корреляционного и спектрального анализа. М.: Мир, 1983. 312 с.
12. Берисфорд Р. Параллельный АЦП и быстродействующие ЦАП для цифровой обработки сигналов//Электроника, 1982. т. 55. № 9. С. 47—48.
13. Бесекерский В. А. Динамический синтез систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1970. 575 с.
14. Бесекерский В. А. Цифровые автоматические системы. М.: Наука, 1976. 576 с.
15. Бесекерский В. А., Изранцев В. В., Мишура О. В. Организация микропроцессорной вычислительной системы для численного интегрирования линейных дифференциальных уравнений//Радиотехника, 1983. № 6. С. 60—61.
16. Бесекерский В. А., Небылов А. В. Расчет осредненной по непрерывному времени среднеквадратичной ошибки цифровой автоматической системы//Изв. вузов СССР. Приборостроение, 1979. т. 22. № 4. С. 15—20.
17. Бесекерский В. А., Небылов А. В. Робастные системы автоматического управления. М.: Наука, 1983. 240 с.
18. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1975. 767 с.
19. Борисов В. С. Микропроцессорные комплекты интегральных схем. М.: Радио и связь, 1982. 190 с.

20. Бузунов Ю. А., Буренков И. Г. Об одном способе реализации табличного метода умножения чисел//Управляющие системы и машины, 1983. № 6. С. 12—16.
21. Вайда Ф., Чакань А. МикроЭВМ. М.: Энергия, 1980. 126 с.
22. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Т. 1. М.: Советское радио, 1972. 744 с.
23. Вейцман К. Распределенные системы мини- и микроЭВМ. М.: Финансы и статистика, 1983. 382 с.
24. Вершинин О. Е. Применение микропроцессоров для автоматизации технологических процессов. Л.: Энергоатомиздат, 1986. 208 с.
25. Гамильтон П. Система в помощь парализованным, управляемая свистом//Электроника, 1979. № 7. С. 8—9.
26. Гибсон Г., Лю Ю. Ч. Аппаратные и программные средства микроЭВМ. М.: Мир, 1983. С. 170—172.
27. Гитис Э. И. Преобразователи информации для электронных цифровых вычислительных устройств. М.: Энергия, 1975. 447 с.
28. Голд Б., Рейдер Ч. Цифровая обработка сигналов. М.: Советское радио, 1973. 367 с.
29. Гольденберг А. М., Матюшкин Б. Д., Поляк М. Н. Цифровая обработка сигналов: Справочник. М.: Радио и связь, 1985. 312 с.
30. Григорьев В. Л. Программное обеспечение микропроцессорных систем. М.: Энергоатомиздат, 1983. С. 142—162.
31. Гришин В. А., Угольников В. Н. Секционные микропроцессоры и их программирование. Новосибирск: Наука, 1985. 77 с.
32. Грэндбойз Г., Фримен У. Упрощенный вариант сопряжения АЦП с процессором//Электроника, 1983. № 12. С. 64—67.
33. Гусев В. Г. Методы исследования точности цифровых автоматических систем. М.: Наука, 1973. 400 с.
34. Джерри Л. Гудрич. Очень эффективная программа умножения и деления для микропроцессора 8080//Электроника, 1982. № 4. Т. 55. С. 74—75.
35. Динамика цифровых следящих систем/Ю. А. Николаев, В. П. Петухов, Г. И. Феклисов, Б. К. Чемоданов. Л.: Энергия, 1970. 496 с.
36. Елагин В. М., Неизвестнов А. А. Электронный регулятор отопления «Электроника Р-1М»//Электронная промышленность, 1982. № 9. С. 18.
37. Зазу В. Быстродействующий К/МОП АЦП со структурой кремний—на—сапфире//Электроника, 1982. Т. 55. № 9. С. 52—55.
38. Зариеску С. Сопряжение 10-разрядного АЦП с 16-разрядным микропроцессором//Электроника, 1982. Т. 55. № 8. С. 75—77.
39. Захаров В. П. Программируемые однокристалльные микроконтроллеры серии К145//Электронная промышленность, 1983. № 3. С. 27—30.
40. Зиятдинов С. И., Покровский А. В. Адаптивные цифровые комплексные режекторные фильтры//Изв. вузов СССР. Приборостроение, 1986. № 4. С. 39—42.
41. Иверси Р. У. 16-разрядный процессор для управления двигателем на будущих моделях концерна ГОРО//Электроника, 1981. Т. 54. № 20. С. 12—13.
42. Изерман Р. Цифровые системы управления. М.: Мир, 1984. 541 с.
43. Изранцев В. В. Архитектура структурно-избыточных микропроцессорных систем управления//VIII Всесоюзный симпозиум по проблеме избыточности в информационных системах. Тезисы. 1983. Ч. 4. С. 89—92.
44. Изранцев В. В., Рот М. Особенности проектирования микропроцессорных адаптивных классификаторов//Приборы и устройства электронных систем управления: Межвузовский сборник, 1980. Вып. 143. С. 66—69.
45. Израелян В. К. Комплексирование бортового радиоэлектронного оборудования на основе мультиплексной шины//Зарубежная радиоэлектроника, 1983. № 9. С. 52—63.
46. Каган Б. М., Сташин В. В. Микропроцессоры в цифровых системах. М.: Энергия, 1979. 192 с.
47. Каляев А. В. Многопроцессорные системы с программируемой архитектурой. М.: Радио и связь, 1984. 240 с.

- Кармаркар В. В. Схема программно-управляемого управления тремя электродвигателями// Электроника, 1980. № 18. С. 69—71.
49. Климашаускас К. Ю., Моиставичюс Т. А., Мрщанкявичус А.—И. К. Быстродействующий аналого-цифровой преобразователь К1107ПВ1//Электронная промышленность, 1983. № 6. С. 10—11.
50. Клингман Э. Проектирование специализированных микропроцессорных систем. Пер. с англ. М.: Мир, 1985. 363 с.
51. Коен М. Преимущества ЭСЛ ЦАП: низкий уровень помех, повышение точности при уменьшении стоимости//Электроника, 1982. М. 55. № 9. С. 56—60.
52. Коффон Дж. Технические средства микропроцессорных систем. М.: Мир, 1983. 344 с.
53. Коча В. М., Ланне А. А. Аппаратурная реализация цифровых фильтров// Зарубежная радиоэлектроника, 1979. № 9. С. 49—57.
54. Крейн М. Г., Нудельман А. А. Проблема моментов Маркова и экстремальные задачи. М.: Наука, 1973. 551 с.
55. Круг Е. К., Александриди Т. М., Дилигенский С. Н. Цифровые регуляторы. М.: Госэнергоиздат, 1966. 486 с.
56. Купе Б. Сверхэффективные программы умножения для микропроцессоров 8080 и 780//Электроника, 1983. № 6. С. 74—76.
57. Ламмерт М., Олсен Р. К. Сверхскоростной параллельный АЦП на основе одномикронной технологии//Электроника, 1982. Т. 55. № 9. С. 48—52.
58. Левенталь Л. Введение в микропроцессоры. М.: Энергоатомиздат, 1983. 464 с.
59. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Советское радио, Т. 1. 1969. 752 с.
60. Лихарев В. А. Цифровые методы и устройства в радиолокации. М.: Советское радио, 1974. 456 с.
61. Мануэль Т. Усовершенствованные параллельные архитектуры как способ ускорения вычислений//Электроника, 1983. № 12. С. 25—27.
62. Мик Дж., Брик Дж. Проектирование микропроцессорных устройств с разрядно-модульной организацией. М.: Мир, 1984. Кн. 1. 253 с.
63. Мик Дж., Брик Дж. Проектирование микропроцессорных устройств с разрядно-модульной организацией. М.: Мир, 1984. Кн. 2. 223 с.
64. Микрокомпьютерные медицинские системы. Проектирование и применение/ Под ред. У. Томпкинса, Дж. Уэбстера. М.: Мир, 1983. 544 с.
65. Микропроцессор Z80 в системах контроля//Электроника, 1981. № 6. С. 24—25.
66. Микропроцессорный комплект БИС серии К1804/В. Н. Беляев, С. С. Булгаков, С. С. Глебов и др.//Электронная промышленность, 1983. № 9. С. 3—7.
67. Микропроцессорные контроллеры в системах автоматического регулирования/ Г. Г. Иордан, Н. М. Куриосов, М. Г. Козлов и др.// Приборы и системы управления, 1981. № 2. С. 50—54.
68. Микропроцессорные комплекты интегральных схем: Состав и структура. Справочник/В. С. Борисов, А. А. Васеников, Б. М. Малашевич и др. М.: Радио и связь, 1982. 191 с.
69. Микропроцессоры. Системы программирования и отладки./Под ред. В. А. Мясникова, М. Б. Игнатьева. М.: Энергоатомиздат, 1985. С. 252—255.
70. Микропроцессоры в энергетике/О. И. Башенин, В. В. Бувечич, В. Е. Каштелян и др. Л.: Наука, 1982. 192 с.
71. Микропроцессоры в радиотехнических системах/Под ред. Ю. М. Казаринова. М.: Радио и связь, 1982. 280 с.
72. Микроэлектронные цифроаналоговые и аналого-цифровые — преобразователи информации/Под ред. В. Б. Смоллова, Л.: Энергия, 1976. 336 с.
73. Мини- и микроЭВМ в управлении промышленными объектами/Под ред. И. Р. Фрейдзона, А. Г. Филиппова. Л.: Машиностроение, 1984. 336 с.
74. Мирский Г. Я. Микропроцессоры в измерительных приборах. М.: Радио и связь, 1984. 160 с.

75. Мэрион Л. Процессор руки, распознающий различные сигналы организма// Электроника, 1979. № 8. С. 4—5.
76. Небылов А. В. Обобщение одного неравенства, выведенного Гауссом для одновершинных распределений//Математические заметки, 1986. Т. 39. Вып. 6. С. 946—948.
77. Небылов А. В. Параметрическая оптимизация системы управления с учетом неконтролируемых параметрических флюктуаций. В кн.: Теория инвариантности и ее применение. Труды 5-го Всесоюзного совещания, Ч. 2 — Киев: Наукова думка, 1979. С. 12—16.
78. Небылов А. В. Робастные алгоритмы дискретной фильтрации и прогнозирования//Изв. вузов СССР. Приборостроение, 1982. Т. 25. № 2. С. 18—21.
79. Небылов А. В. Синтез аналого-цифровых радиотехнических следящих систем. Л.: ЛЭТИ, 1977. 116 с.
80. ОСТ 11 348.917—82. Микросхемы интегральные полупроводниковые. Серия КР580. Руководство по применению.
81. Отказоустойчивые вычислительные системы И. А. Мамзеев, М. Ю. Русаков, Е. Д. Часовников и др.//Зарубежная радиоэлектроника, 1983. № 11. С. 3—28.
82. Попов Е. П. Теория линейных систем автоматического регулирования и управления. М.: Наука, 1978. 256 с.
83. Попов Е. П. Прикладная теория процессов управления в нелинейных системах. М.: Наука, 1973. 583 с.
84. Прангишвили И. В. Микропроцессоры и микроЭВМ. М.: Энергия, 1979. 232 с.
85. Прангишвили И. В., Виленкин С. Я., Медведев И. Л. Параллельные вычислительные системы с общим управлением. М.: Энергоатомиздат, 1983. 312 с.
86. Прангишвили И. В. Микропроцессоры и локальные сети микроЭВМ в распределенных системах управления. М.: Энергоатомиздат, 1985. 272 с.
87. Проектирование импульсных и цифровых устройств радиотехнических систем: Учеб. пособие/Под ред. Ю. М. Казаринова. М.: Высш. шк., 1985. 320 с.
88. Проектирование цифровых систем на комплектах микропрограммируемых БИС/С. С. Булгаков, В. М. Мещеряков, В. В. Новоселов, Л. А. Шумилов. М.: Радио и связь, 1984. 240 с.
89. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. М.: Мир, 1978. 848 с.
90. Радиоавтоматика/Под ред. В. А. Бесекерского. М.: Высшая школа, 1985. 271 с.
91. Разработка 16-разрядных микропроцессоров для бортовых авиационных ЭВМ//Электроника, 1982. № 25. С. 8—9.
92. Раллапалли К., Крегер Д. Вспомогательные процессоры для быстрого выполнения арифметических операций в микропроцессорных системах//Электроника, 1980. № 10. С. 43—49.
93. Ривкин С. С. Метод оптимальной фильтрации Калмана и его применение в инерционных навигационных системах. Л.: Судостроение, 1973. 155 с.
94. Русаков А. А. Спутниковая навигационная система Navstar//Зарубежная радиоэлектроника, 1978. № 1. С. 4—24.
95. Серийная микросхема цифрового фильтра//Электроника, 1982. № 6. Т. 55. С. 21—22.
96. Смит, Джон М. Математическое и цифровое моделирование для инженеров и исследователей/Под ред. О. А. Чембровского. М.: Машиностроение, 1980. 271 с.
97. Смоллов В. Б., Угрюмов Е. П., Фомичев В. С. Микроэлектронные цифро-аналоговые и аналоговые преобразователи информации. Л.: Энергия, 1976. 276 с.
98. Современные методы идентификации систем: Пер. с англ./Под ред. П. Эйкхоффа. М.: Мир, 1983. 400 с.
99. Сопряжение 12-разрядного аналого-цифрового преобразователя с микропроцессорами//Э. И. Приборы и элементы автоматики и вычислительной техники, 1982. № 2. С. 18—31.

100. Танабэ С. Математическое обеспечение микропроцессорной системы 8080//Дзенси кагаку, 1976. Т. 26. № 10. С. 39—46. (Яп.)
101. Танкелевич Р. Л. Моделирующие микропроцессорные системы. М.: Энергия, 1979. 120 с.
102. Тейлор Р. Программируемая система управления экспериментом и накопления данных на основе микропроцессора//Приборы для научных исследований, 1978. № 11. С. 46—53.
103. Теоретические основы радиолокации/Под ред. В. Е. Дулевича. М.: Советское радио, 1978. 607 с.
104. Уокерли Дж. Архитектура и программирование микроЭВМ. Т. 1. М.: Мир, 1984. С. 400—417.
105. Устройство прямого доступа к памяти микроЭВМ/Д. И. Панфилов, О. А. Ромашенко, В. С. Сафанюк, С. Г. Шароин//Микропроцессорные средства и системы, 1985. № 2. С. 65—75.
106. Фритч В. Применение микропроцессоров в системах управления. М.: Мир, 1984. 464 с.
107. Хвоц С. Т., Смолов В. Б., Белоус А. И. Инжекционные микропроцессоры в управлении промышленным оборудованием. Л.: Машиностроение, 1985. 182 с.
108. Цифроаналоговые преобразователи, сопрягающиеся с микропроцессором//Электроника, 1980. № 14. С. 56.
109. Цифровые фильтры в электросвязи и радиотехнике/Под ред. Л. М. Гольденберга. М.: Радио и связь, 1982. 222 с.
110. Цолис. IMP-16 в радионавигационной системе малых самолетов//Электроника, 1977. № 21. С. 58—63.
111. Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. М.: Физматгиз, 1963. 968 с.
112. Цыпкин Я. З. Основы информационной теории идентификации. М.: Наука, 1984. 320 с.
113. Шило В. Л. Функциональные аналоговые интегральные микросхемы. М.: Радио и связь, 1982. С. 19—51.
114. Электрические обогревательные приборы с цифровым управлением//Электроника, 1980. № 3. С. 13.
115. Goodrich J. L. Very efficient 8080 program multiplies and divides//Electronics. 1982. V. 55. N 4. P. 144—145.
116. Intel Peripherals Handbook. Santa Clara: Intel Corporation. 1981.
117. Kassam S. F., Poor H. V. Robust Techniques for Signal Processing: A Survey//Proceeding of the IEEE. 1985. V. 73. N 3. P. 433—481.
118. Larsen D. G., Titus J. A., Titus C. A. 8080/8085 software desing. New-York: Howard W. Sams. 1981. 335 p.
119. Shankar S. Speeding floppy data transfer under program control//Electronics. 1980. V. 53. N 21. P. 160—161.
120. The 8080 Microcomputer System User' s Manual. Santa Clara: Intel Corporation. 1975. 57 p.
121. The 8259 Programmable Interrupt Controller. Santa Clara: Intel Corporation. 1977. 37 p.

Предисловие	3
-----------------------	---

Глава 1

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О МИКРОПРОЦЕССОРНЫХ СИСТЕМАХ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ	6
---	---

1.1. Структуры микропроцессорных САУ Структуры с центральным и децентрализованным управлением (6). Многопроцессорные системы (7). Микропроцессорные САУ с пере- страиваемой структурой (8). Структуры с резервированием (9). Обобщенная структура иерархических САУ (10).	—
1.2. Примеры использования микропроцессоров в системах автоматиче- ского управления Микропроцессоры в промышленных САУ (13). Микропроцессоры в на- учном эксперименте (14). Микропроцессоры в медицинской технике (15). Микропроцессоры в авиационной технике (16). Другие области применения микропроцессоров (17).	13

Глава 2

ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МИКРОПРОЦЕССОРОВ В СИ- СТЕМАХ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ	19
--	----

2.1. Особенности управления в реальном масштабе времени Выбор микропроцессорных комплектов БИС в соответствии с тре- бованиями к их быстродействию (19). Использование методов уско- ренных вычислений (20). Распараллеливание вычислительных задач (21). Переход к аппаратурной реализации времяемких алгоритмов (21).	—
2.2. Эффекты в САУ, связанные с квантованием по уровню Ошибки, вызванные квантованием по уровню (23). Влияние кванто- вания сигналов на качество микропроцессорных САУ (24). Влия- ние округления коэффициентов (24). Квантование по уровню и по- казатели качества решений автоматических устройств (24).	23
2.3. Сопряжение непрерывной и цифровой частей микропроцессорной САУ Особенности выбора аналого-цифрового преобразователя (26). Вы- равнивание длины кода преобразователя и слова данных процес- сора (27). Объединение цифрового управляющего и исполнитель- ных устройств (28). Требования, предъявляемые к цифроаналого- вым преобразователям (29).	26

Глава 3

МИКРОПРОЦЕССОРНЫЕ КОМПЛЕКТЫ С АППАРАТНЫМ ПРИН- ЦИПОМ УПРАВЛЕНИЯ	30
--	----

3.1. Архитектура центрального процессора	—
--	---

Внутренняя структура микропроцессора (03). Адресная шина (31). Шина данных (32). Шина управления (32). Генератор тактовых импульсов КР580ГФ24 (33). Системный контроллер КР580ВК28 (34). Системная реализация модуля центрального процессора (36).	
3.2. Организация памяти и устройств ввода—вывода Общие принципы (36). Основные типы постоянных запоминающих устройств (36). Организация ОЗУ (39). Совместное использование ОЗУ и ПЗУ в микропроцессорной системе (41). Подключение устройств ввода—вывода (43).	36
3.3. Устройства параллельного и последовательного ввода—вывода . . . Параллельный порт ввода—вывода КР580ВВ55 (43). Режимы работы (44). Пример использования (46). Устройство последовательного ввода—вывода информации КР580ВВ51 (47). Программирование режимов работы (49). Пример использования (51).	43
3.4. Использование режимов прерывания, ожидания и прямого доступа в память Прерывания в микропроцессоре (52). Контроллер прерываний КР580ВН59 (53). Особенности режима ожидания (55). Прямой доступ в память (57). Контроллер прямого доступа в память КР580ВТ57 (57).	52
3.5. Дополнительные устройства микропроцессорной системы Интервальный таймер КР580ВИ53 (60). Контроллер клавиатуры и индикации КР580ВВ79 (63). Применение устройств АЦП и ЦАП (66).	60
3.6. Программное обеспечение микропроцессорных систем Процедуры многоразрядного сложения и вычитания (70). Программы умножения и деления (70). Извлечение квадратного корня (71).	70

Глава 4

СЕКЦИОНИРОВАННЫЕ МИКРОПРОЦЕССОРНЫЕ КОМПЛЕКТЫ	79
4.1. Принципы и цели секционирования микропроцессоров Применение секционированных микропроцессоров (79). Основные типы секционированных комплектов (81).	—
4.2. Состав и параметры микропроцессорного комплекта К589 Состав комплекта (82). Блок микропрограммного управления К589ИК01 (82). Центральный процессорный элемент К589ИК02 (85). Схема ускоренного переноса К589ИК03 (87). Многорежимный буферный регистр К589ИР12 (88). Блок приоритетного прерывания К589ИК14 (89). Шлинные формирователи К589АП16 и К589АП26 (90). Многофункциональное синхронизирующее устройство К589ХЛ4 (91).	82
4.3. Области применения и состав микропроцессорного комплекта К1804 Назначение и состав комплекта (91). Микропроцессорная секция К1804ВС1 (92). Микропроцессорная секция К1804ВС2 (96). Схема ускоренного переноса К1804ВР1 (100). Четырехразрядный параллельный регистр К1804ИР1 (101). Схема управления состояниями и сдвигами К1804ВР2 (101).	91
4.4. Микросхемы комплекта К1804 для блока микропрограммного управления Назначение микросхем (106). Схемы управления адресом микрокоманды К1804ВУ1 и К1804ВУ2 (106). Нарастивание разрядности схем управления адресом микрокоманд К1804ВУ1 и К1804ВУ2 (109). Схема управления следующим адресом К1804ВУ3 (109). Схема управления последовательностью микрокоманд К1804ВУ4 (109).	106

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ ИССЛЕДОВАНИЯ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ	113
---	-----

5.1. Дискретные процессы и их описание	—
Решетчатые функции (113). Прямая и обратная разности (114). Разностные уравнения (115).	
5.2. Дискретные преобразования процессов	116
Дискретное преобразование Лапласа (116). Использование z-преобразования (117). Основные правила и теоремы (120). Решение разностных уравнений (127).	
5.3. Частотные методы исследования	128
Синусоидальные решетчатые функции (128). Реакция импульсного фильтра на синусоидальную последовательность (130). Частотные характеристики (131).	

Глава 6

МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ЛИНЕАРИЗОВАННЫХ ЦИФРО-АНАЛОГОВЫХ СИСТЕМ	133
---	-----

6.1. Структурные схемы цифроаналоговых систем	—
Общие сведения (133). Квантование по времени и по уровню (133). Коэффициенты передачи цифрового устройства (135). Структура цифровой системы автоматического управления (136).	
6.2. Передаточные функции цифровых систем управления	137
Передаточная функция непрерывной части (137). Передаточная функция цифрового управляющего устройства (140). Требования по устойчивости цифровых фильтров (142). Требования к точности задания коэффициентов цифровых фильтров (142). Использование последовательного программирования (144). Использование параллельного программирования (144). Передаточные функции ЦАС (144). Более сложные структуры ЦАС (146). Корректирующие обратные связи (146).	
6.3. Устойчивость и качество управления в цифроаналоговых системах . .	147
Устойчивость ЦАС (147). Оценка качества (148). Оценка точности (149).	

Глава 7

СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЛИНЕАРИЗОВАННЫХ ЦАС	150
--	-----

7.1. Статистические характеристики случайных процессов	—
Основные понятия (150). Корреляционная функция (151). Стационарные процессы (152). Спектральная плотность (156).	
7.2. Типовые решетчатые случайные стационарные процессы	158
Дискретный белый шум (158). Процессы с экспоненциальной корреляционной функцией (159). Процесс с равномерным спектром в ограниченной полосе частот (160). Нерегулярная качка (162). Гармонический сигнал (165).	
7.3. Прохождение случайного решетчатого сигнала через линейную систему	166
Использование корреляционной функции (166). Использование спектральной плотности входного сигнала (169). Расчет выходной величины в промежутке между дискретными моментами времени (171).	
7.4. Установившиеся ошибки в линеаризованных ЦАС	172
Случай отсутствия возмущения (172). Случай задающего и возмущающего воздействий, приложенных в общей точке (172). Приложение задающего и возмущающего воздействий в разных точках (174).	

МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ЛИНЕАРИЗОВАННЫХ АНАЛОГО-ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ	175
8.1. Особенности постановки задачи исследования	—
Понятие аналого-цифровой системы (175). Задачи анализа и синтеза (177).	
8.2. Анализ устойчивости и качества	179
Эквивалентная структурная схема системы (175). Используемые дискретные передаточные функции (180). Оценка устойчивости (180). Построение переходной характеристики (181). Анализ ошибки при гармоническом воздействии (181). Исследование дополнительных ошибок от шумов квантования по уровню (182).	
8.3. Анализ точности при случайных воздействиях	184
Использование псевдочастоты (184). Использование обычной частоты (187).	
8.4. Синтез цифровой части системы по непрерывному прототипу	189
Закономерности образования погрешностей управления, связанных с заменой непрерывного управляющего устройства цифровым (189). Нахождение дискретной передаточной функции цифровой части (193). Оценка ошибок реализации желаемых частотных характеристик (196).	
8.5. Выбор периода дискретности и характеристик преобразователей	199
Выбор периода дискретности (199). Выбор характеристик АЦП (202). Выбор характеристик ЦАП (203).	

Г л а в а 9

СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ В НЕЛИНЕЙНЫХ ЦАС	204
9.1. Статистическая линеаризация нелинейных элементов	—
Вводные замечания (204). Представление входного сигнала (205). Расчет дисперсий (205). Представление выходного сигнала (207).	
9.2. Прохождение случайного сигнала через нелинейное звено в разомкнутой системе	208
Нелинейное звено с кусочно-линейной характеристикой (208). Характеристики с разрывом непрерывности (209). Идеальная релейная характеристика (210). Релейная характеристика с зоной нечувствительности (212). Релейная характеристика с гистерезисом (213). Линейная характеристика с насыщением (214). Кубическая характеристика (215).	
9.3. Случайные процессы в замкнутых нелинейных ЦАС	218
Особенности расчета замкнутых систем (218). Воздействие помех (222).	
9.4. Примерная схема расчета замкнутой нелинейной ЦАС	223
Описание системы (223). Согласование выхода цифрового устройства с объектом управления (224). Определение передаточных функций и спектральных плотностей (225). Расчет математических ожиданий и дисперсий (226).	

Г л а в а 10

ОПТИМАЛЬНЫЙ СИНТЕЗ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ	229
10.1. Общие сведения о синтезе систем управления	—
Статические и динамические требования (229). Другие требования при синтезе (231). Критерии запаса устойчивости (232). Критерии быстродействия (232). Особенности использования микропроцессоров (233).	

10.2.	Цифровые винеровские фильтры	233
	Общие сведения (233). Уравнение фильтра Винера (234). Ошибки в оптимальных системах (237). Системы с белым шумом на входе (239). Передаточная функция разомкнутой системы (241). Прогнозирование (244). Определение периода дискретности и вторичная оптимизация (247).	
10.3.	Цифровые калмановские фильтры	248
	Общие сведения (248). Формирующие фильтры (249). Алгоритм фильтра Калмана (250). Прогнозирование (257).	

Глава 11

РОБАСТНЫЙ СИНТЕЗ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ . . .		257
11.1.	Проблема исследования систем управления при неполной априорной информации	—
	Понятие робастных систем (257). Модели входных воздействий (258). Показатели точности управления (261). Оценка достоверных характеристик входных воздействий (263).	
11.2.	Ограничение меры динамической ошибки	265
	Оценка дисперсии динамической ошибки (265). Условия ограничения дисперсии ошибки (267). Условия ограничения максимальной динамической ошибки (272).	
11.3.	Ограничение меры суммарной ошибки	274
	Методика учета ошибки от возмущающего воздействия (274). Построение запретных областей для ЛАХ (275). Оценка возможности получения требуемой точности (276).	
11.4.	Оптимизация системы по критерию наивысшей точности	279
	Методика оптимизации (279). Расчетные формулы (279). Оценка проигрыша (282). Учет неустойчивости параметров системы (285).	
11.5.	Синтез робастных неперекрестивших цифровых фильтров	287
	Особенности постановки задачи (287). Использование критерия минимума максимальной ошибки (290).	

Глава 12

РЕАЛИЗАЦИЯ МИКРОПРОЦЕССОРНЫХ УСТРОЙСТВ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ		291
12.1.	Микропроцессорные преобразователи информации	—
	Общие сведения (291). Преобразователи «код—напряжение» параллельного типа (293). Микропроцессорные цифроаналоговые преобразователи (296). Последовательные аналого-цифровые преобразователи «напряжение—код» (299). Параллельные аналого-цифровые преобразователи «напряжение—код» (300). Микропроцессорные аналого-цифровые преобразователи (301).	
12.2.	Дифференцирование цифровых последовательностей	304
	Общие сведения (304). Алгоритмы дифференцирования (305). Методические ошибки дифференцирования (305). Влияние шумов квантования (309). Оптимизация алгоритмов дифференцирования (311). Микропроцессорные дифференцирующие устройства (315).	
12.3.	Интегрирование цифровых последовательностей	317
	Общие сведения (317). Алгоритмы интегрирования (317). Алгоритмы точного интегрирования (319). Двойное интегрирование (320). Влияние шумов квантования (320). Использование интеграторов в законах управления (321). Микропроцессорные интегрирующие устройства (321).	
12.4.	Цифровые комплексные фильтры	324
	Понятие комплексных фильтров (324). Дискретные комплексные фильтры (326). Оптимальные комплексные режекторные фильтры (327). Влияние шумов квантования (329). Микропроцессорные комплексные фильтры (330).	

12.5.	Микропроцессорные устройства быстрого преобразования Фурье	333
	Дискретное преобразование Фурье (333). Алгоритм быстрого преобразования Фурье с прореживанием по времени (334). Алгоритм быстрого преобразования Фурье с прореживанием по частоте (336). Реализация микропроцессорных устройств быстрого преобразования Фурье (339). Влияние шумов квантования (341).	
12.6.	Микропроцессорные специализированные устройства	342
	Микропроцессорные временные дискриминаторы (342). Микропроцессорные частотные дискриминаторы (345). Микропроцессорные фазовые дискриминаторы (346). Микропроцессорные цифровые исполнительные устройства (348).	
Приложения. Приложение 1. Список команд микроЭВМ с общей шиной (351). Приложение 2. Таблица интегралов (354)		
	Список литературы	355